

**Universidad Carlos III de Madrid**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA**



**Ingeniería Técnica Industrial: Mecánica**  
**Proyecto Fin de Carrera**

**METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE  
ESFUERZOS Y A FATIGA DE EJES Y  
OBTENCIÓN DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE  
TENSIONES MEDIANTE EL MÉTODO XFEM EN  
ABAQUS.**

Autor: Helio Mera Panadero  
Tutor: Juan Carlos García Prada

FEBRERO 2014





Título: Metodología para el análisis de esfuerzos y a fatiga de ejes y obtención del factor de intensidad de tensiones mediante el método XFEM en Abaqus.

Autor: Helio Mera Panadero

Director: Juan Carlos García Prada

## EL TRIBUNAL

Presidente: Higinio Rubio Alonso

Vocal: Zoser Kalengayi Tshilumbu

Secretario: Ramón Ignacio Barber Castaño

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día 25 de Febrero de 2014 en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

## VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE







---

## AGRADECIMIENTOS

---

Al término de esta etapa de mi vida, quiero expresar un profundo agradecimiento a quienes con su ayuda, apoyo y comprensión me ayudaron a lograr esta realidad.

En primer lugar, quiero agradecer a mi tutor Juan Carlos García Prada, el ofrecerme la posibilidad de realizar este proyecto de fin de carrera con él. Por haber sacado tiempo para recibirme, por sus sabios consejos y ayuda. Muchas gracias.

A mis amigos, que han venido a compartir mis alegrías al pedírselo y mis desgracias sin ser llamados. Habéis tenido un papel fundamental en mi formación como persona.

A mi compañero y gran amigo “Muten”, sin él nunca habría llegado este momento. No hay palabras para agradecerte las horas pasadas explicándome cosas que tú ya habías comprendido. Siempre tendrás un hermano en la península.

A mi hermana, por haberme escuchado y animado en más de una ocasión. Una de las infinitas gracias que tengo que dar a Papá y a Mamá, eres tú.

A mis padres, siendo consciente de que jamás podré agradecer el “todo” de “todo lo que soy”, solo quiero que sepáis que el objetivo logrado también es vuestro y que la fuerza que me ayudó a conseguirlo fue vuestro amor y apoyo incondicional.

Os quieren vuestros hijos, Cindia y Helio.





---

## RESUMEN

---

El presente proyecto de fin de carrera tiene como objetivo el análisis de un eje ferroviario perteneciente a un tren de mercancías. Se pretende calcular las tensiones y la vida a fatiga a las que está sometido el eje así como realizar un estudio del Factor de Intensidad de Tensiones (FIT) ante la presencia de una fisura mediante el Método de los Elementos Finitos Extendidos (XFEM) con una simplificación del mismo.

El desarrollo del proyecto se realiza con el código comercial del Método de Elementos Finitos (MEF) utilizando el programa Abaqus, que permite el estudio del análisis estático, así como, calcular el FIT de una manera relativamente rápida. Además se hará uso, para el análisis a fatiga, del programa Fe-Safe.

Por lo tanto, este proyecto consta de dos bloques;

El primer bloque tiene como objetivo estudiar las sollicitaciones que sufre un eje ferroviario al soportar un determinado peso. En primer lugar se realiza un estudio analítico de un eje empotrado para comparar los resultados que se obtienen con los conseguidos en el estudio estático y en el estudio a fatiga con sendos programas, para así obtener unos datos que nos proporcionen una información sobre la fiabilidad de los resultados que se obtienen. En segundo lugar se realiza el análisis del eje ferroviario objeto de estudio, y por último, se realiza alguna pequeña modificación en el eje ferroviario anteriormente estudiado para comprobar como varían los resultados ante un pequeño cambio en su geometría.

La segunda parte consiste en crear una estrategia para el estudio del FIT en un eje cilíndrico con una fisura, el eje de estudio representa de la forma más realista posible, las condiciones que se dan en un extremo del eje ferroviario anteriormente estudiado. Debido a la tipología del problema, el factor de intensidad de tensiones que se va a analizar es  $K_I$  (factor de intensidad de tensiones de Modo I).

**Palabras Clave:** Abaqus, Fe-Safe, Factor de Intensidad de Tensiones, Eje ferroviario.





---

## INDICE GENERAL

---

|  |    |
|--|----|
| • <b><u>CAPÍTULO 1: OBJETIVOS Y CONTENIDOS DEL PROYECTO</u></b>    |    |
| 1.1.- MOTIVACIÓN .....   | 2  |
| 1.2.- OBJETIVOS .....  | 3  |
| 1.3.- FASES DEL DESARROLLO .....                                   | 3  |
| 1.4.- CONTENIDO .....  | 4  |
| • <b><u>CAPÍTULO 2: MECÁNICA DE LA FRACTURA</u></b>                |    |
| 2.1.- FUNDAMENTOS DE LA FRACTURA .....                             | 8  |
| 2.1.1.- Clasificación de los fallos .....                          | 8  |
| 2.1.2.- Mecanismos de fractura .....                               | 10 |
| 2.1.2.1.- Fractura frágil .....                                    | 10 |
| 2.1.2.2.- Fractura dúctil .....                                    | 12 |
| 2.2.- MECÁNICA DE LA FRACTURA ELÁSTICO LINEAL (MFEL) .....         | 12 |
| 2.2.1.- Modos de fractura .....                                    | 12 |
| 2.2.2.- Factor de intensidad de tensiones .....                    | 13 |
| 2.2.2.1.- Tensiones y desplazamientos en el frente de fisura ..... | 14 |
| 2.2.2.2.- Deformación en el frente de fisura .....                 | 16 |
| 2.2.2.3.- Tenacidad de fractura .....                              | 17 |
| • <b><u>CAPÍTULO 3: MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS</u></b>        |    |
| 3.1.- INTRODUCCIÓN .....   | 20 |
| 3.2.- CONCEPTOS BÁSICOS DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS .....      | 20 |
| 3.3.- EVALUACIÓN DEL CONTORNO INTEGRAL .....                       | 21 |
| 3.3.1.- Integral $J$ .....   | 22 |
| 3.3.2.- Extracción del factor de intensidad de tensiones .....     | 25 |
| 3.3.3.- Ecuaciones gobernantes del MEF .....                       | 27 |
| 3.4.- MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EXTENDIDOS ....<br>(XFEM)    | 28 |
| 3.4.1.- Ecuaciones gobernantes del enriquecimiento en XFEM .....   | 29 |



## • **CAPÍTULO 4: FENÓMENOS DE FATIGA**

|  |    |
|--|----|
| <b>4.1.- INTRODUCCIÓN</b>  | 34 |
| <b>4.2.- HISTORIA DE LOS FENÓMENOS DE FATIGA</b>                     | 35 |
| 4.2.1.- <i>Siglo XIX</i>   | 36 |
| 4.2.2.- <i>Siglo XX</i>  | 37 |
| 4.2.3.- <i>Actualidad</i>  | 39 |
| 4.2.4.- <i>Sucesos históricos causados por el fenómeno de fatiga</i> | 40 |
| <b>4.3.- ESTADOS DEL ARTE</b>  | 41 |

## • **CAPÍTULO 5: MECÁNICA DE LA FATIGA**

|   |    |
|---|----|
| <b>5.1.- FUNDAMENTOS DE LA FATIGA</b>                                 | 45 |
| 5.1.1.- <i>Características de la rotura por fatiga</i>                | 45 |
| 5.1.2.- <i>Estadios de la fatiga</i>                                  | 46 |
| 5.1.2.1.- <i>Estadio I: Iniciación</i>                                | 47 |
| 5.1.2.2.- <i>Estadio II: Propagación estable</i>                      | 47 |
| 5.1.2.3.- <i>Estadio III: Propagación acelerada de la grieta</i>      | 48 |
| <b>5.2.- DIAGRAMA DE FATIGA S-N (TENSION – NÚMERO DE ... CICLOS)</b>  | 49 |
| 5.2.1.- <i>Zonas del diagrama de fatiga</i>                           | 50 |
| <b>5.3.- COEFICIENTES MODIFICATIVOS DEL LÍMITE DE FATIGA ...</b>      | 51 |
| 5.3.1.- <i>Factor de acabado superficial, <math>K_a</math></i>        | 53 |
| 5.3.2.- <i>Factor de tamaño, <math>K_b</math></i>                     | 54 |
| 5.3.3.- <i>Factor confiabilidad, <math>K_c</math></i>                 | 55 |
| 5.3.4.- <i>Factor de temperatura, <math>K_d</math></i>                | 56 |
| 5.3.5.- <i>Factor de concentración de tensiones, <math>K_e</math></i> | 56 |
| 5.3.6.- <i>Factor de efectos diversos, <math>K_f</math></i>           | 59 |
| <b>5.4.- ESFUERZOS FLUCTUANTES</b>                                    | 60 |
| 5.4.1.- <i>Métodos de análisis con esfuerzo medio no nulo</i>         | 62 |
| 5.4.1.1.- <i>Criterio de Goodman</i>                                  | 62 |
| 5.4.1.2.- <i>Criterio de Soderberg</i>                                | 62 |
| 5.4.1.3.- <i>Criterio de Gerber</i>                                   | 63 |
| 5.4.2.- <i>Línea de carga</i>   | 64 |



## • **CAPÍTULO 6: DESCRIPCIÓN PROGRAMAS UTILIZADOS**

|                                    |    |
|------------------------------------|----|
| <b>6.1.- INTRODUCCIÓN</b>          | 68 |
| <b>6.2.- ABAQUS VERSIÓN 6.10-1</b> | 68 |
| <b>6.3.- FE-SAFE VERSIÓN 6.2</b>   | 73 |

## • **CAPÍTULO 7: ESTUDIO DEL EJE EMPOTRADO**

|  |     |
|--|-----|
| <b>7.1.- INTRODUCCIÓN</b>  | 77  |
| <i>7.1.1.- Geometría del eje</i>                                   | 77  |
| <i>7.1.2.-Definición del material</i>                              | 77  |
| <b>7.2.-CÁLCULOS ANALÍTICOS</b>                                    | 77  |
| <i>7.2.1-Calculo de la sección de máxima tensión</i>               | 78  |
| <i>7.2.2.-Cálculo del límite de fatiga corregido (Se)</i>          | 79  |
| <i>7.2.3.- Determinación del número de ciclos</i>                  | 82  |
| <b>7.3.- ANÁLISIS DE ESFUERZOS CON ABAQUS</b>                      | 84  |
| <i>7.3.1.- Modo resolución del problema con Abaqus</i>             | 84  |
| <i>7.3.1.1.- Modelización de la pieza</i>                          | 84  |
| <i>7.3.1.2.- Definición de las propiedades del material</i>        | 87  |
| <i>7.3.1.3.- Asignación de las propiedades del material al eje</i> | 87  |
| <i>7.3.1.4.- Ensamblaje del eje</i>                                | 88  |
| <i>7.3.1.5.- Definición del paso</i>                               | 89  |
| <i>7.3.1.6.- Definición de los parámetros de salida</i>            | 90  |
| <i>7.3.1.7.- Definición de cargas</i>                              | 91  |
| <i>7.3.1.8.- Definición de restricciones</i>                       | 91  |
| <i>7.3.1.9.- Generación de la malla</i>                            | 92  |
| <i>7.3.1.10.- Definición del trabajo</i>                           | 93  |
| <i>7.3.1.11.- Resultados “Eje empotrado” con Abaqus</i>            | 94  |
| <b>7.4.- ANÁLISIS A FATIGA CON FE-SAFE</b>                         | 95  |
| <i>7.4.1.- Modo resolución del problema con Fe-Safe</i>            | 95  |
| <i>7.4.1.1.-Cargar el modelo de elementos finitos</i>              | 95  |
| <i>7.4.1.2.-Selección de propiedades del material</i>              | 97  |
| <i>7.4.1.3.-Configuración del análisis</i>                         | 98  |
| <i>7.4.1.4.-Configuración de la carga</i>                          | 100 |
| <i>7.4.1.5.-Otras opciones de configuración del análisis</i>       | 100 |
| <i>7.4.1.6.- Resultados “Eje empotrado” con Fe-Safe</i>            | 102 |
| <b>7.5.- RESULTADOS CÁLCULO DEL ANÁLISIS ESTÁTICO VS ABAQUS</b>    | 107 |



|  |            |
|--|------------|
| <b>7.6.- RESULTADOS CÁLCULO DEL ANÁLISIS A FATIGA VS FE-SAFE</b> | <b>107</b> |
|--|------------|

- **CAPÍTULO 8: ESTUDIO DEL EJE FERROVIARIO**

|   |            |
|---|------------|
| <b>8.1.- DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA</b>                       | <b>111</b> |
| 8.1.1.- Geometría del eje                                   | 111        |
| 8.1.2.- Definición del material                             | 111        |
| 8.1.3.- Restricciones y cargas                              | 111        |
| <b>8.2.- MODELIZACIÓN DEL PROBLEMA CON ABAQUS</b>           | <b>112</b> |
| 8.2.1.- Modo de resolución del problema con Abaqus          | 112        |
| 8.2.1.1.- Modelización del perfil de revolución             | 112        |
| 8.2.1.2.- Modelización de los agujeros laterales            | 113        |
| 8.2.1.3.- Modelización de los taladros laterales            | 114        |
| 8.2.1.4.- Definición de las propiedades del material        | 116        |
| 8.2.1.5.- Asignación de las propiedades del material al eje | 117        |
| 8.2.1.6.- Ensamblaje del eje                                | 118        |
| 8.2.1.7.- Definición del paso                               | 119        |
| 8.2.1.8.- Definición de los parámetros de salida            | 119        |
| 8.2.1.9.- Definición de cargas                              | 119        |
| 8.2.1.10.- Definición de restricciones                      | 121        |
| 8.2.1.11.- Definición del trabajo                           | 122        |
| 8.2.1.12.- Resultados “Eje empotrado” con Abaqus            | 123        |
| <b>8.3.- ESTUDIO DE SENSIBILIDAD DE LA MALLA</b>            | <b>123</b> |
| <b>8.4.- ANÁLISIS DE ESFUERZOS CON ABAQUS</b>               | <b>127</b> |
| 8.4.1.- Tensión   | 128        |
| 8.4.2.- Desplazamientos                                     | 129        |
| <b>8.5.- ANÁLISIS A FATIGA CON FE-SAFE</b>                  | <b>129</b> |
| 8.5.1.- Cálculo del factor de concentración de tensiones    | 130        |
| 8.5.2.- Sección crítica                                     | 133        |
| <b>8.6.- RESULTADOS</b>                                     | <b>134</b> |

- **CAPÍTULO 9: VARIANTE DEL PROBLEMA**

|   |            |
|---|------------|
| <b>9.1.- INTRODUCCIÓN</b>                     | <b>139</b> |
| <b>9.2.- REDISEÑO A “EJE FERROVIARIO 2”</b>   | <b>139</b> |
| <b>9.3.- ANÁLISIS DE ESFUERZOS CON ABAQUS</b> | <b>140</b> |





|   |     |
|---|-----|
| <b>9.3.1.- Tensión</b>  | 140 |
| <b>9.4.- ANÁLISIS A FATIGA CON FE-SAFE</b>                                    | 142 |
| <b>9.4.1.-Cálculo del factor de concentración de tensiones</b>                | 142 |
| <b>9.5.- RESULTADOS</b>   | 142 |
| <br>  |     |
| <b>• <u>CAPÍTULO 10: ESTUDIO DE GRIETAS ESTACIONARIAS EN ABAQUS</u></b>       |     |
| <b>10.1.- INTRODUCCIÓN</b>  | 147 |
| <b>10.2.- LIMITACIONES FRENTE AL ESTUDIO DEL “EJE FERROVIARIO”</b>            | 147 |
| <b>10.3.- DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA</b>  | 148 |
| <i>10.3.1.- Geometría del eje</i>   | 148 |
| <i>10.3.2.- Definición del material</i>                                       | 149 |
| <b>10.4.- CONCEPTOS BÁSICOS PARA EL MODELADO EN XFEM</b>                      | 150 |
| <b>10.5.- ESTRATEGIA DE MALLADO</b>   | 152 |
| <i>10.5.1.- Tipo de elementos</i>   | 153 |
| <i>10.5.2.- Estudio técnica de mallado</i>                                    | 153 |
| <i>10.5.3.- Procedimiento postproceso</i>                                     | 157 |
| <b>10.6.- MODELIZACIÓN DEL PROBLEMA CON ABAQUS</b>                            | 161 |
| <i>10.6.1.- Resolución del problema con Abaqus</i>                            | 161 |
| <i>10.6.1.1.- Modelización del perfil de revolución</i>                       | 161 |
| <i>10.6.1.2.- Definición de las propiedades del material</i>                  | 161 |
| <i>10.6.1.3.- Modelización de la grieta</i>                                   | 162 |
| <i>10.6.1.4.- Asignación de las propiedades del material al eje</i>           | 163 |
| <i>10.6.1.5.- Ensamblaje entre eje y la grieta</i>                            | 163 |
| <i>10.6.1.6.- Definición de la grieta al programa</i>                         | 167 |
| <i>10.6.1.7.- Definición del paso</i>   | 168 |
| <i>10.6.1.8.- Definición de los parámetros de salida</i>                      | 169 |
| <i>10.6.1.9.- Definición de cargas</i>  | 170 |
| <i>10.6.1.10.- Definición de restricciones</i>                                | 172 |
| <i>10.6.1.11.- Particiones derivadas de la estrategia de mallado aplicada</i> | 173 |
| <i>10.6.1.12.- Definición del trabajo</i>                                     | 174 |
| <i>10.6.1.13.- Resultados “Eje empotrado” con Abaqus</i>                      | 174 |
|   | 178 |
| <b>10.7.- APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE MALLADO</b>                             |     |
| <i>10.7.1.-Análisis de convergencia</i>                                       | 178 |



---

|   |     |
|---|-----|
| <i>10.7.2.-Análisis de referencia</i> .....                     | 180 |
| <b>10.8.- RESULTADOS</b> .....                                  | 181 |
| <i>10.8.1- Análisis de convergencia</i> .....                   | 181 |
| <i>10.8.2- Análisis de referencia</i> .....                     | 185 |
| <i>10.8.3.- Errores derivados de los análisis</i> .....         | 190 |
| <br>  |     |
| • <b><u>CAPÍTULO 11: CONCLUSIÓN Y TRABAJOS FUTUROS</u></b>      |     |
| <b>11.1.- CONCLUSIÓN</b> .....                                  | 198 |
| <b>11.2.- TRABAJOS FUTUROS</b> .....                            | 199 |
| <br>  |     |
| • <b><u>CAPÍTULO 12: PRESUPUESTO GENERAL DETALLADO</u></b>      |     |
| <b>12.1.- PRESUPUESTO GENERAL</b> .....                         | 203 |
| <b>12.2.- COSTES</b> .....                                      | 204 |
| <br>  |     |
| • <b><u>CAPÍTULO 13: BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS</u></b>         |     |
| <b>13.1.- BIBLIOGRAFÍA</b> .....                                | 211 |
| <b>13.2.- REFERENCIAS</b> .....                                 | 213 |
| <br>  |     |
| • <b><u>CAPÍTULO 14: PLANO DEL EJE FERROVIARIO</u></b>          |     |
| <b>14.1.- PLANO DEL EJE FERROVIARIO</b> .....                   | 216 |
| <b>14.2.- AMPLIACIÓN DETALLES DEL PLANO</b> .....               | 217 |
| <b>14.2.1.- Eje ferroviario ampliado</b> .....                  | 217 |
| <b>14.2.2.- Detalle “X” del plano del eje ferroviario</b> ..... | 218 |
| <b>14.2.3.- Detalle “U” del plano del eje ferroviario</b> ..... | 218 |
| <b>14.2.4.- Detalle “Y” del plano del eje ferroviario</b> ..... | 219 |
| <b>14.2.4.- Detalle “V” del plano del eje ferroviario</b> ..... | 219 |





## ÍNDICE DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| <b>Fig.2.1.</b> Curvas tensión-deformación para materiales frágiles y dúctiles .....   | 10 |
| <b>Fig.2.2.</b> Fractura frágil sin ninguna deformación plana .....  | 11 |
| <b>Fig.2.3.</b> Esquema de una (a) fractura muy dúctil y una (b) moderadamente dúctil después de una cierta estricción ..... | 11 |
| <b>Fig.2.4.</b> Modos de Fractura mecánica .....   | 13 |
| <b>Fig.2.5.</b> Sistema de coordenadas y tensor de tensiones en el extremo de la fisura .....                                | 14 |
| <b>Fig.2.6.</b> Distribución de la componente de la tensión $\sigma_y$ en la región del frente de fisura .....               | 16 |
| <b>Fig.3.1.</b> Contornos integrales. a) Contorno integral de 2D. b) Contorno integral cerrado 2D .....                      | 22 |
| <b>Fig.3.2.</b> a) Sistema de coordenadas local para s. b) Contorno integral para una grieta tridimensional general .....    | 24 |
| <b>Fig.3.3.</b> Cuerpo con una grieta y con un límite fijo sometido a una carga .....  | 27 |
| <b>Fig.3.4.</b> a) Malla con grieta, b) Malla sin grieta. Los números de los círculos son los números de los elementos ..... | 29 |
| <b>Fig.3.5.</b> a) Grieta arbitraria en malla, b) Ejes coordinados locales para dos puntas de grieta .....                   | 30 |
| <b>Fig.4.1.</b> Accidente del Boeing 737-200 el 28-04-1988 .....   | 40 |
| <b>Fig.4.2.</b> Eje fracturado del tren de mercancías involucrado en un accidente en Rickerscote, UK en 1996 .....           | 40 |
| <b>Fig.5.1.</b> Representación de la superficie de fractura de un material sometido a fatiga .....                           | 45 |
| <b>Fig.5.2.</b> Estadios I,II y III del desarrollo de una grieta por fatiga .....  | 46 |
| <b>Fig.5.3.</b> Formación de extrusiones e intrusiones superficiales previas a la iniciación de una grieta .....             | 47 |
| <b>Fig.5.4.</b> Reorientación de la grieta en el Estadio II de fatiga .....  | 48 |
| <b>Fig.5.5.</b> Estadios de fatiga sobre un diagrama de Paris .....  | 49 |
| <b>Fig.5.6.</b> Maquina empleada en el ensayo de viga rotatoria .....  | 49 |
| <b>Fig.5.7.</b> Diagrama de fatiga o curva S-N .....   | 50 |
| <b>Fig.5.8.</b> Diagrama S-N de una pieza real sometida a tensión alternante con tensión media nula .....                    | 52 |
| <b>Fig.5.9.</b> Factor de acabado superficial en función del acabado superficial y de la resistencia ultima a tracción ..... | 54 |
| <b>Fig.5.10.</b> Diámetro efectivo para una sección rectangular .....  | 55 |
| <b>Fig.5.11.</b> Gráficas para la obtención de $K_t$ en barras sometidas a torsión y tracción .....                          | 57 |
| <b>Fig.5.12.</b> Sensibilidad a las ranuras para cargas de flexión y axiales alternantes .....                               | 58 |
| <b>Fig.5.13.</b> Sensibilidad a las ranuras para cargas de torsión alternantes .....   | 58 |
| <b>Fig.5.14.</b> Pieza con temple superficial .....  | 59 |
| <b>Fig.5.15.</b> Diagrama de esfuerzo senoidal .....   | 61 |
| <b>Fig.5.16.</b> Diagrama de fatiga con criterios de Goodman, Soderberg y Gerber ....  | 63 |
| <b>Fig.5.17.</b> Línea de carga en el diagrama de Goodman para vida infinita .....   | 64 |
| <b>Fig.6.1.</b> Pantalla principal de Abaqus con partes diferenciadas por colores .....                                      | 69 |
| <b>Fig.6.2.</b> Pantalla principal de Fe-Safe con partes diferenciadas por letras .....                                      | 74 |
| <b>Fig.7.1.</b> Cargas y dimensiones del problema “Eje empotrado” .....  | 77 |



|   |     |
|---|-----|
| <b>Fig.7.2.</b> Diagrama de momentos flectores .....  | 78  |
| <b>Fig.7.3.</b> Barra de sección circular con estrechamiento y entalles en flexión ....                                 | 80  |
| <b>Fig.7.4.</b> Sensibilidad a las ranuras para cargas de flexión y axiales .....<br>alternantes                        | 81  |
| <b>Fig.7.5.</b> Zona comprimida y zona traccionada en un eje .....  | 82  |
| <b>Fig.7.6.</b> Diagrama S-N .....  | 83  |
| <b>Fig.7.7.</b> Propiedades “Eje empotrado” .....   | 84  |
| <b>Fig.7.8.</b> Perfil de revolución del eje .....  | 85  |
| <b>Fig.7.9.</b> Definición de redondeos en las aristas vivas de cambio de sección .....                                 | 85  |
| <b>Fig.7.10.</b> Creación Datum point .....   | 86  |
| <b>Fig.7.11.</b> “Eje empotrado” modelado con Abaqus .....  | 86  |
| <b>Fig.7.12.</b> Pasos definición del material .....  | 87  |
| <b>Fig.7.13.</b> Asignación del material al eje .....   | 88  |
| <b>Fig.7.14.</b> Crear instancia del eje .....  | 89  |
| <b>Fig.7.15.</b> Creación de un paso .....  | 89  |
| <b>Fig.7.16.</b> Parámetros de salida. (a) Edit Output Resquests y (b)History .....<br>Output Resquests                 | 90  |
| <b>Fig.7.17.</b> Aplicación de la carga .....   | 91  |
| <b>Fig.7.18.</b> Aplicación de las condiciones de contorno .....  | 92  |
| <b>Fig.7.19.</b> Tamaño malla “Eje empotrado” .....   | 93  |
| <b>Fig.7.20.</b> “Eje empotrado” mallado .....  | 93  |
| <b>Fig.7.21.</b> Distribución de tensiones en el problema “Eje empotrado” .....   | 94  |
| <b>Fig.7.22.</b> Carga del modelo de elementos finitos en Fe-Safe .....   | 95  |
| <b>Fig.7.23.</b> Selección del conjunto de datos .....  | 96  |
| <b>Fig.7.24.</b> Propiedades del modelo de elementos finitos .....  | 96  |
| <b>Fig.7.25.</b> Selección del grupo de elementos para analizar .....   | 97  |
| <b>Fig.7.26.</b> Base de datos de materiales .....  | 98  |
| <b>Fig.7.27.</b> Configuración del análisis .....   | 98  |
| <b>Fig.7.28.</b> Acabado superficial o factor de concentración de tensiones .....                                       | 99  |
| <b>Fig.7.29.</b> Configuración de la carga .....  | 100 |
| <b>Fig.7.30.</b> Otras opciones de configuración del análisis .....   | 101 |
| <b>Fig.7.31.</b> Cálculo de Factor de Seguridad .....   | 101 |
| <b>Fig.7.32.</b> Tasa de fracaso o supervivencia .....  | 102 |
| <b>Fig.7.33.</b> Número de ciclos a fatiga del “Eje empotrado” (Sección A) .....  | 104 |
| <b>Fig.7.34.</b> Número de ciclos a fatiga del “Eje empotrado” (Sección B) .....  | 104 |
| <b>Fig.7.35.</b> Número de ciclos a fatiga del “Eje empotrado” (Sección C) .....  | 105 |
| <b>Fig.7.36.</b> Factor de seguridad del “Eje empotrado” .....  | 106 |
| <b>Fig.7.37.</b> Probabilidad de fallo del “Eje empotrado” variación de carga 10% .....                                 | 106 |
| <b>Fig.8.1.</b> Eje ferroviario sometido a estudio .....  | 111 |
| <b>Fig.8.2.</b> Perfil de revolución del “Eje ferroviario” .....  | 112 |
| <b>Fig.8.3.</b> Creación partición longitudinal. a) Ventana creación de plano, ....<br>b) Ventana creación de partición | 113 |
| <b>Fig.8.4.</b> Creación agujero lateral .....  | 114 |
| <b>Fig.8.5.</b> Detalle de taladro lateral .....  | 115 |
| <b>Fig.8.6.</b> “Eje ferroviario” con agujeros y taladros laterales .....   | 115 |
| <b>Fig.8.7.</b> “Eje ferroviario” completo modelizado en Abaqus .....   | 116 |
| <b>Fig.8.8.</b> “Eje ferroviario” sujeto a estudio .....  | 116 |
| <b>Fig.8.9.</b> Pasos definición del material del “Eje ferroviario” .....   | 117 |
| <b>Fig.8.10.</b> Asignación del material al “Eje .....<br>ferroviario”  | 118 |



|  |     |
|--|-----|
| <b>Fig.8.11.</b> Crear instancia del “Eje ferroviario” .....   | 118 |
| <b>Fig.8.12.</b> Pasos definición acción gravedad “Eje ferroviario” .....  | 120 |
| <b>Fig.8.13.</b> Pasos definición carga “Eje ferroviario” .....  | 121 |
| <b>Fig.8.14.</b> Pasos creación de restricciones “Eje ferroviario” .....   | 122 |
| <b>Fig.8.15.</b> “Eje ferroviario” con restricciones y cargas .....  | 122 |
| <b>Fig.8.16.</b> Distribución de la tensión de Von Misses con mallado global del “Eje ferroviario” ....  | 124 |
| <b>Fig.8.17.</b> Variables en el estudio de sensibilidad de la malla .....   | 125 |
| <b>Fig.8.18.</b> Secciones críticas del “Eje ferroviario” .....  | 128 |
| <b>Fig.8.19.</b> Distribución de la tensión de Von Misses del “Eje ferroviario” .....  | 128 |
| <b>Fig.8.20.</b> Desplazamientos en el eje X del “Eje ferroviario” .....   | 129 |
| <b>Fig.8.21.</b> Vida a fatiga para la Sección A .....   | 132 |
| <b>Fig.8.22.</b> Vida a fatiga para la Sección B .....   | 132 |
| <b>Fig.8.23.</b> Vida a fatiga para la Sección C .....   | 133 |
| <b>Fig.8.24.</b> Factor de seguridad del “Eje ferroviario” .....   | 134 |
| <b>Fig.9.1.</b> Detalle acotado de la Sección A en “Eje ferroviario 2” .....   | 139 |
| <b>Fig.9.2.</b> Detalle del cambio de la geometría en la Sección A. ....<br>a)”Eje ferroviario”, b)”Eje ferroviario 2”                           | 140 |
| <b>Fig.9.3.</b> Distribución de tensiones del “Eje ferroviario 2” .....  | 141 |
| <b>Fig.9.4.</b> Detalle de la distribución de tensiones en la Sección A. ....<br>a) “Eje ferroviario” y b) “Eje ferroviario 2”                   | 141 |
| <b>Fig.9.5.</b> Distribución de vida a fatiga “Eje ferroviario 2” .....  | 143 |
| <b>Fig.9.6.</b> Detalle de la vida a fatiga en la Sección A. a) “Eje ferroviario” y ....<br>b) “Eje ferroviario 2”                               | 143 |
| <b>Fig.9.7.</b> Factor de seguridad del “Eje ferroviario 2” .....  | 144 |
| <b>Fig.10.1.</b> Comparación entre “Eje ferroviario” y “Eje cilíndrico” .....  | 148 |
| <b>Fig.10.2.</b> Dimensiones grieta elíptica .....   | 149 |
| <b>Fig.10.3.</b> Level set method .....  | 150 |
| <b>Fig.10.4.</b> Dominio del contorno .....  | 151 |
| <b>Fig.10.5.</b> Elementos permisibles en XFEM. a) Tetraedro de primer orden, b) ....<br>Tetraedro de segundo orden, c) Hexaedro de primer orden | 153 |
| <b>Fig.10.6.</b> a) Parte con partición del eje y con tamaño de malla específica, ....<br>b) Una parte dividida en dos con una partición         | 154 |
| <b>Fig.10.7.</b> Análisis de las particiones .....   | 154 |
| <b>Fig.10.8.</b> Mallado en zona de partición de la grieta .....   | 155 |
| <b>Fig.10.9.</b> Mallado en zona de partición punta de la grieta. $h_{x1}$ , $h_{x2}$ .....  | 155 |
| <b>Fig.10.10.</b> Mallado en zona de partición punta de la grieta. $h_{x3}$ .....  | 156 |
| <b>Fig.10.11.</b> Dominio del contorno alrededor de la punta de la grieta .....  | 156 |
| <b>Fig.10.12.</b> Condición mallado .....  | 157 |
| <b>Fig.10.13.</b> Ángulo $\theta$ describiendo la posición a lo largo del frente de grieta ....  | 158 |
| <b>Fig.10.14.</b> Perfil de revolución del “Eje cilíndrico” .....  | 161 |
| <b>Fig.10.15.</b> Pasos definición del material del “Eje cilíndrico” .....   | 162 |
| <b>Fig.10.16.</b> Propiedades Grieta .....   | 162 |
| <b>Fig.10.17.</b> Modelización grieta elíptica .....   | 163 |
| <b>Fig.10.18.</b> Creación de instancias .....   | 164 |
| <b>Fig.10.19.</b> Creación plano referencia. a) Ventana creación de punto, ....<br>b) Ventana creación del plano                                 | 165 |
| <b>Fig.10.20.</b> “Eje cilíndrico” con particiones .....   | 165 |
| <b>Fig.10.21.</b> “Eje cilíndrico” con instancia de la grieta .....  | 166 |
| <b>Fig.10.22.</b> “Eje cilíndrico” con grieta posicionada .....  | 167 |



|  |     |
|--|-----|
| <b>Fig.10.23.</b> Edición de la grieta .....   | 167 |
| <b>Fig.10.24.</b> Edición del paso para el “Eje cilíndrico” .....  | 168 |
| <b>Fig.10.25.</b> Ayuda para la convergencia del análisis. a) Especificar Análisis .....<br>Discontinuo, b) Cambio del parámetro $I_A$ | 169 |
| <b>Fig.10.26.</b> Edición del histórico de salidas. a) Modelo completo y b) Grieta ....  | 170 |
| <b>Fig.10.27.</b> Pasos definición acción gravedad “Eje cilíndrico” .....  | 171 |
| <b>Fig.10.28.</b> Pasos definición carga “Eje cilíndrico” .....  | 171 |
| <b>Fig.10.29.</b> Pasos creación de restricciones “Eje cilíndrico” .....   | 172 |
| <b>Fig.10.30.</b> “Eje cilíndrico” con restricciones y cargas .....  | 173 |
| <b>Fig.10.31.</b> “Eje cilíndrico” con particiones de la estrategia de mallado .....   | 174 |
| <b>Fig.10.32.</b> Ventana History Output .....   | 175 |
| <b>Fig.10.33.</b> Ventana Operate on XY Data .....   | 176 |
| <b>Fig.10.34.</b> Pasos para obtener los resultados .....  | 176 |
| <b>Fig.10.35.</b> Obtención del FIT del Modo I de fractura .....   | 177 |
| <b>Fig.10.36.</b> Identificación de semielipses .....  | 179 |
| <b>Fig.14.1.</b> Plano del Eje ferroviario .....   | 216 |
| <b>Fig.14.2.</b> Eje ferroviario ampliado .....  | 217 |
| <b>Fig.14.3.</b> Detalle “X” del plano del eje ferroviario .....   | 218 |
| <b>Fig.14.3.</b> Detalle “U” del plano del eje ferroviario .....   | 218 |
| <b>Fig.14.4.</b> Detalle “Y” del plano del eje ferroviario .....   | 219 |
| <b>Fig.14.5.</b> Detalle “V” del plano del eje ferroviario .....   | 219 |







---

## ÍNDICE DE TABLAS

---

|  |     |
|--|-----|
| <b>Tabla 5.1</b> Coeficientes a y b para la obtención del factor $K_a$ .....                             | 53  |
| <b>Tabla 5.2</b> Factor de confiabilidad .....   | 56  |
| <b>Tabla 7.1</b> Unidades utilizadas en Abaqus .....   | 84  |
| <b>Tabla 7.2</b> Resultados de Tensión máxima mediante análisis analítico y ....<br>mediante Abaqus      | 107 |
| <b>Tabla 7.3</b> Resultados de vida a fatiga mediante análisis analítico y mediante ....<br>Fe-Safe      | 107 |
| <b>Tabla 8.1</b> Datos mallados globales .....   | 124 |
| <b>Tabla 8.2</b> Mallados precisos 1 ( $D_1=D_2=D_3=0,007$ m, $D_4=D_5=0,008$ m y ....<br>$D_6=0,009$ m) | 125 |
| <b>Tabla 8.3</b> Mallados precisos 2 ( $D_1=D_2=D_3=0,006$ m, $D_4=D_5=0,007$ m y ....<br>$D_6=0,008$ m) | 125 |
| <b>Tabla 8.4</b> Mallados precisos 3 ( $D_1=D_2=D_3=0,005$ m, $D_4=D_5=0,006$ m y ....<br>$D_6=0,007$ m) | 125 |
| <b>Tabla 8.5</b> Mallados precisos 4 ( $D_1=D_2=D_3=0,004$ m, $D_4=D_5=0,005$ m y ....<br>$D_6=0,006$ m) | 126 |
| <b>Tabla 8.6</b> Intervalos inspección “Eje ferroviario” .....   | 135 |
| <b>Tabla 9.1</b> Intervalos inspección “Eje ferroviario 2” .....   | 144 |
| <b>Tabla 10.1</b> Valores constantes para análisis de convergencia .....                                 | 179 |
| <b>Tabla 10.2</b> Valores variables para análisis de convergencia .....                                  | 180 |
| <b>Tabla 10.3</b> Valores variables para análisis de referencia .....                                    | 181 |
| <b>Tabla 10.4</b> Errores derivados de los análisis .....  | 190 |
| <b>Tabla.12.1</b> Línea temporal del proyecto .....  | 204 |





---

## ÍNDICE DE GRÁFICAS

---

|   |       |     |
|---|-------|-----|
| <b>Gráfica 8.1.</b> Comparación entre mallados globales y mallados precisos 1   | ..... | 126 |
| <b>Gráfica 8.2.</b> Comparación entre mallados globales y mallados precisos 2   | ..... | 126 |
| <b>Gráfica 8.3.</b> Comparación entre mallados globales y mallados precisos 3   | ..... | 127 |
| <b>Gráfica 8.4.</b> Comparación entre mallados globales y mallados precisos 4   | ..... | 127 |
| <b>Gráfica 10.1.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 1  | ..... | 182 |
| <b>Gráfica 10.2.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 1<br>ampliado                                  | ..... | 182 |
| <b>Gráfica 10.3.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 2  | ..... | 183 |
| <b>Gráfica 10.4.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 2<br>ampliado                                  | ..... | 183 |
| <b>Gráfica 10.5.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 3  | ..... | 184 |
| <b>Gráfica 10.6.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 3<br>ampliado                                  | ..... | 184 |
| <b>Gráfica 10.7.</b> FIT de referencia respecto a la posición del frente de la<br>grieta. Grupo 1                             | ..... | 185 |
| <b>Gráfica 10.8.</b> FIT de referencia respecto a la posición del frente de la<br>grieta. Grupo 1 ampliado                    | ..... | 185 |
| <b>Gráfica 10.9.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta.<br>Comparación entre Modelo 1 y Modelo 1.1           | ..... | 186 |
| <b>Gráfica 10.10.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta.<br>Comparación entre Modelo 2 y Modelo 2.1          | ..... | 186 |
| <b>Gráfica 10.11.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta.<br>Comparación entre Modelo 3 y Modelo 3.1          | ..... | 187 |
| <b>Gráfica 10.12.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta.<br>Comparación entre Modelo 3 y Modelo 3.1 ampliado | ..... | 187 |
| <b>Gráfica 10.13.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta.<br>Comparación entre Modelo 6 y Modelo 6.1          | ..... | 188 |
| <b>Gráfica 10.14.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta.<br>Comparación entre Modelo 6 y Modelo 6.1 ampliado | ..... | 188 |
| <b>Gráfica 10.15.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta.<br>Comparación entre Modelo 9 y Modelo 9.1          | ..... | 189 |
| <b>Gráfica 10.16.</b> FIT respecto a la posición del frente de la grieta.<br>Comparación entre Modelo 9 y Modelo 9.1 ampliado | ..... | 189 |
| <b>Gráfica 10.17.</b> Errores derivados de la comparación entre el modelo 1 y el<br>modelo 3.1                                | ..... | 191 |
| <b>Gráfica 10.18.</b> Errores derivados de la comparación entre el modelo 2 y el<br>modelo 3.1                                | ..... | 191 |
| <b>Gráfica 10.19.</b> Errores derivados de la comparación entre el modelo 3 y el<br>modelo 3.1                                | ..... | 192 |
| <b>Gráfica 10.20.</b> Errores derivados de la comparación entre el modelo 4 y el<br>modelo 6.1                                | ..... | 192 |
| <b>Gráfica 10.21.</b> Errores derivados de la comparación entre el modelo 5 y el<br>modelo 6.1                                | ..... | 193 |
| <b>Gráfica 10.22.</b> Errores derivados de la comparación entre el modelo 6 y el<br>modelo 6.1                                | ..... | 193 |
| <b>Gráfica 10.23.</b> Errores derivados de la comparación entre el modelo 7 y el<br>modelo 9.1                                | ..... | 194 |



---

|   |       |     |
|---|-------|-----|
| <b>Gráfica 10.24.</b> Errores derivados de la comparación entre el modelo 8 y el modelo 9.1 | ..... | 194 |
| <b>Gráfica 10.25.</b> Errores derivados de la comparación entre el modelo 9 y el modelo 9.1 | ..... | 195 |



## **Capítulo 1.**

# **OBJETIVOS Y CONTENIDOS DEL PROYECTO**

1.1.- MOTIVACIÓN.

1.2.- OBJETIVOS.

1.3.- FASES DEL DESARROLLO.

1.4.- CONTENIDOS.

## **1.1.- MOTIVACIÓN**

---

Los últimos años del siglo XX y los primeros del siglo XXI han traído consigo un aumento del ritmo de vida que ha producido un crecimiento de las necesidades en cuanto a consumo y necesidad de transporte. Este crecimiento ha propiciado la necesidad de la mejora de las infraestructuras existentes en todos los ámbitos del transporte.

Aquí encuentra su papel el ferrocarril, responsable del transporte de mercancías y personas, cada vez a ritmos más exigentes en cuanto a tiempos, cargas y distancias. Por ello, el tren ha de responder eficazmente a todas las solicitudes a las cuales se ve sometido, dentro de los márgenes admisibles de seguridad, calidad y costes de servicio. Es necesario por tanto, prestar atención a los diversos elementos mecánicos con el objeto de cumplir y mejorar las prestaciones antes mencionadas. Para lo cual se están realizando multitud de trabajos de investigación enfocados a este fin, entre los cuales, modestamente, se halla el presente proyecto.

Con el objetivo de fabricar componentes ferroviarios con propiedades mecánicas mejoradas, se realiza el análisis de la integridad estructural de los principales componentes ferroviarios, con objeto de prevenir su fallo en servicio, lo que está estrechamente ligado primero a la seguridad de la industria ferroviaria y segundo a sus costes.

Se pone así de manifiesto la importancia de realizar investigaciones en este contexto, con objeto de reducir los fallos en servicio y los riesgos asociados de descarrilamiento de los trenes, así como de reducir los costes asociados a estos servicios.

Además, la tendencia en los últimos años también es la de aumentar la densidad del tráfico ferroviario y la carga sobre los ejes, por lo que los citados problemas tienen cada vez más importancia.

En este trabajo se ha centrado el estudio sobre un eje de un tren de mercancías. Durante su vida útil se pueden producir diferentes defectos bajo las cargas de servicio, que pueden llegar a provocar un fallo catastrófico. De este modo, la integridad estructural de los ejes debe hoy día analizarse desde una filosofía de diseño de tolerancia al daño, asumiendo que en el curso de su servicio pueden formarse grietas y éstas deben poder ser detectadas antes de que alcancen su tamaño crítico mediante la planificación de programas de inspección apropiados.

Para llevar a cabo este proyecto se ha empleado un potente software que permite el diseño de elementos mecánicos. De esta manera se consigue una adaptación a la filosofía de trabajo, llevada a cabo hoy en día, en el sector de la ingeniería, que apuesta por hacer frente a los problemas de I+D del modo más eficaz y eficiente posible. No obstante, no se han abandonado las técnicas tradicionales de experimentación.



## 1.2.- OBJETIVOS

---

El objetivo principal del presente proyecto es el modelado y análisis de un eje ferroviario en Abaqus y estudiar las solicitaciones que sufre a fatiga mediante Fe-Safe, así como, el estudio del factor de intensidad de tensiones (Abaqus) en un eje que simule lo más fielmente posible, las características dadas en el eje ferroviario anteriormente estudiado.

La consecución del objetivo principal de este proyecto conlleva la superación de otros importantes objetivos, los cuales se detallan a continuación:

- ✓ Obtención de un modelo virtual que reproduzca el comportamiento de un eje de ferrocarril sano.
- ✓ Elaborar un modelo virtual que reproduciendo de forma aproximada las características dadas en el eje ferroviario permita la obtención del Factor de intensidad de tensiones (FIT) en el frente de una grieta.
- ✓ Aprendizaje y estudio del programa de elementos finitos Abaqus.
- ✓ Aprendizaje y estudio del software Fe-Safe.
- ✓ Creación de estrategia de mallado para obtener resultados convergentes en el estudio del FIT.

## 1.3.- FASES DEL DESARROLLO

---

En un proyecto de ingeniería hay que definir unas fases de desarrollo para la consecución del objetivo perseguido. Con esto somos capaces de planificar cada fase de manera independiente, o condicionada a una fase anterior, para así, en cada momento conocer la siguiente fase sobre la cual debemos actuar. En este caso, al tratarse de un proyecto de investigación, las fases son relativas, ya que en pleno proceso de investigación y desarrollo pueden surgir problemas y ser necesario el modificar las fases.

Para la consecución del objetivo perseguido se abordaron las siguientes fases:

- **Fase 1:** *Definición de objetivos.*

En esta primera etapa se plantea la motivación y los objetivos que se han de alcanzar. Es necesario entender el funcionamiento de los elementos a estudiar para plantear así objetivos realistas.



- **Fase 2:** *Búsqueda y Estudio de Documentos.*

En esta fase se lleva a cabo la búsqueda de información sobre ejes ferroviarios, proyectos análogos, artículos y libros relacionados con el tema que aquí se plantea, normas que se deben cumplir para el modelado y análisis de los ejes ferroviarios.

Además, la utilización de Abaqus y Fe-Safe, softwares con los que se realizan los diferentes análisis, conlleva un aprendizaje previo.

- **Fase 3:** *Modelado y Simulación por ordenador.*

Es en esta fase se modelan un eje empotrado, un diseño de eje ferroviario y un eje que simule características similares a la de un extremo del eje ferroviario. Además, también es una parte muy importante de esta fase, el estudio de la estrategia de mallado para el estudio de los FIT. Tras su simulación y obtención de datos se analizarán los mismos.

- **Fase 4:** *Obtención y Análisis de los resultados.*

Antes de las conclusiones finales, en esta etapa, se miden y analizan todos los parámetros de importancia obtenidos por el software y se procesan los resultados.

- **Fase 5:** *Conclusiones finales.*

En último lugar, se establecen unas reflexiones sobre el desarrollo del proyecto y el resultado final del mismo. Es decir, se presentan las conclusiones y las propuestas para trabajos futuros.

## 1.4.- CONTENIDO

---

Este proyecto se divide en 15 capítulos. El primero de ellos es el presente capítulo, en el que se hace una descripción de los objetivos y el contenido del proyecto.

A continuación tenemos los capítulos 2, 3, 4, 5 y 6, que es la parte teórica del proyecto, en cada uno de estos capítulos encontraremos;

- En el capítulo 2 una base teórica sobre la mecánica de la fractura.
- En el capítulo 3 se presenta una descripción del método de elementos finitos, así como, un resumen de los principios que se utilizan para la resolución de los problemas.



- En el capítulo 4 y 5 se desarrolla la teoría correspondiente a la fatiga.
- En el capítulo 6 se hace una breve descripción de los programas utilizados.

A partir de aquí podremos distinguir dos bloques, en el primer bloque se hace un estudio de los esfuerzos y de la fatiga a los que están sometidos los ejes de estudio en cada caso, y el segundo bloque hace referencia al estudio de grietas estacionarias en Abaqus.

El primer bloque engloba los capítulos 7, 8 y 9;

- En el capítulo 7 se hace en primer lugar un estudio analítico de un eje empotrado, para luego comparar los resultados obtenidos con los resultados que nos proporcionan los programas utilizados.
- En el capítulo 8 se analiza un eje ferroviario, esta parte incluye un estudio de sensibilidad de la malla, para asegurarse de que los resultados son lo más fiables posible.
- En el capítulo 9 se analiza el eje ferroviario anteriormente estudiado con una variante en el diseño.

El segundo bloque al que se hacía referencia incluye el capítulo 10 en el cual se realiza un estudio del FIT para grietas estacionarias en Abaqus.

Le sigue el capítulo 11 en el que se incluyen las conclusiones y la recomendación de posibles trabajos futuros y el capítulo 12 en el que se detalla el presupuesto general.

Por último, se presenta el capítulo 13 donde se muestran algunas referencias y la bibliografía utilizada. Y finalmente, en el capítulo 14 aparecen unos anexos donde se ofrece el plano del eje con los detalles de fabricación.



## **Capítulo 2.**

# **MECÁNICA DE LA FRACTURA**

2.1.- FUNDAMENTOS DE LA FRACTURA.

2.2.- MECÁNICA DE LA FRACTURA ELÁSTICO LINEAL (MFEL).

## 2.1.- FUNDAMENTOS DE LA FRACTURA

Los factores que con más frecuencia se encuentran como generadores de fallo o como reductores del tiempo de servicio de los componentes se deben fundamentalmente a diseños defectuosos y a elecciones incorrectas de los materiales, además de los efectos que producen procesos de fabricación inadecuados, tratamientos deficientes, montajes imperfectos o condiciones de servicio diferentes a las proyectadas. El análisis de fallos en servicio tiene gran importancia, ya que permite alcanzar un conocimiento real de las posibilidades que presenta cada material para alcanzar determinadas aplicaciones. Analizar los fallos en servicio es muy complejo, pues en muchos casos las circunstancias por las que se producen son ajenas al componente en el que ha tenido lugar el fallo e incluso al mecanismo por el que se ha producido.

### 2.1.1.- Clasificación de los fallos

Hay una amplia gama de clasificaciones de fallo. Se presentan los que tienen que ver con los distintos tipos de solicitaciones mecánicas que se dan durante el tiempo en servicio y con el tipo de fractura que se observa en el componente.

#### a) Según la solicitación

Se pueden clasificar los fallos según el modo de aplicación de la carga y el tipo de solicitación que los ha provocado. La carga puede ser tanto estática como variable:

- Para cargas estáticas, puede suceder que el componente se encuentre bajo tracción, compresión, torsión, cizalladura o cualquiera de las posibles combinaciones entre ellas. Las fracturas que suceden con este tipo de carga también son estáticas, viéndose muy afectadas por la temperatura alcanzada y por el tiempo de servicio.
- Para cargas variables, si además se repite cíclicamente, la fractura será del tipo dinámica y se medirá el número de ciclos en el que varían las cargas. Si se combinan de manera necesaria la carga, el tiempo y la temperatura, se puede llegar a producir la fluencia del material.

#### b) Según el tipo de fractura

Otra clasificación posible corresponde al tipo de fractura, que puede presentar tres órdenes de magnitud diferentes; nivel atómico, nivel microscópico y nivel macroscópico.

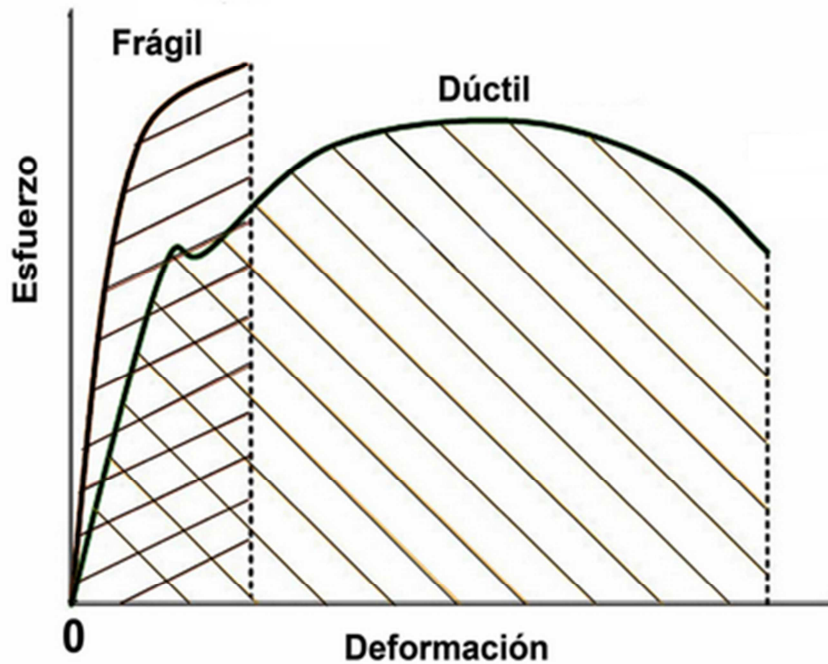
- A *nivel atómico*, el comportamiento del material se analiza mediante la teoría de dislocaciones para todos aquellos fenómenos de deformación. Desde el punto de vista del análisis de los fallos que se producen en servicio, apenas aporta algo a efectos prácticos, aunque es necesario conocer la existencia de los planos de deslizamiento y el papel que juegan en el desarrollo de la deformación plástica.

Los planos de deslizamiento son los de mayor densidad atómica, existiendo direcciones preferenciales de deslizamiento, que son las más compactas del plano. Si la fractura se produce a través de las fronteras de grano, la influencia que ejercen los distintos tipos de partículas precipitadas sobre ellas tiene una gran trascendencia en el proceso de fractura.

- A *nivel microscópico*, las fracturas se pueden clasificar en dos grandes grupos: intercristalinas y transcristalinas.
  - Las fracturas intercristalinas consisten básicamente en la descohesión entre granos a través de sus bordes; previamente a la fractura, además, los granos pueden experimentar microdeformación plástica en sus superficies.
  - Las fracturas transcristalinas se pueden dividir en una serie de grupos que dependen de los distintos mecanismos de fractura o del aspecto morfológico que presenta la propia superficie de rotura que, a su vez, también depende del tipo de esfuerzos experimentados o de las características intrínsecas del material.
- Por último, a *nivel macroscópico* las fracturas se pueden clasificar en los siguientes grupos:
  - *Dúctil por carga estática*: Este tipo de fractura implica deformación plástica por deslizamiento, produciéndose gran absorción de energía y elevado alargamiento. En función del tipo de carga puede ser de tracción, de flexión, de cizalladura o de torsión.
  - *Frágil por carga estática*: Se produce por el crecimiento de grietas en planos normales a la dirección de la carga, caracterizándose por presentar escasa deformación plástica.
  - *Frágil por carga estática mantenida*: Se distingue entre corrosión-tensión, fragilización por hidrógeno, fragilización por metal líquido y fragilización por irradiación neutrónica.
  - *Fatiga*: Se dividen: en alto y bajo número de ciclos cuando sólo se tiene en cuenta el efecto mecánico; en fatiga-corrosión y fatiga-temperatura, cuando se combinan los esfuerzos mecánicos que tienen lugar por fatiga con la corrosión o temperatura.

### 2.1.2.- Mecanismos de fractura

En los materiales ingenieriles se presentan básicamente dos tipos de fractura: frágil y dúctil. Esta clasificación está basada en la capacidad del material para experimentar deformación plástica, es decir, deformación permanente en la cual el material no vuelve a su forma original tras retirar la carga aplicada. En la Fig.2.1 podemos apreciar la diferencia entre la curva tensión-deformación de un material frágil y otro dúctil.

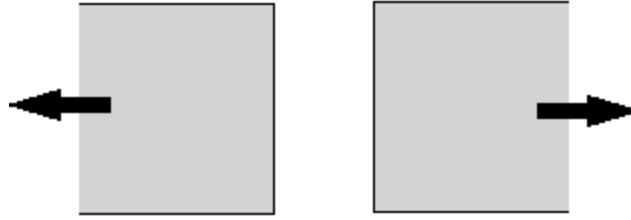


*Fig.2.1. Curvas tensión-deformación para materiales frágiles y dúctiles*

Se desarrollan a continuación las diferencias entre estos dos tipos de fractura.

#### 2.1.2.1.- Fractura frágil

La fractura frágil ocurre por propagación rápida de una grieta o fisura, sin que haya una deformación plástica apreciable. Normalmente ocurre a lo largo de planos cristalográficos específicos denominados planos de fractura que son perpendiculares a la tensión aplicada. La mayoría de las fracturas frágiles son transgranulares o sea que se propagan a través de los granos. Pero si los límites de grano constituyen una zona de debilidad, es posible que la fractura se propague intergranularmente. Las bajas temperaturas y las altas deformaciones favorecen la fractura frágil. En la Fig.2.2 se muestra el esquema de una fractura frágil sin deformación plástica, como se puede observar se produce una superficie de fractura relativamente plana.

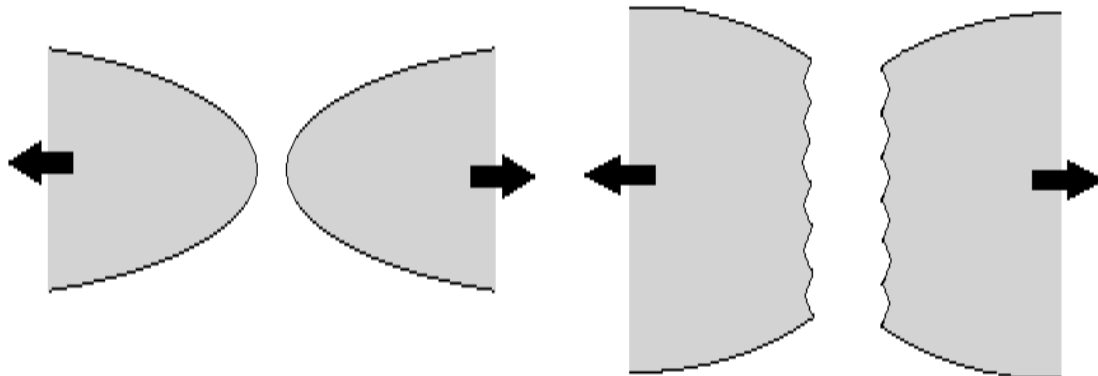


*Fig.2.2. Fractura frágil sin ninguna deformación plana*

#### 2.1.2.2.- Fractura dúctil

La fractura dúctil tiene lugar bajo una intensa deformación plástica. La fractura dúctil comienza con la formación de un cuello y la formación de cavidades dentro de la zona de estrangulamiento. Luego las cavidades se fusionan en una grieta en el centro de la muestra y se propaga hacia la superficie en dirección perpendicular a la tensión aplicada. Cuando se acerca a la superficie, la grieta cambia su dirección a 45° con respecto al eje de tensión y resulta una fractura de cono y embudo.

En la siguiente Fig.2.3 se muestran dos tipos de fracturas dúctiles:



*Fig.2.3. Esquema de una (a) fractura muy dúctil y una (b) moderadamente dúctil después de una cierta estricción*

La configuración mostrada en la Fig.2.3.a se encuentra en metales muy blandos, tales como oro y plomo a temperatura ambiente, y en otros metales, polímeros y vidrios inorgánicos a temperaturas elevadas. Estos materiales son muy dúctiles y se rompen cuando la estricción se reduce prácticamente a un punto, presentando una reducción de área virtualmente igual al 100%.

Sin embargo, el tipo más común de perfil de fractura a tracción en los materiales dúctiles es el representado en la Fig.2.3.b en la cual la fractura es precedida por sólo una cantidad moderada de estricción.



## 2.2.- MECÁNICA DE LA FRACTURA ELÁSTICO LINEAL (MFEL)

La teoría de la elasticidad tiene como propósito ilustrar procedimientos analíticos con el fin de desarrollar ecuaciones constitutivas para predecir el fallo de sólidos sin imperfecciones. Sin embargo cuando los sólidos tienen defectos o fisuras, las ecuaciones de la teoría de la elasticidad no tienen en cuenta el fenómeno de concentración de tensiones en los extremos de una grieta, por ello es necesario utilizar los principios de la Mecánica de la Fractura.

La Mecánica de la Fractura [Martín, Martínez, 1999] es una materia que data de principios del siglo XX. A. A. Griffith [1920] es considerado el padre de esta disciplina, en concreto de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (MFEL), que trata de predecir la rotura de materiales frágiles con apenas plasticidad.

La Mecánica de la Fractura Elástica Lineal [Barsom, Rolfe, 1987] se basa en un procedimiento analítico que relaciona la magnitud y distribución del campo de tensiones en las proximidades del vértice de la grieta con la tensión nominal aplicada al miembro estructural, con el tamaño, forma y orientación de la grieta o fisura, y las propiedades del material.

Se establece que todas las alteraciones producidas por la rotura están concentradas en una zona próxima al frente de la grieta o fisura, comportándose el resto del sólido de manera elástica lineal. Dichas alteraciones están caracterizadas por el parámetro  $K$ , conocido como Factor de Intensidad de Tensiones (FIT). Este parámetro,  $K$ , está relacionado con el nivel de tensión nominal ( $\sigma$ ) en el miembro y con el tamaño de la presente fisura ( $a$ ). Así, todos los elementos estructurales que tienen defectos se pueden clasificar según los distintos niveles de  $K$ , de forma análoga a la situación en la que elementos sin fallos estructurales o mecánicos se pueden clasificar según los niveles de tensión diferentes,  $\sigma$ .

El fallo de la mayoría de los componentes estructurales o mecánicos es causado por la propagación de fisuras. La magnitud y la distribución del campo de esfuerzos en las proximidades del frente de la fisura es esencial para determinar la seguridad y la fiabilidad de las estructuras. Una evaluación cuantitativa de la seguridad y fiabilidad de las estructuras es posible debido a que la mecánica de la fractura se basa en el análisis tensional del componente sometido a estudio.

### 2.2.1.- Modos de fractura

Para establecer los métodos de análisis de esfuerzos en busca de grietas en sólidos elásticos, es conveniente definir tres tipos de movimientos relativos de las dos superficies de la fisura. Esto conduce a la definición de los llamados Modos de fractura, según el movimiento relativo de los labios de la fisura. En la Fig.2.4 se muestran los tres modos de fractura;

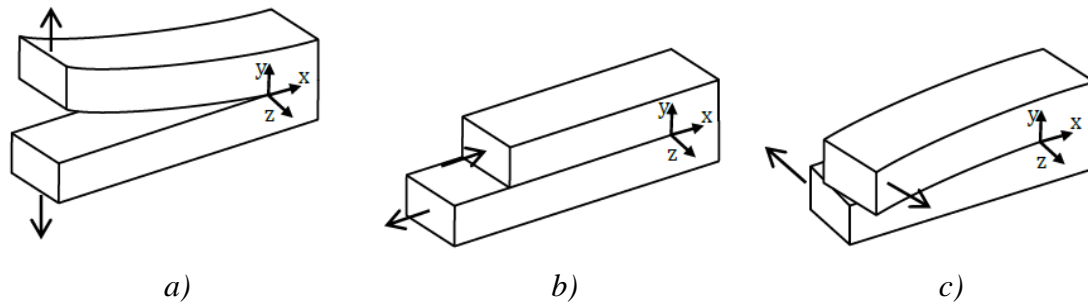


Fig.2.4. Modos de Fractura mecánica

- a) **Modo I:** Modo de apertura, en el que los esfuerzos tensionales son perpendiculares a la fisura.
- b) **Modo II:** Modo de cizallamiento, donde los esfuerzos son paralelos a las caras de la fisura y perpendiculares al frente de fisura, pero con sentidos opuestos.
- c) **Modo III:** Modo de rasgado, en el cual los esfuerzos son paralelos a las caras y al frente de la fisura, pero con sentidos opuestos.

En el modo de apertura, Modo I, las dos superficies de fractura son desplazadas perpendicularmente entre sí en direcciones opuestas. Cada uno de estos modos de deformación corresponde a un tipo básico de campo de esfuerzos en las proximidades de los frentes de la fisura. En cualquier problema, las deformaciones en el frente de fisura pueden ser tratadas como uno, o una combinación de estos modos de desplazamientos locales. Además, el campo de esfuerzos en dicho frente puede ser tratado como uno, o una combinación de los tres tipos básicos de campos de tensiones. La mayoría de fallos en componentes mecánicos se deben a desplazamientos correspondientes al Modo I, por lo tanto, es el modo que se hace hincapié en este estudio, ya que como se ha explicado anteriormente, la flexión del eje provoca unas solicitaciones que se corresponderían con el Modo I de fractura.

### 2.2.2.- Factor de intensidad de tensiones

Los parámetros  $K_I$ ,  $K_{II}$  y  $K_{III}$  [Irwin, 1957] son los Factores de Intensidad de Tensiones (FIT) en los Modos I, II y III, respectivamente, y caracterizan completamente los campos de tensiones y desplazamientos en las proximidades del frente de fisura. Dichos FIT en los tres modos, en general, dependerán de las solicitaciones impuestas, de la geometría del sólido y el tamaño de la grieta.

### 2.2.2.1- Tensiones y desplazamientos en el frente de fisura:

Basándose en los estudios desarrollados por Westergaard [1939], Irwin [1957] se encontró que los campos de tensiones y desplazamientos en la zona del frente de una fisura que se propaga según el Modo I de deformación, en función del factor de intensidad de tensiones en dicho modo,  $K_I$ , están dados por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (2.2)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2.3)$$

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - 2\nu + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 - 2\nu - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

$$u_z = 0 \quad (2.5)$$

En la siguiente Fig.2.5 se muestra el sistema de coordenadas y el tensor de tensiones en el extremo de la fisura.

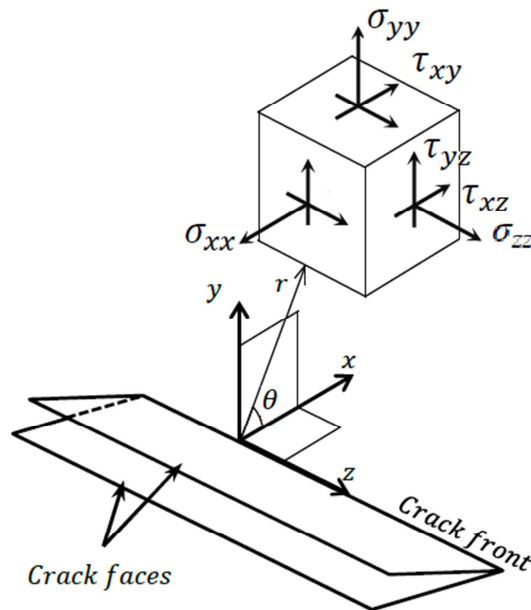


Fig.2.5. Sistema de coordenadas y tensor de tensiones en el extremo de la fisura

Siendo (Fig.2.5)  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$  y  $\tau_{yz}$  las componentes del tensor de tensiones;  $u_x$ ,  $u_y$  y  $u_z$  son los desplazamientos en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ ;  $r$  y  $\theta$  las coordenadas polares;  $K_I$  es el FIT en el Modo I;  $\nu$  es el coeficiente de Poisson,  $G$  el módulo de elasticidad transversal. Nótese que estas ecuaciones representan el caso de deformación plana, ya que al tratarse del Modo I de fractura,  $u_z=0$ .

Estas ecuaciones de campo muestran que la distribución de las tensiones elásticas y de deformación en las proximidades del frente de fisura son invariantes en todos los elementos mecánicos sometidos a un determinado modo de deformación. Por tanto la magnitud del campo de tensiones elásticas puede ser descrita por un solo término, el factor de intensidad de tensiones correspondiente al Modo I, II o III, según cual sea el caso. En consecuencia, la tensión aplicada, la forma y el tamaño de la fisura, y la configuración estructural, asociada con los componentes estructurales sometidos a un determinado modo de deformación afectará al valor del factor de intensidad de tensiones pero no a la distribución del campo de tensiones. El análisis dimensional de las ecuaciones indica que el factor de intensidad de tensiones debe ser linealmente proporcional con la tensión y debe estar directamente relacionada con la raíz cuadrada de una longitud característica. Basándose en el análisis original de Griffith de los componentes de vidrio fisurados, esta longitud característica sería la longitud de la fisura. En consecuencia, la magnitud del factor de intensidad de tensiones debe estar directamente relacionada con la magnitud de la tensión nominal aplicada,  $\sigma$ , y la raíz cuadrada de la longitud de la fisura,  $a$ . De tal manera que la expresión del factor de intensidad de tensiones para cualquier caso tiene la forma:

$$K = \sigma \cdot \sqrt{a} \cdot f(g) \quad (2.6)$$

Donde  $f(g)$  es un parámetro geométrico adimensional, objeto de numerosas investigaciones [Paris, Sih, 1965; Tada, Paris, Irwin, 1973; Sih, 1973], que depende de la forma concreta del elemento de estudio y la geometría de la fisura que contiene.

Según Barsom y Rolfe [1987] uno de los aspectos más importantes del factor de intensidad de tensiones,  $K_I$ , es que relaciona el campo de esfuerzos local sobre la fisura de un elemento estructural, con la tensión nominal aplicada a ese mismo componente estructural, libre de fisuras. En concreto, en la Fig.2.5 se muestran las tensiones en una fisura. La mayoría de las fracturas frágiles se producen en condiciones de Modo I de carga. En consecuencia, la tensión de interés primario en la Fig.2.5 y en la mayoría de las aplicaciones prácticas es  $\sigma_{yy}$ . Para que  $\sigma_{yy}$  sea máxima, en la ecuación 2.1, se tiene que  $\theta = 0$ , y por lo tanto:

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (2.7)$$

Según aumenta  $r$  (alejamiento del frente de fisura) se observa que la tensión  $\sigma_{yy}$  disminuye, manteniéndose el factor de intensidad de tensiones  $K_I$  constante. De esta manera,  $K_I$  describe el campo de esfuerzos alrededor de una fisura.

Reordenando esta última expresión, resulta que;

$$K_I = \sigma_{yy} \sqrt{2\pi r} \quad (2.8)$$

Por lo tanto, el  $K_I$  describe la intensidad del campo de tensiones en una fisura en cualquier elemento estructural, siempre y cuando el parámetro geométrico apropiado,  $f(g)$ , se pueda determinar. Nótese que las unidades de  $K_I$  son  $[\text{Pa} \cdot (\text{m})^{1/2}]$ , unidades de tensión multiplicadas por la raíz cuadrada de la distancia.

#### 2.2.2.2- Deformación en el frente de fisura

Las ecuaciones del campo de tensiones y desplazamientos [2.1-2.5] muestran que la tensión elástica en la proximidad del frente de la fisura, es decir, cuando  $r \ll a$ , puede ser muy grande. En realidad, dichas magnitudes de gran tensión no se producen porque el material en esta región se somete a una deformación plástica, creando así una zona plástica que rodea el frente de fisura. En la Fig.2.6 [Barsom, Rolfe, 1987] se muestra una representación esquemática del cambio en la distribución de la componente  $y$  de la tensión causada por la deformación plástica localizada en la proximidad de la punta de la grieta:

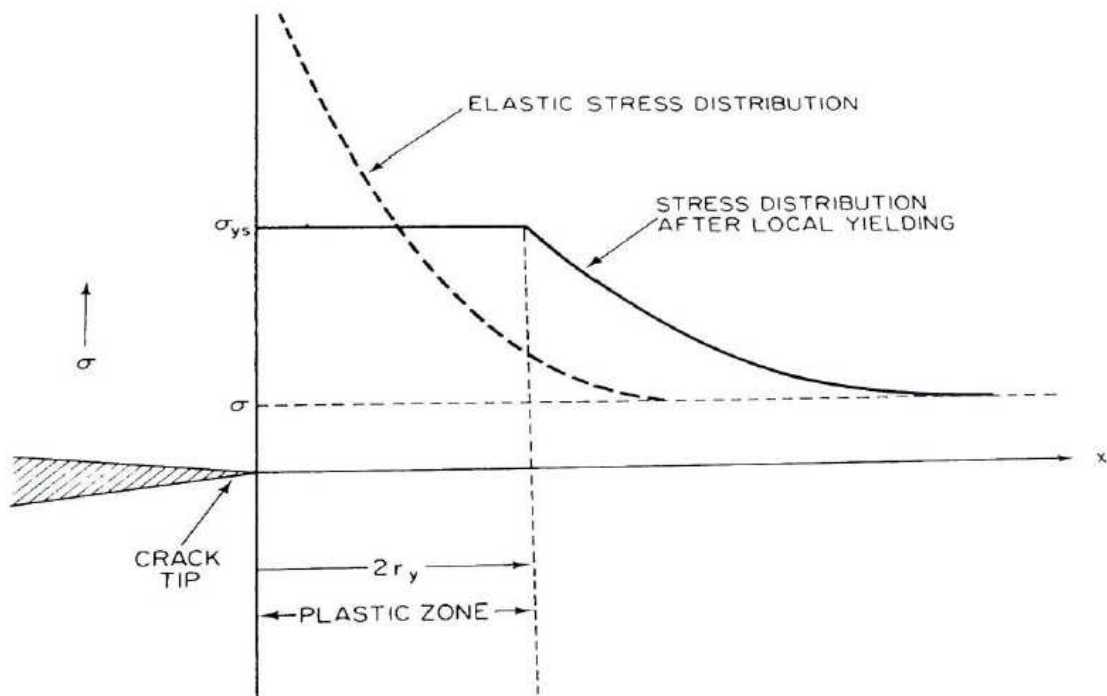


Fig.2.6. Distribución de la componente de la tensión  $\sigma_y$  en la región del frente de fisura.

El tamaño de la zona plástica,  $r_y$ , puede estimarse a partir de las ecuaciones del campo de tensiones tratando el problema en uno de los planos de tensión y estableciendo la componente  $y$  de la tensión,  $\sigma_y$ , igual a su límite elástico,  $\sigma_{ys}$ , lo que resulta [Irwin, 1960]:

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (2.9)$$

Esta corrección del factor de la zona plástica,  $r_y$ , solamente es válida para pequeñas regiones plásticas.

### 2.2.2.3-Tenacidad de fractura

Uno de los principios fundamentales de la mecánica de la fractura es que la fractura inestable ocurre cuando el factor de intensidad de tensiones en el frente de la fisura,  $K$ , alcanza un valor crítico. Para el Modo I de deformación y para pequeñas fisuras con deformación plástica (en condiciones de deformación plana), el factor de intensidad de tensiones crítico para la inestabilidad de la fractura se denomina  $K_{Ic}$ . Determina la capacidad de un material para soportar un campo de tensiones en el frente de fisura y para resistir la extensión progresiva de la misma por la tracción. Así,  $K_{Ic}$  representa la Tenacidad a la Fractura de un material, mientras que el  $K_I$  representa la intensidad de la tensión de una fisura en cualquier material.

En general, el  $K_I$  debe mantenerse por debajo del  $K_{Ic}$  en todo momento, para evitar la fractura en los componentes con defectos de la misma manera en que, en los elementos sin fisuras se mantiene la tensión nominal,  $\sigma$ , por debajo de  $\sigma_{ys}$ .

De modo que, el criterio local de fractura en el Modo I es el siguiente:

$$K_I \geq K_{Ic} \quad (2.10)$$



## **Capítulo 3.**

# **MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS**

3.1.- INTRODUCCIÓN.

3.2.- CONCEPTOS BÁSICOS DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

3.3.- EVALUACIÓN DEL CONTORNO INTEGRAL.

3.4.- MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EXTENDIDOS (XFEM).



### 3.1.- INTRODUCCIÓN

---

Una de las herramientas de cálculo y resolución numérica de problemas por ordenador más potente utilizadas en el ámbito de la ingeniería es el Método de los Elementos Finitos (MEF). Con la ayuda de este sistema se pueden resolver multitud de casos que por medio de métodos tradicionales serían casi imposibles de realizar. Asimismo, el MEF no obliga a la construcción de prototipos que deben ser ensayados y cuyas mejoras se realizan de forma iterativa, por este motivo, para la industria conlleva un gran ahorro económico y de tiempo.

Este método permite simular un modelo del sistema real más fácil de modificar y más barato que un prototipo; con todo esto, no hay que olvidar que se trata de una aproximación de la realidad debido a las hipótesis básicas del método. Por ello, los prototipos continúan siendo necesarios, aunque en menor medida, ya que el modelo simulado puede acercarse bastante al diseño óptimo. El acercamiento al diseño dependerá de la complejidad de la geometría, de las condiciones del contorno del modelo y del manejo correcto del programa.

### 3.2.- CONCEPTOS BÁSICOS DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

---

El método consiste en la transformación de modelos o cuerpos continuos, en un modelo discreto aproximado, esta transformación recibe el nombre de discretización del modelo.

La pieza se divide en un número finito de pequeñas partes denominadas elementos. Los elementos se encuentran interconectados entre ellos por una serie de puntos llamados nodos. Variables características como las propiedades del material del que está fabricada la pieza y las ecuaciones que rigen su comportamiento, son consideradas individualmente sobre dichos elementos. Un sistema continuo complejo tiene infinitos grados de libertad y está regido por un sistema de ecuaciones diferenciales. Gracias la MEF se convierte en un sistema de elementos con un número finito de grados de libertad, cuyo comportamiento se rige por un sistema de ecuaciones lineales o no lineales.

Se pueden distinguir en todos los sistemas que se pueden analizar por el MEF:

- *Dominio*: Es el espacio geométrico donde se definirá el modelo.
- *Condiciones de contorno*: Son variables conocidas que condicionan el cambio del sistema; cargas, apoyos, etc.
- *Incógnitas*: Son las variables desconocidas objetivo del estudio que se calculan tras la actuación de las condiciones de contorno sobre el sistema. Pueden ser tensiones, desplazamientos, etc.

Una vez conocidos estos conceptos se podrá decir que se discretiza el modelo en subdominios (elementos). El modelo se dividirá en elementos según convenga; para un modelo lineal se dividirá en los elementos correspondientes mediante puntos, para un modelo bidimensional mediante líneas y para uno tridimensional mediante superficies imaginarias, de forma que el dominio total en estudio se aproxime mediante el conjunto de elementos que lo subdivide.

En este método se pueden distinguir tres etapas que sigue el proceso:

1. Preproceso: Consiste en la elaboración del modelo que se simula, definiendo el dominio y las condiciones de contorno.
  - ✓ Diseño geométrico del modelo.
  - ✓ Propiedades de los materiales empleados.
  - ✓ Sistema de cargas exteriores y demás condiciones de contorno.
  - ✓ Discretización del modelo. Mallado del dominio.
2. Resolución: Aquí se realizan las operaciones de cálculo necesarias para la obtención de las soluciones deseadas.
  - ✓ Selección del tipo de cálculo a realizar.
  - ✓ Configuración de los parámetros de cálculo, intervalos de tiempo y número de iteraciones.
  - ✓ Transferencia de las cargas al modelo, generación de funciones de forma, ensamblaje de la matriz de rigidez, resolución de sistemas de ecuaciones y obtención de la solución.
3. Postproceso: En este paso se realiza la representación de los resultados.

---

### 3.3.- EVALUACIÓN DEL CONTORNO INTEGRAL

---

Los factores de intensidad de tensiones pueden ser calculados a partir de la integral J con el llamado método integral de interacción. La integral J es un método integral de contorno para el cálculo de la velocidad de liberación de energía de deformación, es la energía disipada durante la fractura por unidad de área de la superficie de fractura creada. Esta medida, por lo tanto, es de especial interés en la mecánica de la fractura ya que la energía puede estar relacionada con el crecimiento de grietas. El método integral de interacción es una extensión de la integral J, en donde la integral J es calculada para los modos puros. Por lo tanto, el cálculo de la integral J para un frente de grieta en las tres dimensiones se describe en el Apartado 3.3.1 y se extiende a continuación con el método integral de interacción para extraer los factores de intensidad de tensiones en el Apartado 3.3.2.

### 3.3.1.- Integral $J$

La integral  $J$  se definirá en un primer momento para un contorno integral en dos dimensiones (Fig.3.1a). Esta puede extenderse luego a tres dimensiones, que es usado en el método integral de interacción para extraer los factores de intensidad de tensiones.

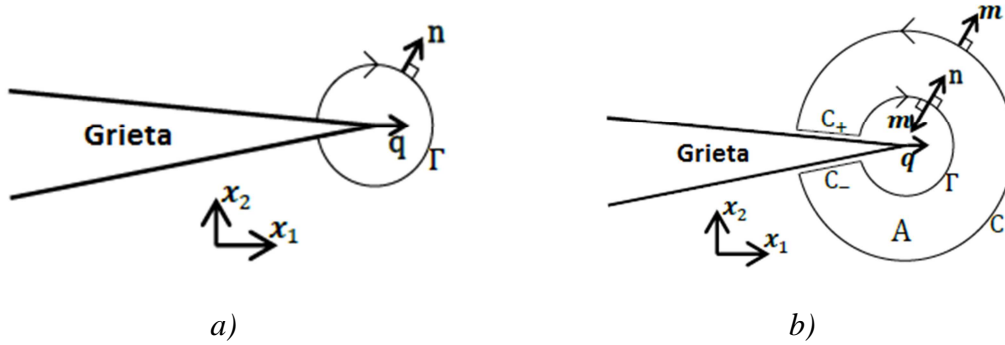


Fig.3.1. Contornos integrales. a) Contorno integral de 2D. b) Contorno integral cerrado 2D

La integral  $J$  en dos dimensiones se define para un modelo cuasi-estático como (1):

$$J = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} n \cdot H \cdot q \, d\Gamma \quad (3.1)$$

siendo  $\Gamma$  el contorno en torno a la punta de la grieta,  $d\Gamma$  es el arco de incremento en  $\Gamma$ ,  $n$  es el punto exterior normal al contorno,  $q$  es el vector unidad en la dirección virtual de extensión de la grieta.  $H$  se define de acuerdo con:

$$H = WI - \sigma \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.2)$$

donde  $W$  es la energía de deformación elástica,  $I$  es el tensor identidad,  $\sigma$  es el tensor de tensiones de Cauchy y  $u$  es el vector desplazamiento. La energía de deformación se puede ampliar para incluir la respuesta del material elastoplástico, pero en este trabajo tan sólo se considera la elasticidad.

El contorno  $\Gamma$  está conectado con las dos caras de la grieta y cierra a la punta de la grieta. Esto se muestra esquemáticamente en la Fig.3.1a. El contorno se reduce de modo que tan sólo incluye a la punta de la grieta ( $\Gamma \rightarrow 0$  en (3.1)). El punto normal al contorno  $n$  está localizado a lo largo de todo el contorno y el vector unidad en la dirección virtual de extensión de la grieta  $q$  está localizado en la punta de la grieta. Se debe señalar que la integral  $J$  es independiente del camino para los materiales elásticos en ausencia de fuerzas de cuerpos y tracciones en la superficie de la grieta (1).

Esto significa que el contorno no tiene por qué ser reducido a la punta de la grieta pero pueden ser especificados en cualquier lugar que encierre a la punta de la grieta.

El contorno integral de 2D puede ser redefinido en un contorno integral cerrado en 2D:

$$J = \oint_{C+C_++\Gamma+C_-} m \cdot H \cdot \bar{q} d\Gamma - \int_{C_++C_-} t \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \bar{q} d\Gamma \quad (3.3)$$

donde los segmentos integrales están definidos como un contorno cerrado que se ha extendido a  $\Gamma$  (Fig.3.1b). El contorno continúa siendo el mismo,  $C_+$  y  $C_-$  son los contornos a lo largo de la cara de la grieta y  $C$  cierra los contornos desde  $C_+$  y  $C_-$  hasta la punta de la grieta. El vector unidad  $m$  será introducido aquí como punto normal exterior al contorno  $C$ , de forma que para  $\Gamma$  la normal  $m = -n$ . Aquí también aparece una función de ponderación  $\bar{q}$  que será introducida como vector unidad en la dirección virtual de extensión de la grieta,  $\bar{q} = q$  en  $\Gamma$ , y desapareciendo en  $C$ ,  $\bar{q} = 0$ . En la ecuación (3.3),  $t$  es la tracción en la superficie de la grieta,  $t = m \cdot \sigma$ . La tracción en la superficie de la grieta no se considera en este trabajo y, por tanto, el segundo término de la integral  $J$  se descartará a partir de ahora.

La integral  $J$  puede transformarse ahora en un dominio integral con el teorema de divergencia (1).

$$J = \int_A \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) \cdot (H \cdot \bar{q}) dA \quad (3.4)$$

donde  $A$  es el area del dominio encerrado por el contorno cerrado, y  $dA$  es un segmento infinitesimal de área.

Introduciendo la ecuación de equilibrio,

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} \right) \cdot \sigma + f = 0 \quad (3.5)$$

y el gradiente de la energía de deformación para un material homogéneo con parámetros del material constantes,

$$\frac{\partial W(\epsilon^m)}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial \epsilon^m} : \frac{\partial \epsilon^m}{\partial x} = \sigma : \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \quad (3.6)$$

Finalmente la integral  $J$  puede ser reescrita en su forma final (1) como;

$$J = - \int_A \left[ H: \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + \left( f \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \cdot \bar{q} \right] dV \quad (3.7)$$

donde  $\epsilon^m$  es la deformación mecánica y  $f$  es la fuerza del cuerpo por unidad de volumen. La influencia térmica no se considera en estos análisis.

Las dos dimensiones de la integral  $J$  (ecuación (3.1)) pueden extenderse a tres para el frente de la grieta donde la integral  $J$  está definida como punto conocido con respecto a la variable paramétrica  $s$  a lo largo del frente de la grieta,  $J(s)$ , como se ve en la Fig.3.2a (1). Los cálculos en tres dimensiones se hacen de una manera similar a la del caso bidimensional, pero la tasa de liberación de energía para el frente de la grieta se calcula inicialmente con respecto a un segmento finito de la grieta, que se denota como  $\bar{J}$ . Esto es luego usado para obtener el punto conocido para la tasa de liberación de energía  $J(s)$  para cada conjunto de nodos a lo largo de la punta de la grieta.

Este procedimiento se hace mediante definición de una variable paramétrica a lo largo del frente de la grieta con un sistema de coordenadas local. El sistema de coordenadas cartesianas local se configura en el frente de la grieta con respecto a  $s$ , como se ve en la Fig.3.2a. El eje,  $x_3$ , se define tangencial a la grieta,  $x_2$  está definido perpendicularmente al plano de la grieta, y  $x_1$  es normal al frente de la grieta. Con esta formulación  $x_1$  siempre estará dirigida hacia adelante en el frente de la grieta y será paralelo al plano de la grieta coincidiendo para una propagación recta de la misma con la extensión del frente de la grieta. Además,  $x_1$  junto con  $x_2$  se extiende por un plano perpendicular al frente de la grieta. Por lo tanto,  $J(s)$  esta descrito en el plano  $x_1x_2$ .

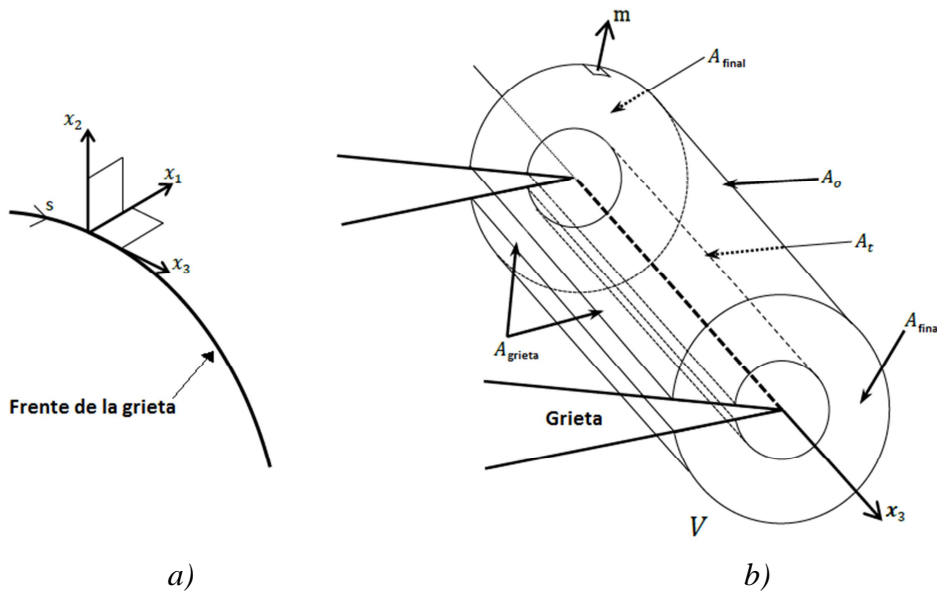


Fig.3.2. a) Sistema de coordenadas local para  $s$ . b) Contorno integral para una grieta tridimensional general.

En tres dimensiones, la liberación de energía para un segmento de unidad de avance de la grieta sobre un segmento finito del frente de grieta,  $\bar{J}$ , se define como (1);

$$J = - \int_V \left[ H: \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + \left( f \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \cdot \bar{q} \right] dV \quad (3.8)$$

donde  $H$ ,  $f$  y  $u$  son definidas como antes pero en tres dimensiones. La función de ponderación  $\bar{q}$  es ahora para varias superficies. El punto conocido de la integral  $J$ ,  $J(s)$ , para un frente tridimensional general resulta al dividir el incremento de la zona de aumento de la grieta debido al avance por segmentos finitos (1). El área de interés en este trabajo es el cálculo del dominio, por lo tanto, los pasos restantes no se definirán.

El caso tridimensional es un volumen integral para el dominio  $V$  mostrado en la Fig.3.2b. Este es un dominio tubular para un contorno cerrado a lo largo de un segmento finito del frente de grieta. La integral de superficie tridimensional es en la superficie interna del tubo,  $A_t$ , la otra superficie del tubo,  $A_0$ , las dos superficies a lo largo de las caras de la grieta,  $A_{grieta}$  y las dos superficies del final,  $A_{final}$ , de acuerdo con el dominio del contorno cerrado. Notar que todavía  $\Gamma \rightarrow 0$  lo que significa que  $A_t \rightarrow 0$ . El área del dominio bidimensional a lo largo del frente de la grieta en el plano  $x_1x_2$  recibe el nombre de dominio del contorno en este proyecto.

### **3.3.2.- Extracción del factor de intensidad de tensiones**

Para materiales elásticos lineales isótropos, la integral  $J$  se relaciona con los factores de intensidad de tensiones con la siguiente relación (2):

$$J = \frac{1}{8\pi} K^T \cdot B^{-1} \cdot K \quad (3.9)$$

siendo  $K = [K_I, K_{II}, K_{III}]^T$  y  $B$  la matriz de factores de energía pre-logarítmica.

Para un material homogéneo, la ecuación del material isotrópico se simplifica:

$$J = \frac{1}{\bar{E}} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G} K_{III}^2 \quad (3.10)$$

siendo  $\bar{E} = E$  para tensión plana y  $\bar{E} = \frac{E}{1-\nu^2}$  para deformación plana, axilsimétrica y tridimensional. Además según el Modo I puro de carga, la relación entre la integral  $J$  y  $K_I$  para tres dimensiones es:

$$J_I = K_I^2 \left( \frac{1 - \nu^2}{E} \right) \quad (3.11)$$

Para evaluar los factores de intensidad de tensiones de modo mixto, se puede utilizar el método integral de interacción. Esta es una manera eficaz de calcular el modo mixto para los factores de intensidad de tensiones en términos de la interacción integral utilizando la integral J. El método integral de interacción utiliza los llamados campos auxiliares superpuestos en la parte superior de los campos actuales. El campo auxiliar puede consistir, por ejemplo, en tensiones o deformaciones alrededor de la punta de la grieta. La integral J del campo actual se conoce como  $J$ , la integral J usada como campo auxiliar recibe el nombre de  $J_{aux}$  y, por último la integral J de la interacción integral  $J_{int}$ . Estos tres términos están juntos definiendo el total de la integral J, es decir  $J_{Tot} = J + J_{aux} + J_{int}$ . Al elegir los campos auxiliares correctamente, la interacción integral para el Modo  $\alpha$  puede ser expresada como  $J_{int}^\alpha = J_{Tot}^\alpha - J_{aux}^\alpha - J$ , la cual se usa para extraer el factor de intensidad de tensiones individual.

Se presenta ahora la extracción del factor de intensidad de tensiones para el Modo I ( $\alpha = 1$ ). Ampliando la ecuación (3.9), la relación entre la integral J y el factor de intensidad de tensiones es:

$$J = \frac{1}{8\pi} (K_I B_{11}^{-1} K_I + 2K_{II} B_{12}^{-1} K_{II} + 2K_{III} B_{13}^{-1} K_{III}) + [\text{términos sin } K_I] \quad (3.12)$$

La integral J de un campo auxiliar, para Modo I en el campo de la punta de la grieta con  $k_I$  como factor de intensidad de tensiones será:

$$J = \frac{1}{8\pi} (k_I \cdot B_{11}^{-1} \cdot k_I) \quad (3.13)$$

Con la superposición del campo auxiliar y del campo real se obtendrá:

$$J_{Tot}^I = \frac{1}{8\pi} ([K_I + k_I] B_{11}^{-1} [K_I + k_I] + 2[K_I + k_I] B_{12}^{-1} K_{II} + 2[K_I + k_I] B_{13}^{-1} K_{III}) + [\text{términos sin } K_I \text{ y } k_I] \quad (3.14)$$

Los términos sin  $K_I$  y  $k_I$  son los mismos que para  $J$  y  $J_{Tot}^I$ , la interacción integral puede expresarse entonces como:

$$J_{int}^I = J_{Tot}^I - J_{aux}^I - J = \frac{k_I}{4\pi} (B_{11}^{-1} K_I + B_{12}^{-1} K_{II} + B_{13}^{-1} K_{III}) \quad (3.15)$$

El mismo procedimiento se sigue para el Modo II y el Modo III. Las ecuaciones para los tres modos pueden escribirse como:

$$J_{int}^\alpha = \frac{k_\alpha}{4\pi} B_{\alpha\beta}^{-1} \cdot k_\beta \quad (3.16)$$

Eligiendo valores unitarios para  $k_\alpha$ , el factor de intensidad de tensiones está expresado en términos de la interacción integral como:

$$K = 4\pi B \cdot J_{int} \quad (3.17)$$

donde  $J_{int} = [J_{int}^I, J_{int}^{II}, J_{int}^{III}]^T$ . La interacción integral puede evaluarse de una forma similar a la utilizada en el apartado anterior para los modos  $\alpha = I, II, III$  al incluir los campos de tensiones y deformaciones auxiliares:

$$J_{int}^\alpha = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} n \cdot M^\alpha \cdot q \, d\Gamma \quad (3.18)$$

obteniendo  $M^\alpha$  de;

$$M^\alpha = \sigma : \epsilon_{aux}^\alpha I - \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{aux}^\alpha - \sigma_{aux}^\alpha \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.19)$$

donde el término *aux* denota el campo auxiliar para los modos puros I, II y III en la punta de la grieta para el correspondiente Modo  $\alpha$ . Para la plena expresión de los términos analíticos, se puede consultar (3).

### **3.3.3.- Ecuaciones gobernantes del MEF**

A continuación, se presentan las ecuaciones gobernantes y se especifica su ecuación simplificada (4).

Considerar el dominio  $\Omega$  de la siguiente figura. El dominio está delimitado por el límite  $\Lambda$  que consiste en cuatro conjuntos;  $\Lambda_t$  con una tracción prescrita  $\bar{t}$ ,  $\Lambda_u$  con desplazamientos prescritos y dos superficies de la grieta libres de tracción  $\Lambda_c^+$  y  $\Lambda_c^-$ .

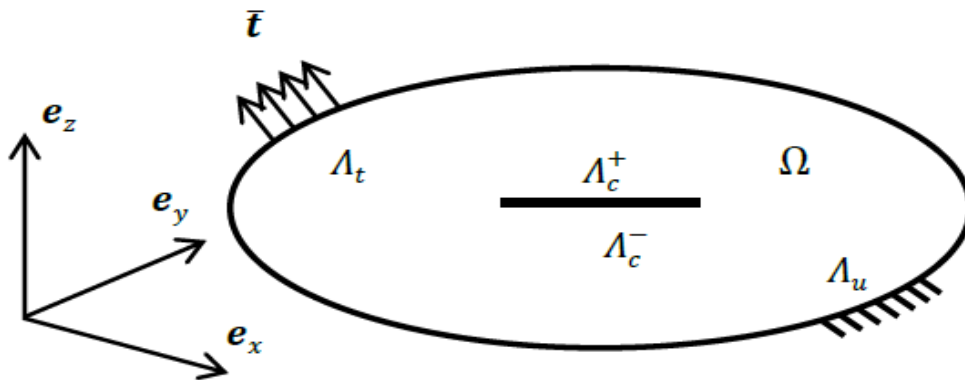


Fig.3.3. Cuerpo con una grieta y con un límite fijo sometido a una carga



Las ecuaciones de equilibrio y las condiciones de contorno son (para la superficie de la grieta sin contacto);

$$\nabla \cdot \sigma + b = 0 \text{ en } \Omega \quad (3.20)$$

$$\sigma \cdot n = \bar{t} \text{ sobre } \Lambda_t \quad (3.21)$$

$$\sigma \cdot n = 0 \text{ sobre } \Lambda_c^+ \quad (3.22)$$

$$\sigma \cdot n = 0 \text{ sobre } \Lambda_c^- \quad (3.23)$$

y su correspondiente ecuación simplificada:

$$\int_{\Omega} \sigma : (\nabla \delta v) = \int_{\Lambda_t} \bar{t} \cdot \delta v d\Gamma + \int_{\Omega} b \cdot \delta v d\Omega \quad (3.24)$$

aplicable a cualquier análisis aleatorio para una función  $\delta v$ .

### 3.4.- MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EXTENDIDOS (XFEM)

Este método es el utilizado en el segundo bloque del presente proyecto, para el estudio de las tensiones en la punta de la grieta, a continuación, se resumen las bases del mismo.

El método de elementos finitos extendidos (Extended Finite Element Method, XFEM) es una extensión del método de elementos finitos convencional basado en el concepto de partición de la unidad (5), es decir, la suma de las funciones de forma debe ser la unidad. Fue desarrollada por Belytschko, T., Black, T. en 1999 (6). XFEM inserta un conocimiento previo acerca de la solución en el espacio de elementos finitos y hace que sea posible introducir discontinuidades y singularidades de forma independiente de la malla. Esto hace además, que sea un método muy atractivo para simular la propagación de grietas, ya que no es necesario actualizar la malla para que coincida con la geometría actual de la discontinuidad y la grieta pueda propagarse en un camino de solución dependiente. XFEM enriquece la aproximación del campo de desplazamientos clásico de elementos finitos con funciones especiales, una función Heaviside para representar la abertura en el medio y un conjunto de funciones que generan el campo asintótico cercano a la punta de la grieta. Estas funciones se describen con más detalle a continuación.

### 3.4.1- Ecuaciones gobernantes del enriquecimiento en XFEM

Para explicar cómo se añaden las funciones discontinuas a la aproximación por elementos finitos, se estudia una sencilla grieta de dos dimensiones (4). Se considera el caso de grieta en una malla con cuatro elementos, que se introduce en el borde de éstos como se muestra en la Fig.3.4, la aproximación por elementos finitos para la malla es:

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^{10} N_i(x)u_i \quad (3.25)$$

donde  $N_i$  es la función de forma para el nodo  $i$ ,  $x$  es el vector de posición y  $u_i$  es el vector de desplazamiento del nodo  $i$ . Se define  $k$  y  $l$  como:

$$k = \frac{u_9 + u_{10}}{2}, \quad l = \frac{u_9 - u_{10}}{2} \quad (3.26)$$

es decir,  $k$  se encuentra entre  $u_9$  y  $u_{10}$  y  $l$  es la mitad de la distancia entre  $u_9$  y  $u_{10}$ .

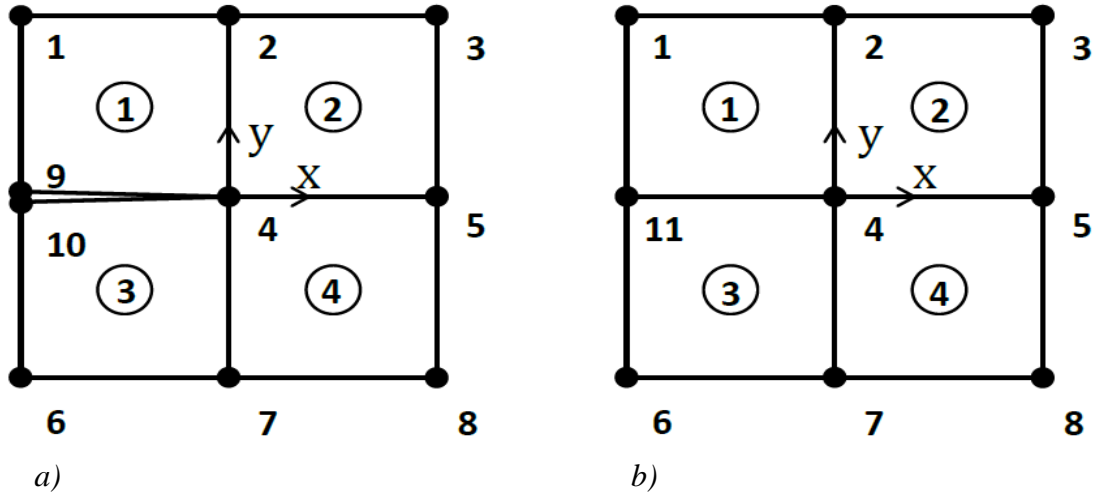


Fig.3.4. a) Malla con grieta, b) Malla sin grieta. Los números de los círculos son los números de los elementos

Ahora,  $u_9$  y  $u_{10}$  pueden ser expresadas en términos de  $k$  y  $l$  como:

$$u_9 = k + l, \quad u_{10} = k - l \quad (3.27)$$

Añadiendo ésta expresión en la ecuación 3.6, se obtiene:

$$u^h = \sum_{i=1}^8 N_i u_i + k(N_9 + N_{10}) + l(N_9 - N_{10})H(x) \quad (3.28)$$

donde la función discontinua de salto será  $H(x)$ :

$$H(x) = \begin{cases} 1, & y > 0 \\ -1, & y < 0 \end{cases} \quad (3.29)$$

ahora,  $N_9 + N_{10}$  puede ser remplazado por  $N_{11}$  y  $k$  por  $u_{11}$ , quedando la aproximación por elementos finitos expresada como;

$$u^h = \underbrace{\sum_{i=1}^8 N_i u_i + N_{11} u_{11}}_{\text{Aprox. ele. finitos}} + \underbrace{l N_{11} H(x)}_{\text{Enriquec. discontinuo}} \quad (3.30)$$

El primero de los dos términos del segundo miembro de la ecuación se refiere a la aproximación por elementos finitos, mientras que el segundo se refiere al enriquecimiento de salto discontinuo adicional. La ecuación (3.30) muestra la aproximación por elementos finitos de una grieta en una malla, como se puede ver en la Fig.3.4a, pero puede ser interpretado como una malla sin una grieta con un enriquecimiento discontinuo adicional, como en la Fig.3.4b. La extensión a una grieta que no se coloca en el borde de los elementos se puede describir de una manera similar.

Para captar la singularidad en la punta de la grieta, se añaden a los nodos que la rodean funciones asintóticas discontinuas (4) como se ve en la Fig.3.5. Si la punta no acaba en el borde del elemento las funciones en la punta de la grieta también describen la discontinuidad tras la superficie de la grieta en el elemento que contiene a la punta.

Así se tendrán dos tipos de enriquecimientos, las funciones asintóticas en la punta de la grieta que describen el comportamiento en dicha punta y la funciones de salto para describir el resto de la grieta. Los nodos que se enriquecen con la función de salto son aquellos cuyos vértices se ven totalmente cortados por una grieta, mientras que la punta se enriquece con las funciones propias de ésta. En la Fig.3.5 se ven una serie de nodos con círculos y cuadrados, los nodos en círculos se enriquecen con funciones de salto, los cuadrados se refieren a nodos enriquecidos con funciones de la punta de grieta.

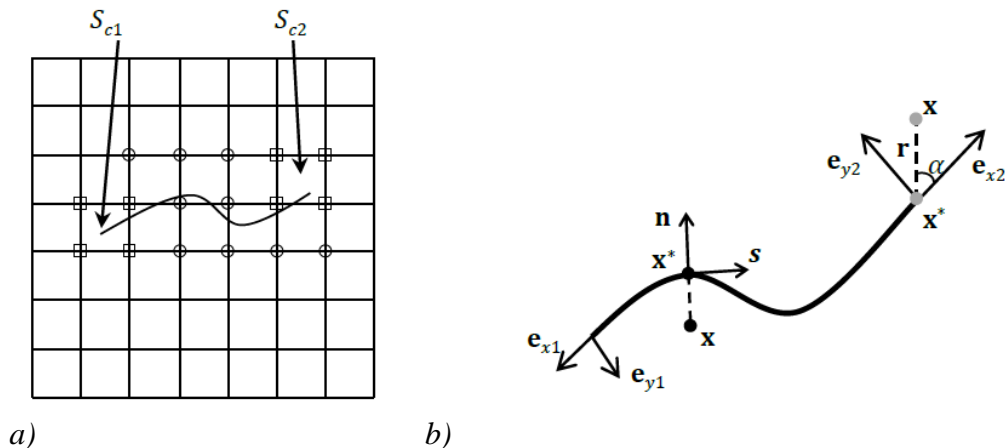


Fig.3.5. a) Grieta arbitraria en malla, b) Ejes coordinados locales para dos puntas de grieta.

Con la ayuda de la Fig.3.5 se puede completar la formulación total de XFEM. Todos los elementos de la malla serán definidos por el conjunto  $S$ , los nodos que rodean la punta de la grieta por el conjunto  $S_c$  y los nodos de vértices que son cortados por la grieta (excluidos los nodos en  $S_c$ ) son definidos por  $S_h$  por lo que la aproximación por elementos finitos será:

$$U = \sum_{I \in S} N_I(x) \left[ u_I + \frac{H(x)a_I}{I \in S_h} + \frac{\sum_{i=1}^4 \psi_i(x)b_I^i}{I \in S_c} \right] \quad (3.31)$$

donde  $u_I$  es el vector de desplazamiento nodal, el  $a_I$  es el vector del grado de libertad nodal enriquecido que con la función de salto  $H(x)$  representan el espacio entre las superficies de la grieta y  $b_I^i$  es el vector del grado de libertad nodal enriquecido que con la función en la punta de la grieta  $\psi_i(x)$  representa la singularidad en la punta de la grieta. La función de salto para una grieta general es definida como sigue (7):

$$H(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } (x - x^*) \cdot n \geq 0 \\ -1, & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (3.32)$$

donde  $x^*$  es el punto de la grieta más cercano a  $x$  y  $n$  es el vector normal exterior a  $x^*$ .

La función de enriquecimiento en la punta de la grieta para un material elástico isótropo es:

$$\{\psi_i(x)\}_{i=1}^4 = \left( \sqrt{r} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right), \sqrt{r} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin(\alpha), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin(\alpha) \right) \quad (3.33)$$

donde  $(r, \alpha)$  son coordenadas polares en la punta de la grieta y  $-\pi \leq \alpha \leq \pi$ . Además, el término  $\sqrt{r} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$  describe la discontinuidad tras la superficie de la grieta en  $S_{c1}$ :

$$\sqrt{r} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \begin{cases} \sqrt{r}, & \text{si } \alpha = \pi \\ -\sqrt{r}, & \text{si } \alpha = -\pi \end{cases} \quad (3.34)$$

siendo  $\alpha = 0 \text{ rad}$  en la dirección de la punta de la grieta,  $\alpha = \pi$  en la parte superior de la superficie de la grieta y  $\alpha = -\pi$  en la parte inferior de la superficie de la grieta. Para una grieta arbitraria con dos puntas de grietas, la aproximación es:

$$U = \sum_{I \in S} N_I(x) \left[ u_I + \frac{H(x)a_I}{I \in S_h} + \frac{\sum_{i=1}^4 \psi_i(x)b_I^{i1}}{I \in S_{c1}} + \frac{\sum_{i=1}^4 \psi_i(x)b_I^{i2}}{I \in S_{c2}} \right] \quad (3.35)$$

donde el conjunto de nodos  $S_{c1}$  es para la primera punta de la grieta y el conjunto de nodos  $S_{c2}$  es para la segunda. Las funciones  $\psi_l^1(x)$  y  $\psi_l^2(x)$  son las mismas pero en coordenadas polares  $(r_1, \alpha_1)$  y  $(r_2, \alpha_2)$  respectivamente, como se ve en la figura Xb.

Una completa derivación y definición de las ecuaciones discretas se desarrolla de acuerdo con (7) y (8).



## **Capítulo 4.**

# **FENÓMENOS DE FATIGA**

4.1.- INTRODUCCIÓN.

4.2.- HISTORIA DE LOS FENÓMENOS DE FATIGA.

4.3.- ESTADOS DEL ARTE.

## 4.1.- INTRODUCCIÓN

---

Muchas máquinas o sistemas mecánicos usados para el desarrollo de distintas actividades están sometidos a lo largo de su vida útil a diferentes cargas, la mayoría de ellas varían con el tiempo siendo causadas por fenómenos mecánicos, fluctuaciones de temperatura, inmersiones en ambientes químicamente corrosivos, contactos con rozamientos, o incluso una combinación entre algunos de estos fenómenos. La continua aplicación de estas cargas puede ocasionar la aparición de pequeñas grietas que suelen iniciarse en la superficie, progresan a través del material reduciendo la capacidad portante del componente y elevando la posibilidad de provocar su fractura. Este fenómeno se conoce como fallo por fatiga y es el responsable de más de la mitad de los fallos en componentes mecánicos pudiendo ocasionar catástrofes tanto humanas, como económicas e incluso medioambientales. Las principales características del fallo por fatiga son la rotura repentina y que la aparición de esta rotura se produce con la aplicación de cargas que están muy por debajo del umbral de resistencia estática del material. Estas características pronostica que el fallo por fatiga será más peligroso que el fallo estático, y es evidente por este motivo, que una de las consideraciones más importantes en el diseño de los componentes mecánicos sea su vida esperada a fatiga, esto es, la estimación del tiempo que la pieza será capaz de estar sometida a las sollicitaciones de servicio sin que el fallo se produzca.

El conocimiento del fenómeno de la fatiga es relativamente nuevo, en concreto, se conoce desde el siglo XIX y por su destacada importancia se le ha prestado una especial atención. Se han realizado multitud de investigaciones y ensayos en la industria para intentar dar solución a este complejo problema. Mediante diferentes técnicas el ingeniero es capaz de estimar, con cierta seguridad, la vida útil de los diversos componentes de las máquinas, ayudándose de las expresiones que aporta la teoría clásica de la fatiga y, aunque no están del todo implantados, mediante programas o software de simulación que se aproximan de manera eficiente a los modelos reales y permiten resolver complejos sistemas mecánicos que serían prácticamente imposibles de realizar por uno o varios ingenieros debido al elevado número de complejas ecuaciones que se presentan en los diversos problemas y al tiempo que conlleva el desarrollo de las mismas. Además de todo esto se añaden numerosos parámetros que influyen en el proceso y dado que mucho de estos parámetros no son conocidos de forma precisa, hacen que esté sin resolver aún el problema de la fatiga.

La carga y las propiedades del material son las principales incertidumbres que afectan al crecimiento de grietas en fatiga. La aleatoriedad en las propiedades del material hace que la vida de crecimiento de grietas de distintos elementos de un mismo material, que estén sometidos a cargas idénticas, pueda dar valores significativamente diferentes. En cuanto a las cargas que van a producirse durante la vida de los componentes o estructuras reales, rara vez podrán ser consideradas de amplitud constante, muy al contrario, serán normalmente de amplitud variable, en muchas ocasiones de carácter aleatorio o semialeatorio. Este hecho conlleva la obtención de un registro de cargas representativo para caracterizar la evolución de las cargas.

Este paso ya representa en sí un complejo problema, dicho registro seleccionado, aunque representativo, no será más que una muestra de todos los posibles de idénticas características estadísticas. Por ello, la vida producida en un primer registro será distinta a la obtenida empleando otra historia de carga.

Los registros de carga empleados tienen normalmente longitud finita, por lo que para el análisis de la vida a fatiga de un elemento, ya sea mediante simulación o ensayo, se aplica repetidamente hasta que se produce el fallo. Este hecho introduce un efecto de secuencia artificial que puede producir que la vida estimada dependa de la longitud del registro empleado.

Debido a que las determinaciones experimentales son caras y conllevan mucho tiempo, tiene una gran importancia el desarrollo de métodos de análisis fiables. Sin embargo, los análisis de crecimiento se hacen normalmente a partir de datos obtenidos en ensayos con carga de amplitud constante y la extrapolación del conocimiento y de los datos experimentales obtenidos en amplitud constante a los casos reales de carga no es un problema sencillo. Unido al desconocimiento real de la secuencia de aplicación de las cargas, las cuales necesitan ser definidas estadísticamente, se produce el denominado efecto de secuencia o de interacción de cargas debido a la irregularidad de estas.

El incremento de longitud de grieta en cada incremento de carga está condicionado por la historia previa además de por la longitud de la grieta y los valores máximo y mínimo de tensión en cada ciclo. Los análisis de vida de crecimiento mediante simulación ciclo a ciclo, permiten estudiar el comportamiento de una grieta bajo cargas de amplitud variable manteniendo el efecto de secuencia, y analizar la variabilidad en la vida que se produce al utilizar distintas historias de carga representativas de un mismo proceso. La mayoría de estos modelos de simulación han sido contrastados mediante ensayos con cargas de amplitud constante, y en algunos casos con cargas de amplitud variable.

---

## **4.2.- HISTORIA DE LOS FENÓMENOS DE FATIGA**

---

Tiempo atrás se ha constatado que los materiales rompen más fácilmente bajo la acción de cargas variables que bajo la acción de cargas constantes, es conocido que la aplicación de una fuerza repetidas veces conduce a la rotura del componente con más facilidad que con una única carga estática.

La fatiga estructural es un concepto prácticamente reducido a los metales, por lo que los primeros fallos debido a fatiga se encuentran en los primeros años de la revolución industrial, cuando los materiales metálicos comenzaron a ser utilizados de forma generalizada.



#### **4.2.1.- Siglo XIX**

El fenómeno de fatiga fue descubierto a principios del siglo XIX con el avance de la maquinaria y los vehículos de transporte. Los primeros trabajos relacionados con la fatiga son obra de Wilhelm Albert, un ingeniero de minas alemán que en 1829 realizó ensayos sometiendo a cargas y descargas sucesivas a eslabones de cadenas de elevadores en las minas de Clausthal, en la Baja Sajonia alemana. Sin embargo, el término “fatiga” para denominar a este tipo de fenómenos fue acuñado por Jean-Victor Poncelet en 1839.

El interés en el estudio del fenómeno comenzó a crecer con el aumento de uso de estructuras férreas, particularmente puentes de ferrocarril. El primer estudio en fatiga de metales se inició en 1842 a raíz de un accidente de ferrocarril ocurrido en Versalles (Francia), el 8 de mayo de 1842 en la línea Paris Motparnase-Versailles Rive Gauche, cuando un tren sobrecargado de pasajeros procedente de Versalles descarriló cerca del paso a nivel de “Les Gardes”, a la salida del túnel de Meudon.

El tren era arrastrado por dos locomotoras: la de cabeza tenía sólo dos ejes acoplados y pesaba poco mientras que la segunda, más potente y de más peso, era de tres ejes acoplados. Los mecánicos y maquinistas no consiguieron ajustar las fuerzas de las dos locomotoras y en una vía sin pendiente la segunda locomotora, empujando a la primera, la sometió a esfuerzos tan importantes que dieron como resultado la rotura de un eje y el descarrilamiento de la máquina. La segunda locomotora acabó subiéndose sobre la primera y los coches quedaron empotrados en un amasijo de hierros y madera junto a las dos máquinas. El fuego se extendió tan rápidamente entre los coches que estos prendieron con facilidad. Además la indisciplinada conducta de los viajeros de la época obligaba a tener las puertas de los coches cerradas con llave según establecía la normativa vigente, lo que supuso que muchos de aquellos pasajeros quedasen prisioneros quemándose irremediabilmente en aquellos vagones de madera de los que muy pocos consiguieron salir. Unos 55 pasajeros murieron en aquel accidente, el primer desastre ferroviario de la historia de Francia y uno de los primeros en todo el Mundo.

William John Macquorn Rankine, ingeniero y físico escocés, que más tarde sería famoso por sus contribuciones a la ingeniería mecánica, mientras trabajó con su padre en la Edinburgh & Dalkeith Railway (la primera vía férrea de Edimburgo), propuso en 1.843 una teoría para explicar las roturas por fatiga que se producían en los ejes de los ferrocarriles. Reconoció las características distintivas de la fractura por fatiga e hizo notar el peligro de los concentradores de tensión en los componentes de máquinas como podrían ser los diversos cambios de sección, ángulos pronunciados, ranuras taladros, etc.

La British Institution of Mechanical Engineers comenzó a estudiar la llamada teoría de cristalización, que atribuía la rotura por fatiga a que se producía una cristalización de los metales debido a las vibraciones de los elementos en servicio. Esta primera explicación surgió debido al aspecto cristalino de la superficie de fractura.

Los primeros estudios sistemáticos sobre el fenómeno de la fatiga se deben a August Wöhler, ingeniero de ferrocarriles alemán, quien realizó entre 1852 y 1870 gran cantidad de ensayos de flexión rotativa sobre ejes de ferrocarril. Observó que la resistencia de los ejes de acero sometidos a cargas cíclicas era apreciablemente menor que su resistencia estática. Su trabajo permitió la caracterización del comportamiento a fatiga en base a las curvas de amplitud de tensiones frente a número de ciclos de carga hasta la rotura. Estas curvas, conocidas como curvas S-N o curvas de Wöhler, son una herramienta fundamental en el estudio de los fenómenos de fatiga. Wöhler también estableció el concepto de límite de fatiga al comprobar que las aleaciones de hierro parecían tener un límite de tensión por debajo del cual no se producía la rotura por muy grande que fuera el número de ciclos.

En 1874, el ingeniero alemán H. Gerber comenzó a desarrollar métodos para el diseño a fatiga, su contribución incluyó el desarrollo de métodos para el cálculo de la vida a fatiga para diferentes niveles medios de la tensión cíclica.

La idea de que el límite elástico de los metales con cargas cíclicas podía ser diferente a la observada en la deformación monotónica fue popularizada por Bauschinger (1886), quien confirmó muchos de los resultados anteriores de Wöhler.

#### **4.2.2.- Siglo XX**

Ya en 1.903, Ewings y Humphries observaron que si se supera el límite de proporcionalidad con carga estática, aparece deslizamiento en algunos planos cristalinos del material y, por ello, deformación. Pero también observaron que surgen líneas de deslizamiento para un valor del esfuerzo máximo muy por debajo del límite de proporcionalidad y, que al aumentar el esfuerzo, aumenta el número de líneas de deslizamiento y su tamaño hasta producirse la rotura de algunos cristales de los que se compone el material. Este proceso es el que, interpretaron, conduce finalmente a la rotura del material.

Aun cuando la teoría de Ewings y Humphries supone un notable avance respecto a lo que hasta entonces se conocía sobre la fatiga, presenta algunas lagunas. Por ejemplo, la falta de explicación de la ausencia de rotura de las probetas y piezas por debajo de un cierto umbral de tensión, como observó Wöhler.

En 1.910, el norteamericano Bastin plantea una ecuación, en la forma del logaritmo de la tensión frente al logaritmo del número de ciclos, para la zona de vida finita observada por Wöhler. La ecuación que se utiliza hoy en día proviene de aquellos planteamientos.

A mediados de los años 20, Hanson y Gough apuntaron una hipótesis a este aspecto de la fatiga de los materiales férricos, considerando que se produce un fenómeno de endurecimiento por deformación de tal modo que, para niveles bajos de la tensión de fatiga, es capaz de frenar la propagación de las microgrietas originadas por el deslizamiento cristalino.

Durante la primera mitad del siglo XX se obtuvieron gran cantidad de datos experimentales relacionando la resistencia a fatiga con factores tales como la geometría y tamaño de las piezas, condiciones ambientales, acabado superficial, estructura metalográfica, etcétera. Las investigaciones en este periodo permitieron el desarrollo de los modelos de daño acumulado para predecir el fallo por fatiga (Palmgren, 1924; Miner, 1945).

La idea de que las deformaciones plásticas son las responsables del daño en el material fue establecida por Coffin y Manson, quienes en la década de los 60 propusieron una relación empírica entre el número de inversiones de carga hasta rotura y la amplitud de la deformación plástica. La denominada relación Coffin-Manson es el método de caracterización de fatiga basado en las deformaciones más ampliamente utilizado.

A pesar de que desde principios de siglo, con los estudios de Ewing y Humfrey, se conocía que el fenómeno se debía a la formación y crecimiento lento de grietas, no estaba suficientemente desarrollada la herramienta matemática necesaria para cuantificar modelos de fallo por fatiga. El análisis de tensiones de Inglis (1913) y el concepto energético de Griffith (1921) aportaron el tratamiento cuantitativo de la fractura frágil. No obstante, estas ideas no pudieron ser aplicadas directamente para caracterizar el fallo por fatiga en los materiales metálicos.

Un avance en esta dirección vino con los estudios de Irwin (1957) quien mostró que la amplitud de la singularidad en tensiones delante de una grieta podía ser expresada en términos de una cantidad conocida como factor de intensidad de tensiones,  $K$ . Con el desarrollo de la mecánica de la fractura elástica lineal se intentó caracterizar el crecimiento de las grietas de fatiga también en términos del factor de intensidad de tensiones.

Paris y Erdogan fueron los primeros en sugerir que el incremento de longitud de grieta por ciclo,  $da/dN$ , podía relacionarse con el rango del factor de intensidad de tensiones,  $\Delta K$ , bajo cargas de amplitud constante.

La mayor aportación de la mecánica de la fractura elástica lineal es que el factor de intensidad de tensiones, determinado por las tensiones remotas aplicadas y las dimensiones geométricas del componente agrietado, basta para caracterizar la propagación de la grieta. Este método no requiere un detallado conocimiento de los mecanismos de fractura por fatiga.

Con la aplicación de los conceptos de mecánica de fractura al fallo por fatiga, tomaron un interés creciente el estudio de los mecanismos de crecimiento subcrítico de grieta. Modelos conceptuales y cuantitativos fueron desarrollados para obtener la resistencia de los materiales al crecimiento de grietas.

Junto con estos estudios, creció el interés por comprender el proceso por el que el factor de intensidad de tensiones podía verse alterado con el avance de la grieta. Una importante contribución en esta dirección vino de los resultados experimentales de Elber (1970) que mostraron que la grieta puede permanecer cerrada incluso cuando está sometida a tensiones cíclicas de tracción debido a la plastificación producida en el borde de la grieta.

Este resultado también implica que la velocidad de crecimiento de grieta debería venir determinada no por el valor nominal del rango del factor de intensidad de tensiones sino por un valor efectivo que tuviese en cuenta el cierre. Investigaciones adicionales sugieren que el cierre de grieta puede ser inducido por otros factores mecánicos, microestructurales y ambientales.

#### **4.2.3.- Actualidad**

En las últimas décadas, con el desarrollo y creación de máquinas más sofisticadas, comienza la realización de ensayos con cargas complejas (amplitud variable). Durante el crecimiento de una grieta con cargas de amplitud variable se produce lo que se denomina efecto de secuencia o de interacción debido a la irregularidad de la carga. Dicho efecto fue puesto de manifiesto en la década de los 60. Diversos trabajos experimentales demostraron que la aplicación de una sobrecarga origina una velocidad de crecimiento en los ciclos posteriores a ella mucho menor que la producida si no existe sobrecarga.

Hoy en día las investigaciones realizadas son muy numerosas. La disponibilidad de máquinas cada vez más complejas, de técnicas de medición más precisas –y por tanto con capacidad de detección de grietas cada vez más pequeñas-, la aplicación de la Mecánica de Fractura, tanto elástica lineal como elastoplástica, así como un mejor conocimiento del gradiente de tensiones y deformaciones en el fondo de la entalla, entre otros, han permitido un gran desarrollo en el cálculo de la vida a fatiga de elementos mecánicos y un aumento de la fiabilidad de los mismos.

Sin embargo, a pesar de todas las investigaciones llevadas a cabo a lo largo de más de siglo y medio, aún no se posee un conocimiento completo del fenómeno de la fatiga de los metales, aun sabiendo que la teoría del deslizamiento parece ser la más adecuada para interpretar las fases iniciales de la fatiga de un material. La gran cantidad de datos disponibles para materiales férricos (y algunos otros materiales metálicos) ha permitido desarrollar “procedimientos de cálculo” razonablemente bien comprobados por multitud de diseños. Estos procedimientos permiten diseñar piezas para una duración dada cuando están sometidas a un estado de tensiones variables conocido. Por otro lado, la teoría de la fractura por fatiga permite predecir, entre otras cosas, el crecimiento de la grieta con los ciclos de carga. Es por ello por lo que los métodos tradicionales de cálculo junto con la teoría de la fractura por fatiga proporcionan una sólida base para el diseño de sistemas estructurales metálicos.

#### **4.2.4.- Sucesos históricos causados por el fenómeno de fatiga**

Un ejemplo en aviación, el 28 de Abril de 1988 el Boeing 737-200, durante el vuelo 243 de Aloha Airlines sufrió el desprendimiento del techo de la parte delantera a 7300 metros de altitud sobre el océano Pacífico. Las investigaciones determinaron que la causa del accidente fue la fatiga del metal. La Fig.4.1 muestra una imagen del avión.



*Fig.4.1. Accidente del Boeing 737-200 el 28-04-1988*

Un ejemplo mucho más reciente sucedió en marzo de 1996. Un tren de mercancías descarriló debido a la fractura repentina de uno de sus ejes. Desafortunadamente los vagones descarrilados quedaron bloqueando la vía adyacente, produciendo entonces la colisión con un tren que circulaba en dirección contraria y provocando con ello, la colisión de dos trenes, en Rickerscote (Stafford). Futuras investigaciones dieron a conocer el motivo de la fractura, concluyendo que uno de los ejes había fallado por fatiga, probablemente el inicio de la fractura se vio motivado por la aparición de picaduras debidas a la corrosión en la superficie del eje.



*Fig.4.2. Eje fracturado del tren de mercancías involucrado en un accidente en Rickerscote, UK en 1996*

Hoy día la fatiga en los ejes ferroviarios sigue provocando accidentes, razón por la que tiene gran importancia el estudio de su comportamiento frente a las solicitaciones actuales.

#### **4.3.- ESTADOS DEL ARTE**

---

En lo que a seguridad se refiere en la industria ferroviaria los ejes de ferrocarril son componentes críticos, debido a que son uno de los primeros elementos sujetos a un alto número de carga repetitiva, y cada vez que el eje gira, con motivo de la rotación un punto de la superficie pasa de estar en un estado de compresión a estar en un estado de tracción de igual magnitud.

Los fallos por fatiga en ejes ferroviarios son muy poco comunes. A pesar de que son estadísticamente muy seguros, se inspeccionan los ejes a frecuencias regulares usando métodos de inspección no destructiva, tales como inspección por ultrasonidos o mediante partículas magnéticas.

Se utiliza con relativa frecuencia la inspección por ultrasonidos y consiste en pasar una sonda de ultrasonidos por el eje y tras medir las reflexiones, se comparan los resultados con una norma de reflexión estándar para un eje en plenas condiciones, y se evalúan las desviaciones.

El método de inspección no destructiva por partículas magnéticas se lleva a cabo en inspecciones más sensibles, tales como las revisiones de las ruedas principales o los discos de freno, en estas inspecciones los componentes son extraídos del eje, lo que permite un examen detallado de la superficie de los mismos.

La metodología usada para determinar la frecuencia de inspección implica calcular el tiempo que transcurre desde que se detecta una posible fisura hasta que crece y produce el fallo del componente. El intervalo de inspección debe ser menor que este y normalmente suele ser una fracción de este tiempo que permite en la siguiente inspección detectar la fisura que podía haber sido omitida en la inspección anterior.

Por la naturaleza del problema, la probabilidad de que en un lote de ejes exista tan solo un eje defectuoso es bastante baja. Por lo tanto, el porcentaje de ejes con defectos, para la cantidad de ejes examinados por los operadores de los equipos de detección, es muy pequeño.

Para determinar los intervalos de inspección, se tiene en cuenta que hay factores humanos que ponen al operador en desventaja con respecto a la gran cantidad de ejes que pasan el examen de ultrasonidos. Además, debido a que dicho examen de ultrasonidos requiere que la caja que recubre el eje sea extraída, se introduce un riesgo adicional por la posibilidad de deteriorar la superficie al reensamblar la caja en su posición tras la inspección o de contaminar el alojamiento del cojinete.



Por este motivo, puede ser contrarrestado el beneficio de la seguridad de las inspecciones por ultrasonidos por el riesgo adicional introducido por los procedimientos seguidos durante la inspección.

En resumen, debido al carácter crítico en la seguridad de los ejes ferroviarios, se ha desarrollado una considerable experiencia durante los años en el diseño, operación y gestión de ejes. La fiabilidad de los ejes es muy alta, pero el continuo aunque pequeño número de fallos que tienen lugar, proporcionan la suficiente necesidad de comprender bien los factores que afectan a la probabilidad de fallo del eje.





## **Capítulo 5.**

# **MECÁNICA DE LA FATIGA**

5.1.- FUNDAMENTOS DE LA FATIGA.

5.2.- DIAGRAMA DE FATIGA S-N (TENSION – NÚMERO DE CICLOS).

5.3.- COEFICIENTES MODIFICATIVOS DEL LÍMITE DE FATIGA.

5.4.- ESFUERZOS FLUCTUANTES.

## 5.1.- FUNDAMENTOS DE LA FATIGA.

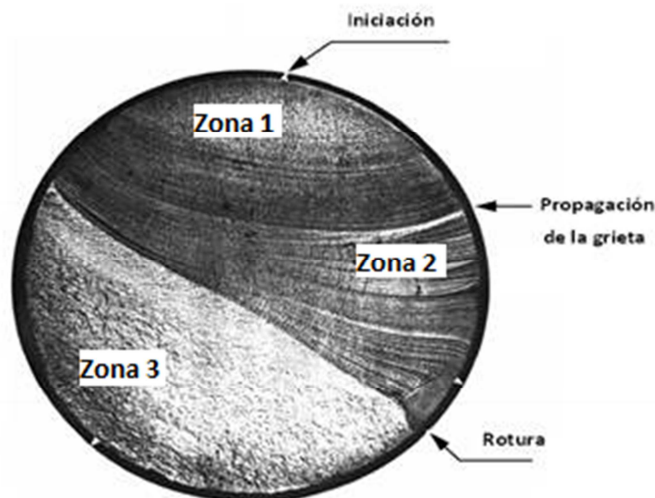
Cuando un componente estructural se encuentra sometido a tensiones variables con el tiempo, puede fracturarse a tensiones mucho menores que aquellas que podría soportar bajo la aplicación de una carga estática. Dado que los elementos de máquina están con frecuencia sometidos a este tipo de sollicitaciones, y que en la práctica totalidad de los casos su efecto es más perjudicial que el de las sollicitaciones estáticas, el análisis del fenómeno de fatiga es de importancia decisiva para el diseño mecánico. Concretamente en este trabajo se estudia la fatiga en los materiales metálicos, por ser éstos en los que este fenómeno es más característico y también porque la inmensa mayoría de los componentes estructurales de las máquinas son metálicos.

Si un componente sufre un fallo por fatiga es señal de que habrá estado sometido a una serie de ciclos de carga. No solo es relevante el número de ciclos al que está sometido el componente, sino también la forma de los ciclos, es decir, la amplitud y la intensidad de dichos ciclos de carga.

### 5.1.1.- Características de la rotura por fatiga.

Para comprobar si la fractura se ha producido por fatiga se observa la superficie de rotura. La apariencia de la superficie de fractura de un elemento por fatiga aporta información sobre las condiciones de trabajo y de rotura del mismo. Al examinar esta zona se suelen distinguir varias partes más o menos diferenciadas. Si el fallo se ha debido a problemas de fatiga, la superficie presenta unas playas (el crecimiento de la grieta con los diferentes ciclos de carga). Estas playas están más juntas al principio y más separadas cerca de la zona donde la grieta se hace inestable y la rotura se realiza de forma frágil.

En la Fig.5.1 se puede distinguir claramente tres zonas observando la superficie de rotura:



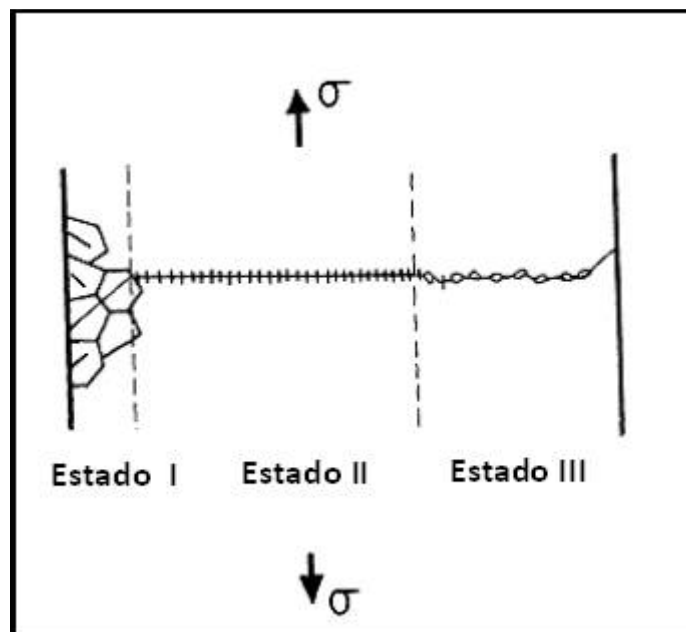
*Fig.5.1. Representación de la superficie de fractura de un material sometido a fatiga.*

- Zona 1: Es la zona con más sección, en la que la grieta se propaga de forma lenta y a su vez, es fuente de concentración de tensiones. Visiblemente su aspecto es liso y a veces es posible distinguir la propagación de la grieta ciclo a ciclo (cada línea o estría de la figura) una vez rota la pieza. La naturaleza del material hace que se aprecien estas líneas con mayor o menor nitidez.
- Zona 2: Es la zona que se corresponde con el crecimiento rápido de la grieta, presentando una superficie irregular, La sección del eje está cubierta casi por completo por esta zona.
- Zona 3: Finalmente, la sección neta de la pieza queda tan reducida que es incapaz de resistir la carga desde un punto de vista puramente estático, produciéndose la rotura final en un ciclo de carga.

### 5.1.2.- Estadios de la fatiga

La vida de una grieta que se desarrolla en un componente sometido a fatiga tiene tres etapas; una etapa de iniciación, una etapa con una propagación estable y por último, la que conduce al fallo del componente, la etapa de propagación acelerada.

En la siguiente figura, se muestran los tres estadios presentados en el proceso de fatiga:



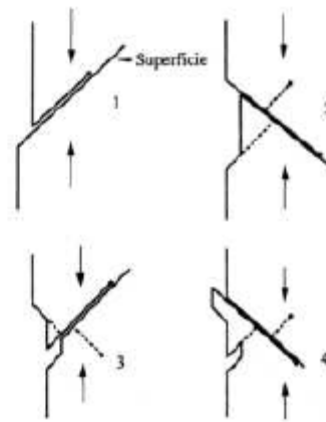
*Fig.5.2. Estadios I,II y III del desarrollo de una grieta por fatiga*

### 5.1.2.1.- Estadio I: Iniciación

Normalmente encontramos en la superficie de un componente zonas con altas cargas alternadas que producen deformaciones plásticas en los granos próximos a la superficie. Esta deformación está localizada en bandas de deslizamientos persistentes.

Al deformarse un grano situado en la superficie inmediatamente se oxida, generando un escalón en dicha superficie.

Cuando se oxida la superficie del escalón no se puede invertir la deformación en ese plano. La deformación en sentido contrario deberá ocurrir en otro plano, que naturalmente forma otro escalón que se oxida y se suprime la deformación en este plano nuevo.



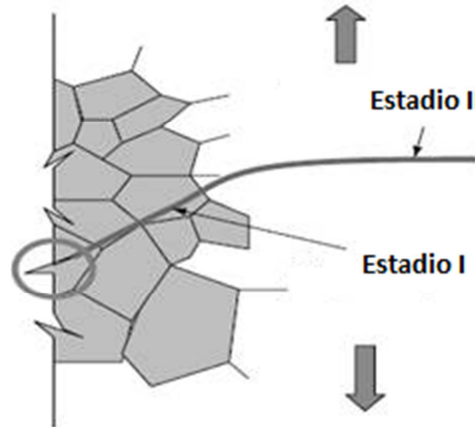
*Fig.5.3. Formación de extrusiones e intrusiones superficiales previas a la iniciación de una grieta*

La sucesión continuada de este ciclo de deformación, oxidación y bloqueo forma protuberancias o entrantes en la superficie original del sólido que concentra tensiones. La situación se agrava y termina por aparecer una microgrieta a partir de estos defectos superficiales que se propaga a lo largo de las bandas persistentes de deslizamiento, formando con la dirección de tracción un ángulo de  $45^\circ$ .

La gran dificultad de la microgrieta para atravesar los bordes de grano, conlleva que a menudo, tan sólo se consiga progresar en un grano y ahí se detenga. Si la carga es más alta o con suficiente números de ciclos, en el grano adjunto se reinicia la propagación.

### 5.1.2.2.- Estadio II: Propagación estable

Conforme crece la grieta, pronto descubre que su dirección de crecimiento no es óptima y que su propagación requiere un menor trabajo si se orienta perpendicular al campo tractivo (modo I). La reorientación de la grieta ocurre cuando en el material la microgrieta ha atravesado unos pocos de granos. Como se puede ver en la Fig.5.4:



*Fig.5.4. Reorientación de la grieta en el Estadio II de fatiga*

Desde este momento la propagación es estable y se ajusta a una ley potencial de tensiones, según Paris y Erdogan propusieron en su ley empírica (1960):

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K_I^m \quad (5.1)$$

Siendo  $a$  el tamaño de la fisura,  $N$  el número de ciclos y  $C$  y  $m$  son constantes que dependen del material y del medio ambiente.  $\Delta K_I$  es el rango del factor de intensidad de tensiones, calculado como:

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} \quad (5.2)$$

Siendo  $K_{max}$  y  $K_{min}$  los valores del factor de intensidad de tensiones máximo y mínimo durante un ciclo de tensión. Estos valores dependen de la longitud de la fisura y de la geometría de la probeta.

Conforme crece el tamaño de la grieta, si las tensiones alternantes son constantes, aumenta  $\Delta K_I$  y por lo tanto su velocidad de crecimiento  $da/dN$ .

#### 5.1.2.3.- Estadio III: Propagación acelerada de la grieta

Una vez que la fisura ha alcanzado un valor determinado conocido como tamaño crítico de fisura, la propagación de la grieta se convierte en catastrófica: la pieza rompe por clivaje o por coalescencia de microcavidades.

Este último estadio de la fatiga carece de interés, ya que, la velocidad de crecimiento es tan grande que el número de ciclos consumidos en el Estadio III apenas cuenta en la vida de la pieza.

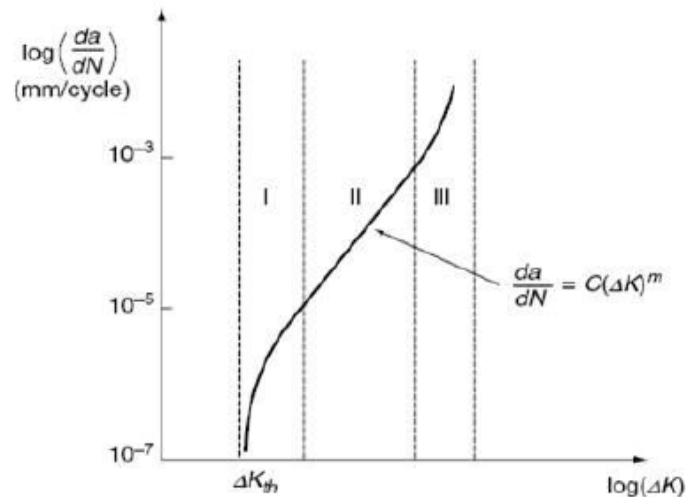


Fig.5.5. Estadios de fatiga sobre un diagrama de Paris

## 5.2.- DIAGRAMA DE FATIGA S-N (TENSIÓN – NÚMERO DE CICLOS)

En los primeros estudios que se hicieron de la rotura por fatiga de elementos mecánicos se supuso que el origen de la misma se encontraba en alguna imperfección del material. Para estudiar el fenómeno de fatiga se diseñó un ensayo en el que se sometía a una probeta de sección circular a un esfuerzo de flexión fijo y posterior giro.

Así, y tras normalizar las características geométricas de la probeta y ambientales del laboratorio, surgió el ensayo de viga rotatoria. La máquina empleada para este ensayo se muestra en la Fig.5.6:

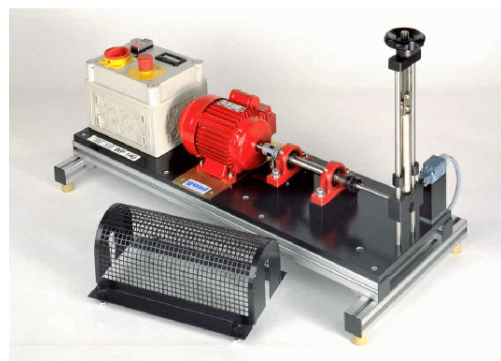
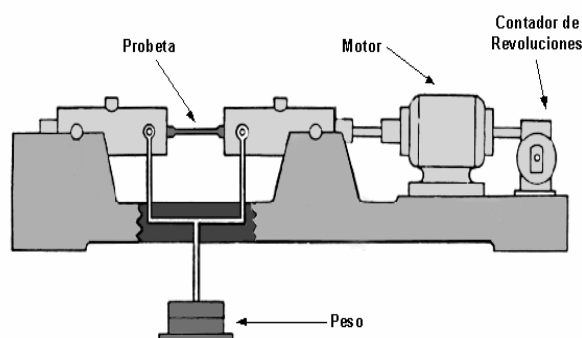


Fig.5.6. Máquina empleada en el ensayo de viga rotatoria

Para determinar la resistencia a la fatiga de un material es necesario un gran número de ensayos debido a la naturaleza estadística de la fatiga. Se realizan ensayos con distintos niveles de tensión. El primer nivel es un nivel de carga próximo a la resistencia a la tracción y el resto son niveles progresivamente inferiores.

Se realizan varias pruebas por nivel y la curva que se obtiene recibe el nombre de curva de Wöhler, curva de fatiga o simplemente curva S-N, que representa la duración de la probeta, expresada en números de ciclos hasta la rotura,  $N$ , para la máxima tensión invertida aplicada.

La mayor parte de las investigaciones sobre la fatiga se han hecho empleando las máquinas de flexión rotativas, en la que la tensión media es nula.

### 5.2.1.- Zonas del diagrama de fatiga

Para los materiales féreos el diagrama de fatiga tiene tres zonas bien diferenciadas, como se muestra en la Fig.5.7, donde la curva S-N se representa de forma logarítmica:

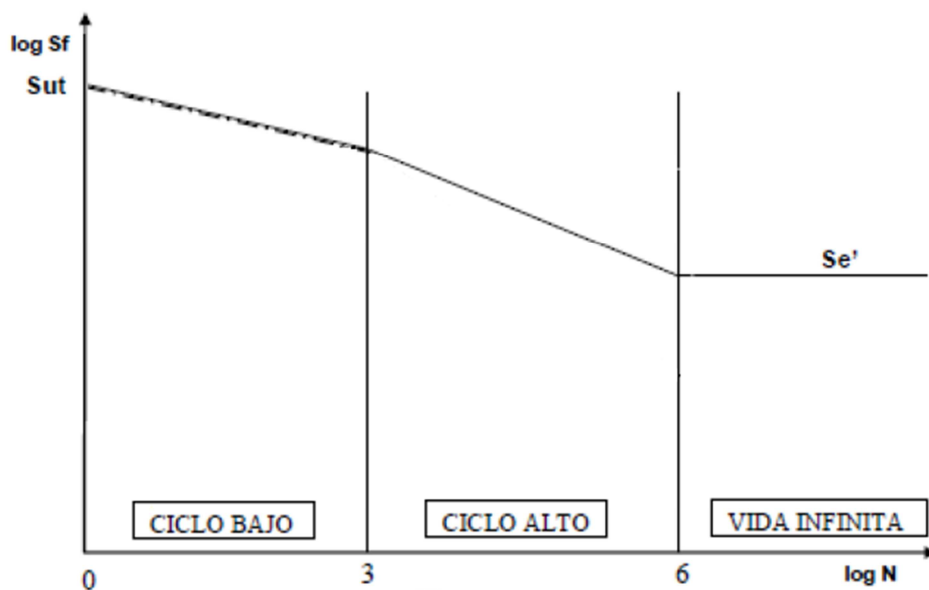


Fig.5.7. Diagrama de fatiga o curva S-N

- Zona de ciclo bajo: Se sitúa normalmente por debajo de los  $10^3$  o  $10^4$  ciclos, dependiendo de los autores. En esta zona el material se comporta de manera muy similar a como lo hace frente a cargas estáticas, pero con una leve reducción de la resistencia.
- Zona de ciclo alto: Hasta  $10^6$  o  $10^7$  ciclos para los aceros, según autores. Esta zona muestra una reducción mucho más brusca con la duración, al mismo tiempo se comprueba que el material se comporta de manera diferente a como lo hace frente a cargas estáticas.
- Zona de vida infinita: Existe un valor de la tensión por debajo del cual la duración de la probeta es infinita, es decir, no rompe. La tensión a la que se produce este efecto se conoce como límite de fatiga de la viga rotatoria o *límite de fatiga sin corregir* ( $S_e'$ ).

Para los metales no ferrosos y sus aleaciones, es necesario mencionar que por regla general, la línea horizontal asintótica del diagrama S-N suele tener una ligera pendiente negativa, lo cual justifica el hecho de que estos materiales no posean límite de fatiga.

Con el paso del tiempo, se ha buscado mediante la relación de numerosos ensayos, correlaciones entre los valores de la resistencia de rotura en tracción ( $S_{ut}$ ) y el límite de fatiga de la probeta rotatoria ( $S'_e$ ). Podremos admitir las siguientes aproximaciones en función del material:

Hierros y aceros forjados:

$$\begin{aligned} S'_e &= 0'5 \cdot S_{ut} & S_{ut} &\leq 1400 \text{ MPa} \\ S'_e &= 700 \text{ MPa} & S_{ut} &\geq 1400 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Aceros colados

$$\begin{aligned} S'_e &= 0'45 \cdot S_{ut} & S_{ut} &\leq 600 \text{ MPa} \\ S'_e &= 275 \text{ MPa} & S_{ut} &\geq 600 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (5.4)$$

### 5.3.- COEFICIENTES MODIFICATIVOS DEL LÍMITE DE FATIGA

Los valores de la resistencia y el límite de fatiga comentados en el apartado anterior son válidos para las condiciones que indican los protocolos de los ensayos normalizados. Estas probetas son de reducido tamaño, cuidadosamente construidas, pulidas y montadas en la máquina de ensayos.

Además, las condiciones ambientales durante el ensayo también están controladas, se cuida con especial atención que no se introduzcan efectos de carga no deseados, como por ejemplo los debidos a vibraciones inducidas por el motor de arrastre o del soporte, etc.

Sin embargo, una pieza cualquiera de una máquina tiene un tipo de construcción y una forma de trabajo que no se parecen casi nunca a las de la probeta. Es por ello por lo que en la práctica se recurre a la utilización de coeficientes modificativos, empíricamente obtenidos, para adaptar o ajustar los valores del comportamiento a fatiga de las probetas a los de cada pieza.



El resultado de la aplicación de estos factores es la obtención del límite de fatiga corregido ( $S_e$ ), que se define como el valor de la tensión alternante máxima que permite conseguir una vida infinita del mismo en las condiciones de funcionamiento.

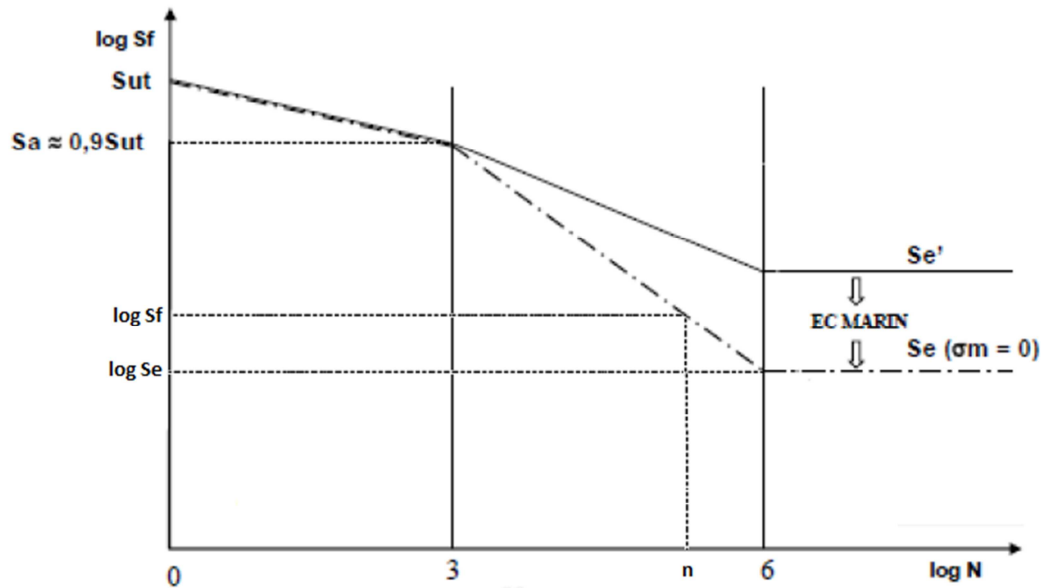


Fig.5.8. Diagrama S-N de una pieza real sometida a tensión alternante con tensión media nula

La ecuación que relaciona el límite de fatiga en el ensayo de vida rotatoria ( $S'_e$ ), el límite de fatiga corregido ( $S_e$ ) y los factores modificativos del límite de fatiga ( $K_i$ ) se denomina Ecuación de Marín:

$$S_e = \prod_i K_i \cdot S'_e \quad (5.5)$$

Los coeficientes  $K_i$  obtenidos experimentalmente son los siguientes:

- $K_a$ : Factor de acabado superficial
- $K_b$ : Factor de tamaño
- $K_c$ : Factor de confiabilidad
- $K_d$ : Factor de temperatura
- $K_e$ : Factor de concentración de tensiones
- $K_f$ : Factor de efectos diversos

Los grupos de ingeniería con experiencia son capaces de estimar de forma empírica un valor aceptable de estos valores de forma global, junto con el apropiado factor de seguridad.

Ante la ausencia de esa experiencia, lo más apropiado es utilizar los valores recomendados, para finalmente, en la fase de ensayo de prototipos y en la observación del comportamiento de las piezas en servicio, corroborar si la elección realizada ha sido adecuada o no.

Ahora se desarrollarán cada uno de esos factores.

### **5.3.1.- Factor de acabado superficial, $K_a$ .**

La superficie de una probeta de viga rotatoria está muy pulida y además se le da un pulido final en la dirección axial para eliminar cualquier ralladura circunferencial.

El factor de modificación depende de la calidad del acabado superficial y de la resistencia última del material.

La explicación de la reducción del límite de fatiga por el acabado superficial es que debido a la existencia de una mayor rugosidad en la superficie de la probeta se produce un fenómeno de concentración de tensiones en la misma.

El valor de  $K_a$  se obtiene de la siguiente correlación:

$$K_a = a \cdot S_{ut}^b \quad (5.6)$$

Obteniéndose  $a$  y  $b$  de la siguiente tabla:

| <b><i>Acabado Superficial</i></b>             | <b><i>Coefficiente <math>a</math><br/>(MPa)</i></b> | <b><i>Exponente <math>b</math></i></b> |
|---|---|--|
| <b>Pulido</b>                                 | 1   | 0                                      |
| <b>Acabado fino (esmerilado, rectificado)</b> | 1.58  | -0.085                                 |
| <b>Mecanizado sin acabar/estirado en frío</b> | 4.51  | -0.265                                 |
| <b>Laminado en caliente</b>                   | 57.7  | -0.718                                 |
| <b>Forjado</b>                                | 272   | -0.995                                 |

*Tabla 5.1 Coeficientes  $a$  y  $b$  para la obtención del factor  $K_a$*

Además podemos obtener el factor  $K_a$  para el acero directamente de la siguiente gráfica:

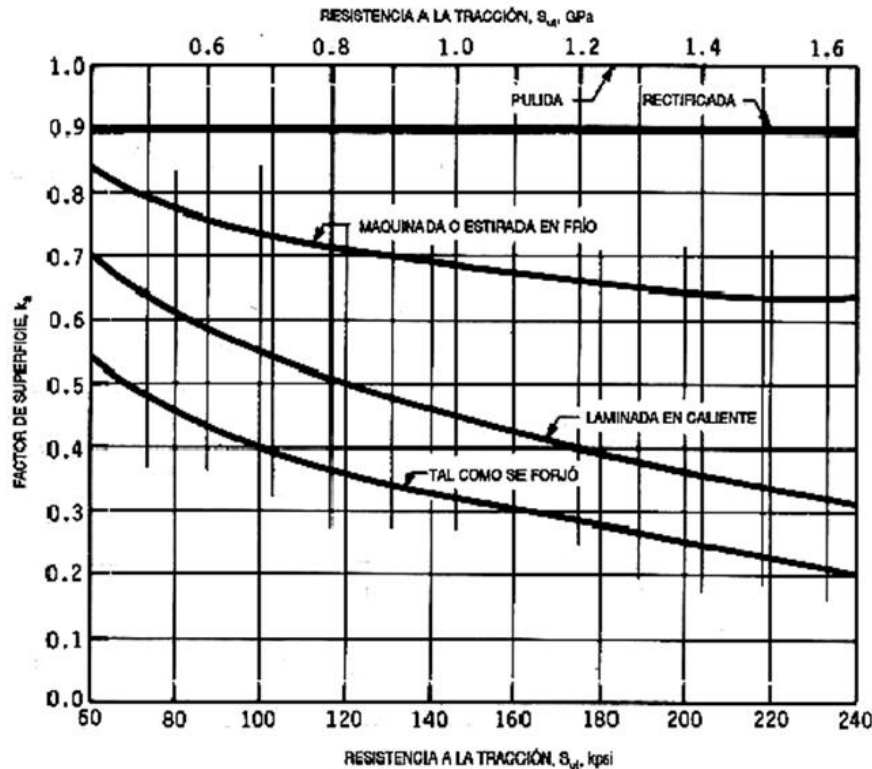


Fig.5.9. Factor de acabado superficial en función del acabado superficial y de la resistencia última a tracción

### 5.3.2.- Factor de tamaño, $K_b$

Los diámetros de las probetas normalizadas de los ensayos son de 7'5 y 12'5 mm. Obviamente, los ejes que se quieran estudiar pueden tener valores de diámetros muy diferentes, presentándose la tendencia general que, cuanto mayor es el diámetro, menor es el límite de fatiga.

Para el cálculo de este factor de tamaño se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

1. En el caso de carga axial, según algunos autores  $K_b=1$  para cualquier diámetro.

Sin embargo, para otros autores, se tiene que:

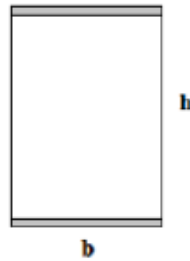
$$\begin{aligned} K_b &= 1 & d &= 10 \text{ mm} \\ K_b &= 0'6 - 0'7 \cdot d \text{ (según excentricidad)} & d &\geq 10 \text{ mm} \end{aligned} \quad (5.7)$$

2. En el caso de que la probeta esté sometida a flexión o torsión, el factor de tamaño se calcula por medio de las siguientes ecuaciones, en función del diámetro:

$$K_b = \left( \frac{d}{7'62} \right)^{-0.1133} \quad 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm}$$

$$K_b = 1'189 \cdot d^{-0.097} \quad 52 \leq d \leq 250 \text{ mm}$$
(5.8)

3. Por último, puede darse el caso de que el elemento mecánico sometido a estudio no tenga sección circular, en este caso se procede a calcular el diámetro efectivo. Este diámetro efectivo se determina a partir del  $A_{0.95}$ , que se define como: el área limitada por los puntos de la sección que en algún momento están sometidos a una tensión mayor o igual que el 95% del máximo absoluto. En el caso de una pieza con sección rectangular, esta área se corresponde con la parte sombreada de la figura:



$$A_{0.95} = 0'05 \cdot h \cdot b \quad (5.9)$$

*Fig.5.10. Diámetro efectivo para una sección rectangular*

Teniendo en cuenta que el área de 95% del esfuerzo de una sección circular de diámetro  $d_e$  sometida a flexión rotatoria, viene dada por:

$$A_{0.95} = \frac{\pi}{4} [d_e^2 - (0.95 \cdot d_e)^2] = 0'0766 \cdot d_e^2 \quad (5.10)$$

Así, para obtener el diámetro efectivo, igualando:

$$d_e = \sqrt{\frac{0'05}{0'0766} \cdot h \cdot b} = 0'808 \sqrt{h \cdot b} \quad (5.11)$$

Finalmente, una vez obtenido el diámetro efectivo, se podría calcular el tamaño efectivo con las correlaciones antes descritas.

### **5.3.3.- Factor confiabilidad, $K_c$ .**

Como ya se ha comentado, es importante el carácter probabilístico de los ensayos realizados para obtener las curvas S-N, por esta razón, existe el factor modificativo de confiabilidad, que permite de forma analítica cuantificar esta probabilidad de fallo. Los valores de  $K_c$  se presentan en la tabla 5.2:

| <i>Confiabilidad</i> | <i>Factor de confiabilidad <math>K_c</math></i> |
|----------------------|---|
| 0.5                  | 1   |
| 0.9                  | 0.987   |
| 0.95                 | 0.868   |
| 0.99                 | 0.814   |
| 0.999                | 0.753   |
| 0.9999               | 0.702   |
| 0.99999              | 0.659   |
| 0.999999             | 0.320   |
| 0.9999999            | 0.584   |
| 0.99999999           | 0.551   |
| 0.999999999          | 0.520   |

*Tabla 5.2 Factor de confiabilidad*

#### **5.3.4.- Factor de temperatura, $K_d$ .**

La temperatura modifica las propiedades mecánicas de los materiales, además de las resistencias a fluencia, fatiga y última.

La obtención del  $K_d$  resulta muy complicada, se recomienda la realización de pruebas en el laboratorio para su obtención. A continuación se presentan algunas correlaciones válidas para su cálculo:

$$\begin{aligned} K_d &= 1 & T &\leq 450\text{ }^{\circ}\text{C} \\ K_d &= 1 - 5'8 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 450) & 450^{\circ}\text{C} &\leq T \leq 550^{\circ}\text{C} \end{aligned} \quad (5.12)$$

#### **5.3.5.- Factor de concentración de tensiones, $K_e$ .**

Es muy común encontrar elementos mecánicos con agujeros, ranuras, chavetas, y otra serie de discontinuidades que alteran la distribución del esfuerzo. La influencia que pueda llegar a tener estas discontinuidades se evalúa mediante el factor de concentración de tensiones.

Es importante indicar que la naturaleza del material influye en la necesidad de tener en cuenta este factor, diferenciando así el estudio de un material dúctil de otro frágil.

Un material perfectamente dúctil bajo cargas dinámicas, a pesar de ser capaz de deformarse plásticamente, no dispone del tiempo necesario para hacerlo, y por ello es obligado considerar el efecto de la concentración de tensiones. Sin embargo, si este mismo material se encuentra sometido a cargas estáticas el efecto de la concentración de tensiones se considerará nulo.

Si el material es frágil, la concentración de tensión alcanza valores muy elevados alrededor de la entalla. El tipo de rotura es frágil, no va precedida de deformación plástica, por lo que es muy peligrosa. En este caso es necesario considerar el efecto de concentración de tensiones tanto bajo cargas dinámicas como estáticas.

La forma de evaluar el factor  $K_t$  es a través de las siguientes expresiones y conceptos que se definen a continuación:

- $R_f$ : Factor de reducción de resistencia en caso de fatiga (límite de fatiga de probetas sin discontinuidad/límite de fatiga de probetas con discontinuidad)
- $q$ : Factor de sensibilidad a las ranuras (depende del material)

Para obtener el factor de concentración de tensiones se procede tal que,

a) Cálculo de  $K_t$  por configuración geométrica o mediante tablas, con gráficas similares a las de la Fig.5.11 a modo de ejemplo:

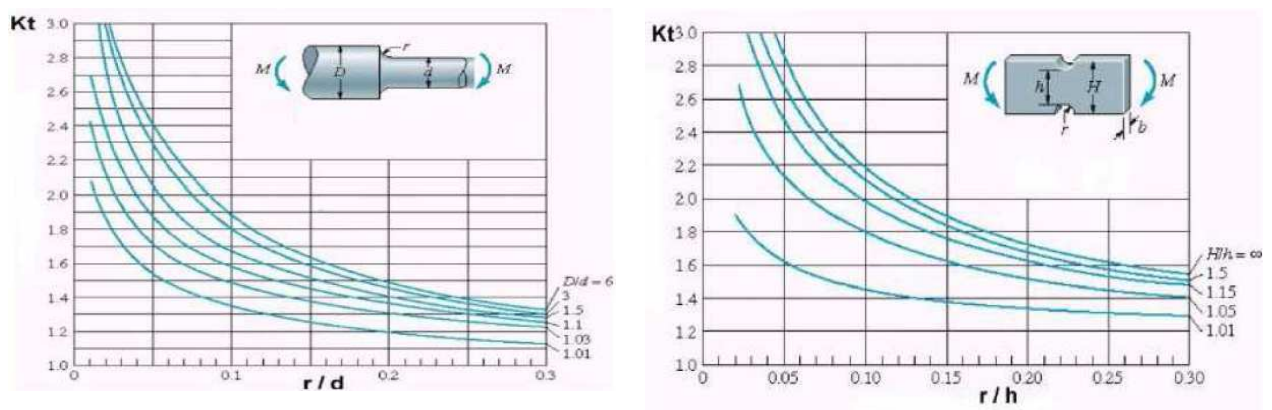


Fig.5.11. Gráficas para la obtención de  $K_t$  en barras sometidas a torsión y tracción.

Como se observa en estas gráficas, el factor  $K_t$  depende tanto de la forma geométrica del elemento (sección circular, rectangular), como del tipo de discontinuidad (agujeros transversales, muescas, estrechamientos de sección), y como del tipo de esfuerzo al que se ven sometidos (tracción simple, flexión simple, torsión).

b) Especificando el material se obtiene  $q$  (factor de sensibilidad a las ranuras), con ayuda de gráficas del tipo a las de la Fig.5.12 y 5.13, en función de la naturaleza de las cargas a las que esté sometido el elemento mecánico.

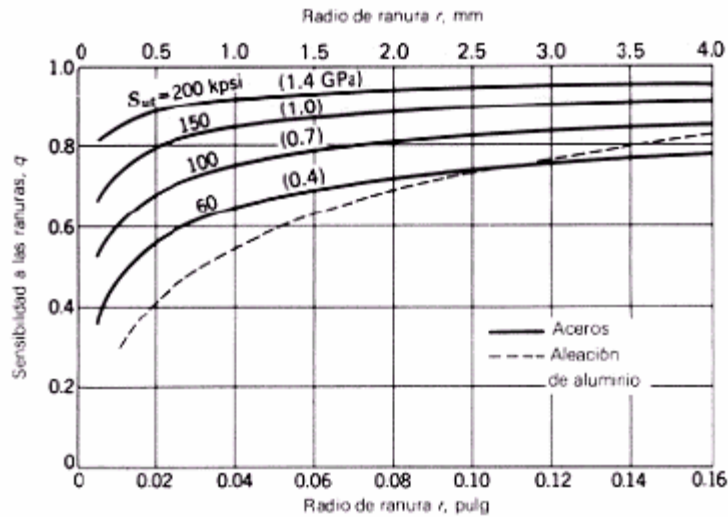


Fig.5.12. Sensibilidad a las ranuras para cargas de flexión y axiales alternantes

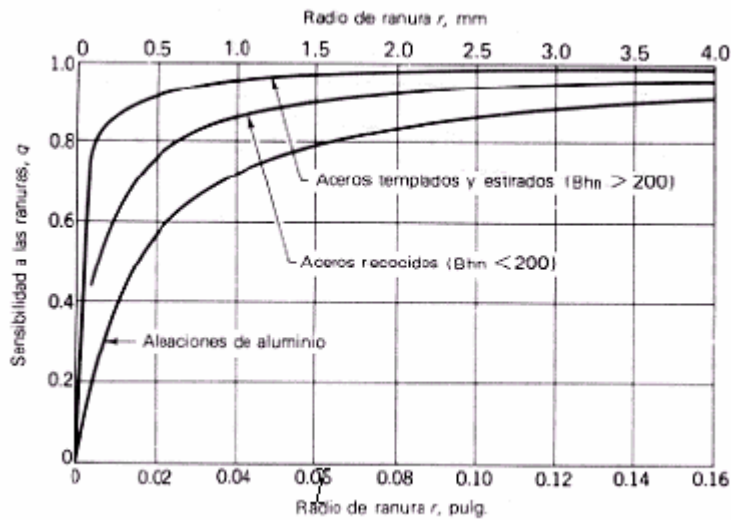


Fig.5.13. Sensibilidad a las ranuras para cargas de torsión alternantes

c) Obtención de  $\mathfrak{R}_f$  (factor de reducción de resistencia en caso de fatiga) mediante la siguiente ecuación:

$$q = \frac{\mathfrak{R}_f - 1}{K_t - 1} \quad (5.13)$$

d) Finalmente se obtendrá el factor de concentración de tensiones  $K_e$  como la inversa de  $\mathfrak{R}_f$ :

$$K_e = \frac{1}{\mathfrak{R}_f} \quad (5.14)$$

### 5.3.6.- Factor de efectos diversos, $K_f$

Este factor se utiliza para modificar el límite de fatiga en función de otros aspectos no considerados anteriormente. Normalmente es necesaria la realización de experimentos para cuantificarlo. A continuación se comentan algunos de los aspectos más importantes a tener en cuenta con este tipo de factor.

- Esfuerzos residuales o remanentes

Son esfuerzos que permanecen en el material en ausencia de carga, y pueden aumentar el límite de fatiga cuando son compresivos o disminuirlo cuando son tractivos.

Hay operaciones como el bombardeo con perdigones o el martillado que mejoran el límite a fatiga del componente al introducir tensiones residuales de compresión.

- Características direccionales operacionales

El límite de fatiga de piezas fabricadas por estirado, laminado o forja, puede verse afectado por la direccionalidad de la operación que hace que el material se comporte de forma anisótropa. Así, la resistencia a la fatiga en dirección transversal puede llegar a ser un 10-20% inferior que en dirección longitudinal.

- Efectos del temple superficial

Debido a los diferentes valores de los límites de fatiga del núcleo de un elemento con temple superficial y de la capa templada, puede suceder que se sobrepase este valor en la zona de unión del temple al núcleo. La distribución de las tensiones de una barra sometida a flexión o torsión es normalmente triangular, como se muestra en la Fig.5.14. En el caso de límites de resistencia a la fatiga para la capa superficial y para el núcleo, el límite de fatiga del núcleo gobierna el diseño, porque el esfuerzo  $\sigma$  o  $\tau$  (según corresponda) en el radio exterior del núcleo es mayor que el límite de resistencia a la fatiga del núcleo.

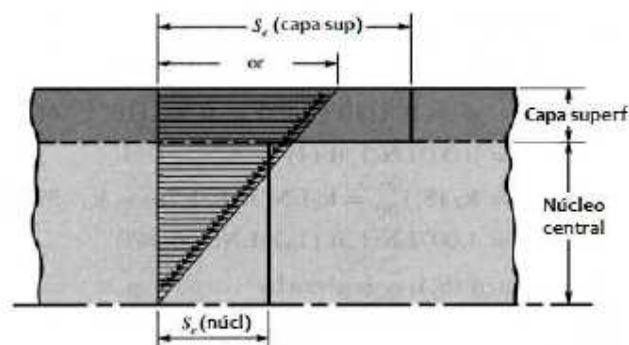


Fig.5.14. Pieza con temple superficial



- Efectos de corrosión

La corrosión disminuye la resistencia a la fatiga ya que se crean puntos de concentración de esfuerzos que favorecen la creación y posterior propagación de fisuras por procesos de fatiga.

La fatiga por corrosión se ha convertido en uno de los principales problemas en el diseño de ejes de ferrocarril. Aunque no sólo es en este campo en el que dicho fenómeno toma importancia, sino que existen una gran cantidad de procesos en los que se ve involucrada esta forma de fatiga, sobre todo en aquellos en los que existen ambientes de trabajo agresivos, a la intemperie o bajo medios ácidos, zonas de lluvia, zonas costeras, etc.

Debido a esto, desde hace algún tiempo se está estudiando dicho fenómeno en profundidad, así como las consecuencias que acarrea, y concretamente, en el campo ferroviario, donde se ha comprobado que una gran parte de los fallos han sido producidos por el fenómeno de la corrosión. Con el crecimiento que está mostrando la alta velocidad en todo el mundo, se hace necesario controlar todos los parámetros de manera eficaz, ya que el mínimo fallo podría provocar accidentes fatales.

- Recubrimiento electrolítico

Los recubrimientos electrolíticos suelen producir disminución de los límites de fatiga. Así, por ejemplo en los procesos de cromado, niquelado o cadmiado se puede producir una reducción del límite de hasta el 50%. Sin embargo el galvanizado (recubrimiento con zinc) no afecta.

- Corrosión por apriete (fretting)

Este fenómeno se produce por el movimiento microscópico en la superficie de piezas mecánicas o estructuras estrechamente ajustadas, como juntas atornilladas, cojinetes, etc. La reducción en la resistencia a fatiga puede ser de hasta el 70%, y su existencia se reconoce por la presencia de cambio de color en la superficie, picadura, y eventualmente, fatiga.

## **5.4.- ESFUERZOS FLUCTUANTES**

---

Debido a la naturaleza de algunas máquinas rotatorias, los esfuerzos fluctuantes a menudo adoptan un patrón senoidal. Por ello, es necesario conocer las fuerzas máximas y mínimas, para que el patrón de la fuerza quede definido.

Se definen las fuerzas medias ( $F_m$ ) y alternantes ( $F_a$ ), siendo  $F_{máx}$  la fuerza mayor y  $F_{min}$  la fuerza menor, como:

$$F_m = \frac{F_{máx} + F_{min}}{2} \qquad F_a = \left| \frac{F_{máx} - F_{min}}{2} \right| \qquad (5.15)$$

A partir de las fuerzas anteriores, se definen las componentes del esfuerzo como:

- $\sigma_{min}$  = Tensión mínima.
- $\sigma_{máx}$  = Tensión máxima.
- $\sigma_a$  = Tensión alternante, amplitud de la tensión.
- $\sigma_m$  = Tensión media.
- $\sigma_r$  = Intervalo total de la tensión.
- $\sigma_s$  = Tensión estática o estacionaria.

Algunas de estas componentes se pueden ver en la siguiente Fig.5.15:

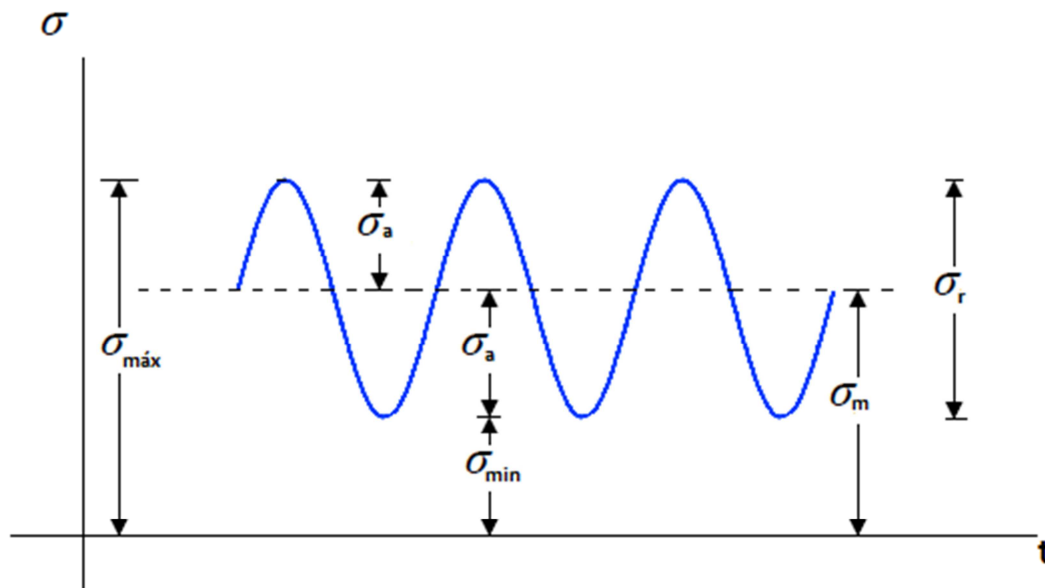


Fig.5.15. Diagrama de esfuerzo senoidal

Para estudiar este tipo de tensiones fluctuantes se descompone la carga en sus componentes media y alternante:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{máx} + \sigma_{min}}{2} \qquad \sigma_a = \left| \frac{\sigma_{máx} - \sigma_{min}}{2} \right| \qquad (5.16)$$

Se supone el estado tensional resultante como la superposición de un estado de carga constante (producido por la tensión media), y otro de carga alternante, es decir, con inversión completa (que será producido por la componente alternante).

El problema se tratará buscando una relación entre la componente alternante de tensión y la duración esperada del elemento, pero con la salvedad de que la presencia de la tensión media supondrá una disminución de los valores de la resistencia.

#### **5.4.1.- Métodos de análisis con esfuerzo medio no nulo**

Muchos elementos de máquinas poseen esfuerzos y tensiones fluctuantes cuyo valor medio es distinto de cero. Este es el caso más general y uno de los más frecuentes. En determinadas ocasiones no se puede contar con otra información experimental que no sea la correspondiente a los ensayos de flexión rotativa ( $\sigma_m = 0$ ), y la influencia de la tensión media no nula se calcula por medio de varias relaciones empíricas que determinan el fallo en una vida determinada cuando las tensiones alternantes y medias son distintas de cero.

Los enfoques más conocidos son los criterios de Goodman, Soderberg y Gerber.

##### **5.4.1.1.- Criterio de Goodman**

Según este criterio la variación de la resistencia alternante con la tensión media se describe mediante una recta que pasa por los puntos  $(0, S_f)$  y  $(S_{ut}, 0)$ . Es decir, el valor de la componente alternante para fallo a  $N$  ciclos es  $S_f$  y para la tensión alternante nula (carga estática), la resistencia media o valor de la tensión media para fallo es  $S_{ut}$ . De esta manera la rotura a  $N$  ciclos se produce cuando:

$$\frac{S_a}{S_f} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1 \quad (5.17)$$

Este criterio constituye una más que aceptable aproximación a la realidad y presenta la gran ventaja de expresarse mediante una relación lineal, por lo que es el más utilizado en la práctica.

##### **5.4.1.2.- Criterio de Soderberg**

Esta teoría también es lineal, y predice que, en ausencia de tensión media la rotura se produce cuando  $\sigma_a = S_f$ , pero que para tensión alternante nula (carga estática) y si el material es dúctil, el fallo se produce para  $\sigma_m = S_{yt}$ . Para tensiones medias, la variación sigue una recta. Así, la condición de fallo a  $N$  ciclos se establece como:

$$\frac{S_a}{S_f} + \frac{S_m}{S_{yt}} = 1 \quad (5.18)$$

Esta teoría proporciona resultados excesivamente conservadores, por lo que, el criterio de Goodman se utiliza más.

#### 5.4.1.3.- Criterio de Gerber

Esta teoría no es lineal, y supone que la variación de  $\sigma_a$  con  $\sigma_m$  se representa mediante una parábola cuyo vértice es el punto  $(0, S_f)$ , su eje es el de ordenadas y pasa por el punto  $(S_{ut}, 0)$ . Así, la rotura a  $N$  ciclos se produce cuando:

$$\frac{S_a}{S_f} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1 \quad (5.19)$$

En la siguiente figura podremos observar la diferencia entre los diferentes criterios:

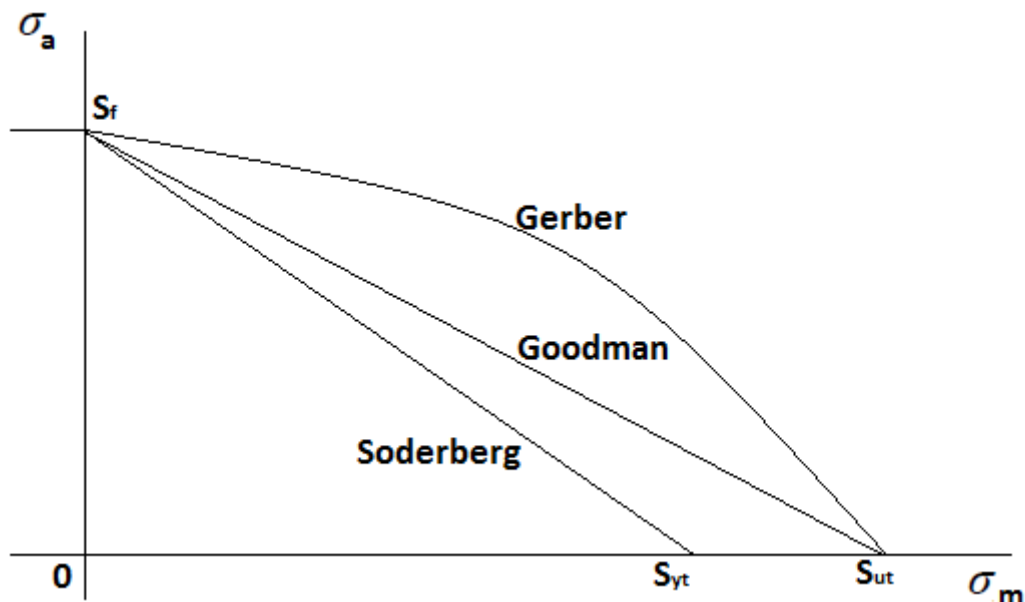


Fig.5.16. Diagrama de fatiga con criterios de Goodman, Soderberg y Gerber

Según la Fig.5.16 cuando el punto representativo del estado tensional  $(\sigma_m, \sigma_a)$  está situado por debajo de las curvas, se tiene seguridad para la duración considerada. Si está sobre la curva correspondiente, cabe esperar el fallo tras esa duración. Y por último si está por encima, el fallo se producirá antes de la duración determinada.

El criterio de Soderberg previene contra el fallo por fluencia, en el sentido de que seguridad a fatiga conlleva seguridad a fluencia, es decir, asegura que la tensión máxima nunca superará el valor de la resistencia a fluencia. Sin embargo, esto no ocurre con las otras dos teorías.

En el caso especial de tener tensión alternante nula y tensión media inferior a  $S_{ut}$ , pero superior a  $S_{yt}$ , no se produciría la rotura según Goodman y Gerber, pero sin embargo, se habría alcanzado la fluencia, la explicación radica en que estos caso el material rompe por fluencia y no por fatiga.

#### 5.4.2.- Línea de carga

En la mayor parte de los sistemas mecánicos, las propias características de funcionamiento hacen que las variaciones de la tensión alternante solo puedan presentarse acompañadas de variaciones de la tensión media.

Por ejemplo, en el caso de las tensiones sufridas por el diente de un engranaje. En la zona de engrane, la base del diente está sometida a un esfuerzo de flexión, mientras que en la zona de no engrane, el diente está libre de esfuerzos. Esto implica que el diente está sometido a unos esfuerzos fluctuantes entre un valor determinado y cero, lo que a su vez quiere decir que las tensiones medias y alternantes serán igual a la mitad de la tensión máxima. En caso de existir una sobrecarga, la tensión alternante aumentará, pero también lo hará la tensión media, y en este caso, se mantendrán ambas iguales. De esta forma, no es posible un aumento de la tensión alternante sin un aumento igual de la tensión media.

Recibe el nombre de línea de carga a la representación en un diagrama  $\sigma_m - \sigma_a$  de los posibles estados tensionales del sistema que se analiza, cuando la carga externa experimenta variaciones, también físicamente posibles, de acuerdo con la naturaleza del sistema.

En la siguiente Fig.5.17 se muestra la línea de carga en el diagrama de Goodman para vida infinita.

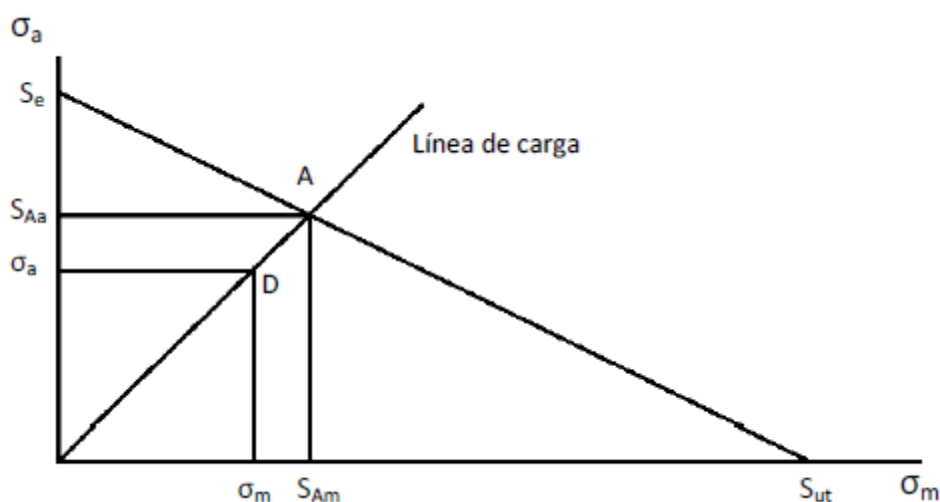


Fig.5.17. Línea de carga en el diagrama de Goodman para vida infinita

El punto A representa la situación de fallo en el caso de vida infinita. Si el factor de seguridad se considera como factor de aplicación de la carga, se trataría de buscar el número por el que se ha de multiplicar la carga, y por tanto, las tensiones a las que afecta, hasta que las tensiones medias y alternantes fuesen las correspondientes al punto límite A. Al verificar el punto A en la ecuación de Goodman tenemos:

$$\frac{S_{Aa}}{S_e} + \frac{S_{Am}}{S_{ut}} = 1 \quad (5.20)$$

Al multiplicar la carga externa por un factor  $n$  para llegar a la situación límite, las tensiones medias y alternantes de diseño (*punto D*) se verán multiplicadas también por el mismo factor:

$$\frac{n \cdot \sigma_a}{S_e} + \frac{n \cdot \sigma_m}{S_{ut}} = 1 \quad (5.21)$$

quedando definido el coeficiente o factor de seguridad  $n$  como sigue:

$$n = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} \quad (5.22)$$

Este procedimiento expuesto es también válido para los demás criterios de fallo. Si hubiéramos elegido el criterio de Gerber, el factor de seguridad se obtendría de la ecuación:

$$\frac{n \cdot \sigma_a}{S_e} + \left( \frac{n \cdot \sigma_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1 \quad (5.23)$$



## **Capítulo 6.**

# **DESCRIPCIÓN PROGRAMAS UTILIZADOS**

6.1.- INTRODUCCIÓN.

6.2.- ABAQUS VERSIÓN 6.10-1.

6.3.- FE-SAFE VERSIÓN 6.2.



## **6.1.- INTRODUCCIÓN.**

---

Como se comentó anteriormente en la realización del presente proyecto se han utilizado dos programas informáticos para la resolución de los problemas que se plantean.

En este capítulo se describen primero las características generales del programa de elementos finitos Abaqus utilizado para el estudio de las tensiones y desplazamientos y posteriormente para el estudio del FIT en la punta de una grieta. Después se hace una breve descripción del programa informático Fe-Safe, utilizado exclusivamente para el cálculo de la vida a fatiga.

## **6.2.- ABAQUS VERSIÓN 6.10-1**

---

En este punto se pretende explicar de manera detallada el funcionamiento del código de simulación mediante elementos finitos utilizado en el presente trabajo (Abaqus). Este software comercial es uno de los programas de simulación FEM más extendidos, potentes y versátiles. Se trata de un programa de FEM multipropósito ampliamente utilizado en la simulación de problemas científicos y en el diseño de prototipos, tanto por instituciones académicas como por organizaciones industriales.

El paquete Abaqus consta de varios programas, algunos de ellos específicos para determinados tipos de problemas. De entre ellos cabe destacar los dos motores de simulación FEM o solver: Abaqus/Standard y Abaqus/Explicit.

Abaqus/Standard formula el problema de elementos finitos en forma implícita, mientras que Abaqus/Explicit está orientado a la resolución de problemas dinámicos formulados de forma explícita.

La evolución de Abaqus ha sido considerable, pasando de la necesidad de editar manualmente los ficheros de entrada, a poseer un entorno gráfico amigable desde donde elaborar el modelo FEM, monitorizar el proceso de cálculo y visualizar los resultados. Esta interfaz gráfica recibe el nombre de Abaqus/CAE y está diseñada en forma de módulos que permiten realizar todas esas tareas de forma relativamente simple.

En la Fig.6.1, de la página que sigue, se muestra la pantalla que Abaqus ofrece cuando iniciamos el programa. En dicha pantalla se recuadra en colores las partes que interesa conocer.

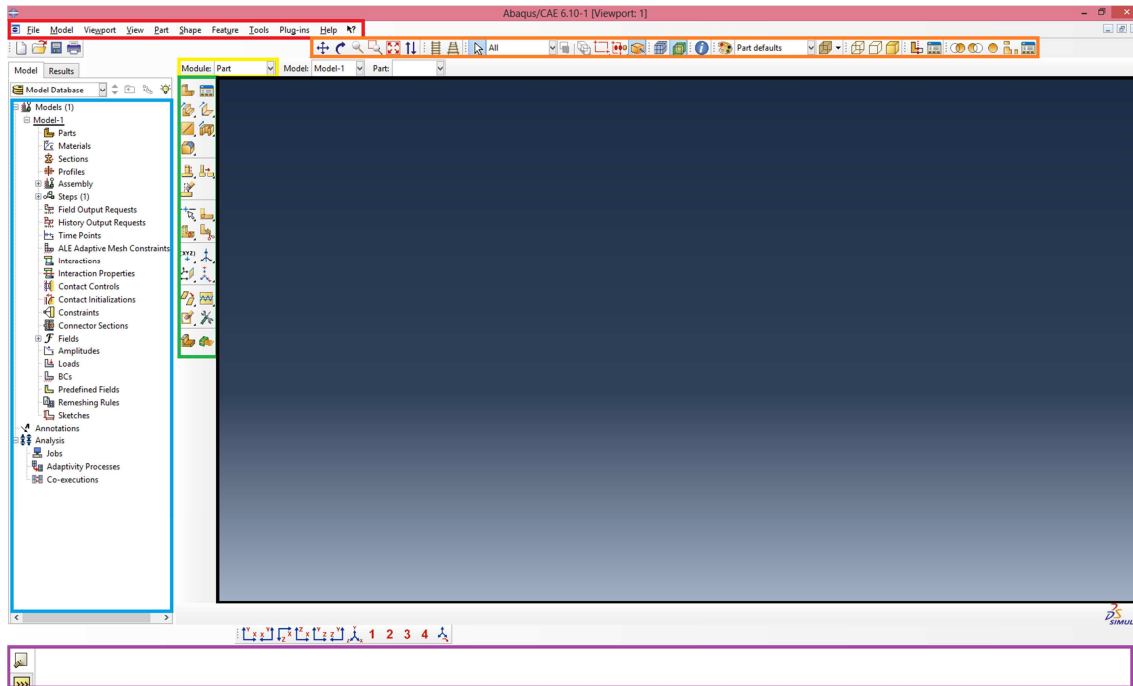


Fig.6.1. Pantalla principal de Abaqus con partes diferenciadas por colores

- *Color morado (abajo):* Es la parte donde aparecen todas las operaciones que se van realizando, por ejemplo, al abrir el programa te indica que un nuevo modelo ha sido creado. También, aunque en este proyecto no se ha utilizado, permite la programación manual escribiendo los comandos directamente en dicha barra.
- *Color negro (centro):* Es el cuadro donde aparecen los cuerpos que se van creando, es decir, el área de representación del modelo, según añadamos geometría, condiciones de contorno, mallado, etc. Todos los modelos se muestran de manera visual y gráfica. Una vez lanzado el cálculo y resuelto el problema, en este área se presenta la pieza analizada con las distribuciones de las diferentes tensiones, desplazamientos, etc. También se pueden representar gráficas que muestran la variación de alguna variable respecto a otra o respecto de un parámetro fijo.
- *Color rojo (Menu bar):* Es la barra de comandos, en ella se encuentran las diferentes opciones y herramientas que se pueden utilizar para ir construyendo el problema y diseñando el modelo. Dependiendo del módulo en el que se trabaje, esas opciones cambiarán.
- *Color naranja:* Es una barra donde aparecen algunos de los iconos más importantes de visualización, con las que se permite girar el modelo, moverlo, modificar su tamaño aparente, presentar la pieza con mallado o sin él...

- *Color verde (Toolbox area)*: Esta parte de la pantalla proporciona algunos iconos con las funciones más importantes de cada módulo. Según el módulo con el que se esté trabajando estos iconos cambiarán. Todos ellos son opciones que se encuentran en la barra de comandos, marcada en rojo. Simplemente es una forma en la que el programa permite ahorrar tiempo.
- *Color azul (Model Tree)*: Esta parte izquierda de la pantalla muestra el historial de lo que se va haciendo con aquellas condiciones y propiedades que se introducen en el modelo creado. En esta barra se puede también seleccionar, editar, borrar,...cualquier geometría, propiedad, etc. Es un resumen de mucha ayuda porque muestra todo lo que se ha creado en un momento de la programación.
- *Color amarillo (Module)*: Este cuadro es uno de los más importantes, en él se puede cambiar de módulo y casi todos ellos son indispensables. Por ejemplo de nada sirve modelar dos cuerpos y dibujarlos juntos, pues entre ellos no hay interacción, si en otro módulo distinto no se crea un contacto entre sus superficies.

Existen los siguientes módulos:

- *Módulo de creación de partes (Part module).*

Un modelo de elementos finitos puede constar de varios cuerpos o partes. Este módulo permite definir cada uno de ellos, bien creando su geometría con la ayuda del módulo de diseño o bien importándola desde otros programas (Mediante ficheros compatibles ACIS, IGES, STEP o VDA-FS). En este módulo se define si la pieza es rígida o deformable, tridimensional, axilsimétrica, etc. Además, es posible dividir una pieza en particiones para la posterior asignación de propiedades o condiciones de contorno.

- *Módulo de asignación de propiedades (Property module).*

En este módulo se asigna a cada una de las particiones el modelo constitutivo o de material que se desee, y se introducen los parámetros de entrada necesarios en dicho modelo (p. ej. E y  $\nu$  para un modelo elástico lineal isótropo). Además de asignar las propiedades del material que conforma una pieza es necesario definir su sección y, en ocasiones, también orientación. En este módulo se asignan también a cada pieza las propiedades máscas y de inercia, especialmente relevantes en problemas cinemáticos o dinámicos.

- *Módulo de ensamblaje del modelo (Assembly module).*

Cada parte del modelo de elementos finitos se crea en un sistema de coordenadas propio. En este módulo se ensambla el modelo completo definiendo las posiciones de cada pieza en un sistema de coordenadas común a todas ellas. El proceso de ensamblaje se realiza creando imágenes (instances) de las partes que luego son posicionadas mediante traslaciones y rotaciones o aplicando ligaduras en determinadas caras o aristas. Una de las ventajas de este método es que se pueden crear varias imágenes a partir de una misma parte, de tal manera que cualquier modificación posterior de la parte afectará a todas sus imágenes

- *Módulo de creación de pasos (Step module).*

Una simulación FEM puede constar de varios pasos: carga + descarga, calentamiento + presión + enfriamiento, etc. En este módulo se definen las características generales de cada paso (tiempo, número y tamaño de los incrementos<sup>1</sup>, etc.). Además, en este módulo se especifican los parámetros de salida (tensiones, deformaciones, temperatura, etc.) que se desea obtener como resultado de la simulación y cada cuanto incremento han de almacenarse estos datos. La elección correcta de los parámetros de salida permite reducir el tamaño de los ficheros de salida y también el tiempo de cálculo.

Existen dos tipos de salidas: de *campo (field output)* o *históricas (history output)*. El primer tipo almacena los valores de los parámetros indicados en todos los elementos del modelo, de forma que posteriormente es posible visualizar la distribución geométrica de los valores de dicho parámetro. Por el contrario, la salida histórica almacena cómo varían a lo largo de la simulación los valores de los parámetros en un cierto conjunto de nodos o elementos.

- *Módulo de definición de interacciones (Interaction module).*

Como su propio nombre indica, este módulo permite definir contactos e interacciones entre piezas del modelo. En el caso de contactos se especifican las superficies que están o pueden entrar en contacto durante la simulación y se definen las propiedades de éste (fricción, adhesión, etc). También es posible establecer otros tipos de interacción, condiciones de movimiento, uniones, etc. Por ejemplo, a través de ecuaciones de ligaduras aplicadas sobre los desplazamientos nodales.

- *Módulo de aplicación de fuerzas y condiciones de contorno (Load/BC/IC module)*

Este módulo permite imponer las condiciones de contorno y definir las fuerzas externas que actúan sobre el modelo. Tanto unas como otras pueden modificarse de un paso a otro o incluso, dependiendo del tipo de condición, variar (p. ej. linealmente) a lo largo de cada uno de ellos. Las condiciones de contorno y las fuerzas aplicadas aparecen esquemáticamente representadas en pantalla sobre el modelo para facilitar su visualización.

- *Módulo de generación de mallado (Mesh module).*

Una vez definida la geometría del modelo es necesario definir la malla de elementos finitos que lo representará en la simulación. El proceso de mallado en sí, así como la numeración optimizada de nodos y elementos, es realizado por el programa. Es decir, el usuario se limita a escoger, dependiendo de la forma de la pieza o partición, la técnica de mallado (libre, estructurada o por barrido) y a indicar el número de elementos que desea en las aristas (semillar). Asimismo, ha de escoger el tipo de elementos más adecuado para su modelo (1D, 2D, 3D) de entre la amplia biblioteca de elementos que maneja Abaqus. Además, el usuario puede comprobar la bondad de la malla mediante la herramienta de verificación de mallado, que informa de la existencia de elementos con factor de forma demasiado elevado o excesivamente distorsionado.

- *Módulo de control y monitorización (Job module).*

Este módulo permite lanzar y monitorizar el progreso de la simulación. En primer lugar se define el tipo de análisis a realizar (completo, continuación de otro o sólo test del modelo) y se asignan los recursos hardware (memoria, buffers, número de procesadores, etc.)

Abaqus/Standard se encarga, en primer lugar, de comprobar la validez de los datos de entrada (test del modelo), informando al usuario de los posibles errores y sugiriendo en cada caso posibles soluciones. En segundo lugar, efectúa los cálculos, escogiendo el método más adecuado para resolver el sistema de ecuaciones. Finalmente, determina los valores de las variables de salida requeridas por el usuario y los transcribe a los diferentes ficheros de salida. Además, se crea un fichero de *restart* que permite iniciar un segundo análisis a partir de los resultados del anterior. Durante todo el proceso es posible monitorizar los progresos del análisis e incluso visualizar (con la ayuda del módulo de visualización) resultados intermedios sin necesidad de esperar a que finalice la simulación.

- *Módulo de visualización (Visualization module).*

Este módulo, que también puede adquirirse de forma independiente bajo el nombre de Abaqus/Viewer, constituye un completo interfaz o postprocesador gráfico destinado a la visualización de los resultados de la simulación. El módulo permite el tratamiento visual de la información masiva generada por Abaqus /Standard, mediante la creación de diagramas de contorno (o de isolíneas), diagramas vectoriales, etc. También permite visualizar los resultados históricos mediante representaciones gráficas que pueden combinarse entre sí. Así mismo, es posible definir caminos o *paths* y representar gráficamente cómo varía un determinado parámetro a lo largo de dicho camino, etc.

- *Módulo de diseño (Sketch module).*

Se trata de un módulo de creación de geometrías que puede ser llamado desde otros módulos (p. ej. el módulo de creación de partes) o de forma independiente para crear figuras geométricas que luego serán importadas por otros módulos. Es por tanto un módulo de dibujo similar a un programa CAD que permite diseñar la geometría del modelo FEM.

### **6.3.- FE-SAFE VERSIÓN 6.2.**

---

El software Fe-Safe es un postprocesador potente para el cálculo de fatiga en Abaqus. Fe-Safe utiliza técnicas probadas para determinar con precisión la resistencia a la fatiga de los componentes bajo cargas cíclicas. Fe-Safe combina resultados de análisis de elementos finitos para varias condiciones de carga de Abaqus con la historia de la carga cíclica para predecir la vida útil del componente. Este es usado junto a softwares comerciales de elementos finitos para calcular:

- Donde se producen grietas por fatiga.
- Cuando se inician las grietas por fatiga.
- Los factores de seguridad en las tensiones de trabajo.
- La probabilidad de supervivencia para diferentes vidas de servicio.
- Si la grieta se propagará.

Los resultados se visualizan usando en nuestro caso Abaqus/Viewer.

A continuación en la Fig.6.2 se puede observar la interfaz del programa y se destacarán las partes que se pueden ver a la hora de realizar algún análisis:

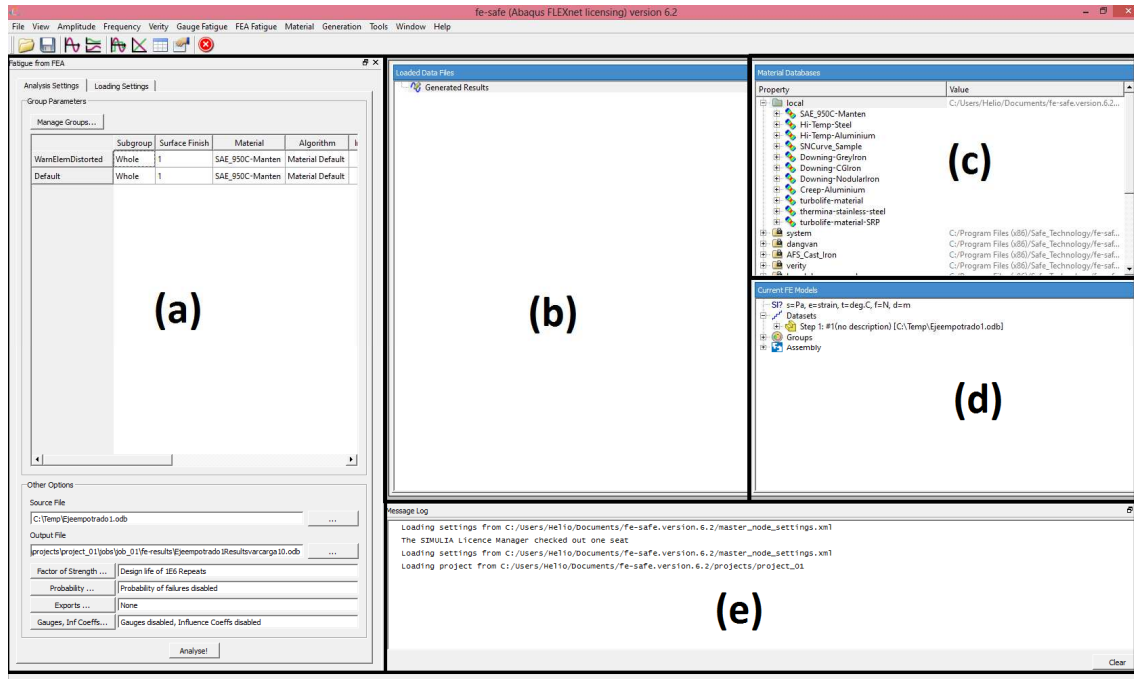


Fig.6.2. Pantalla principal de Fe-Safe con partes diferenciadas por letras

La interfaz que se muestra en la figura anterior se compone de:

- Cuadro de diálogo.
- Ventana con una lista de los archivos de carga (archivos de datos).
- Ventana que contiene las bases de datos de materiales.
- Ventana para mostrar los detalles del archivo de elementos finitos abierto.
- Ventana de mensaje.





## **Capítulo 7.**

# **ESTUDIO DEL EJE EMPOTRADO**

7.1.- INTRODUCCIÓN.

7.2.- CÁLCULOS ANALÍTICOS.

7.3.- ANÁLISIS DE ESFUERZOS CON ABAQUS.

7.4.- ANÁLISIS A FATIGA CON FE-SAFE.

7.5.- RESULTADOS CÁLCULO DEL ANÁLISIS ESTÁTICO VS ABAQUS.

7.6.- RESULTADOS CÁLCULO DEL ANÁLISIS A FATIGA VS FE-SAFE.

## 7.1.- INTRODUCCIÓN

Para la validación de los resultados obtenidos con Abaqus y Fe-Safe, se resuelve un mismo problema de un eje sometido a fatiga mediante cálculos analíticos y mediante el programa Fe-Safe en el que previamente hemos resuelto el eje sometido a solicitaciones de carga estáticas en Abaqus.

### 7.1.1.- Geometría del eje

El “Eje empotrado” simulado, tiene las siguientes características:

- Eje rotatorio, empotrado en el lado izquierdo, bajo carga no rotatoria.
- Dimensiones y carga según la siguiente figura:

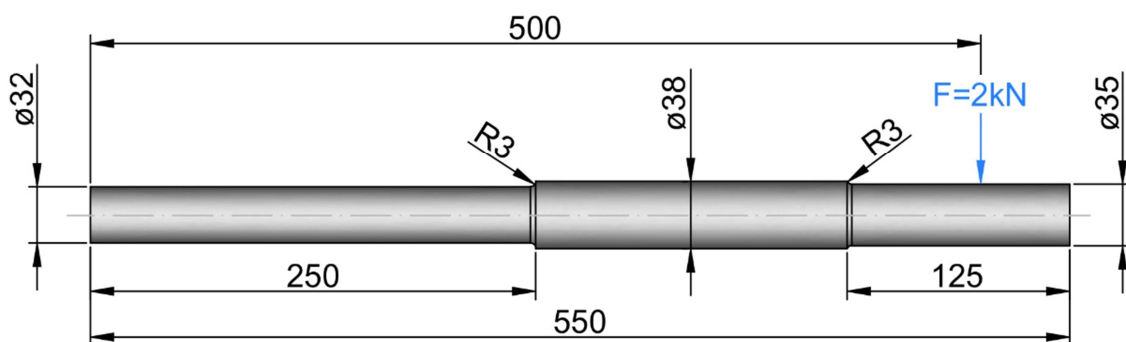


Fig.7.1. Cargas y dimensiones del problema “Eje empotrado”

### 7.1.2.-Definición del material

El material del eje es un acero AISI 1050 laminado en frío, el eje simulado a fatiga, llamado a partir de ahora “Eje empotrado”, tiene las siguientes propiedades:

- Densidad =  $7827 \text{ Kg/m}^3$
- Coeficiente de Poisson = 0,27
- Resistencia ultima a tracción = 690 MPa
- Límite elástico = 365 MPa
- Módulo de Young = 200 GPa

## 7.2.- CÁLCULOS ANALÍTICOS

Se estudia analíticamente la respuesta a fatiga del eje rotatorio presentado anteriormente, sometido a una carga no rotatoria, siguiendo las premisas descritas en los apartados anteriores.

### 7.2.1-Cálculo de la sección de máxima tensión

En primer lugar se ha de determinar el diagrama de momentos flectores, para así conocer la tensión en las secciones críticas: el empotramiento (*Sección A*) y los dos cambios de sección (*Sección B* y *C*).

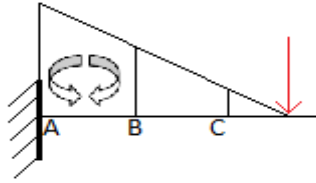


Fig.7.2. Diagrama de momentos flectores

Según el diagrama, se calcula a continuación la distribución de momentos flectores en las secciones A, B y C, y con ello la tensión máxima soportada por el eje en esas mismas secciones:

- Momento y tensión en la sección A (empotramiento):

$$M_A = F \cdot (500) = 2000 \cdot 500 = 1000000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\sigma_A = \frac{M_A}{I_z} \frac{d_1}{2} = \frac{64 \cdot M_A \cdot d_1}{\pi \cdot d_1^4 \cdot 2} = \frac{32 \cdot M_A}{\pi \cdot d_1^3} = \frac{32 \cdot 1000000}{\pi \cdot 32^3} = 310.8 \text{ MPa}$$

- Momento y tensión en la sección B ( $d_1 = 32 \text{ mm} \rightarrow d_2 = 38 \text{ mm}$ ):

$$M_B = F \cdot (500 - 250) = 2000 \cdot 250 = 500000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\sigma_B = \frac{M_B}{I_z} \frac{d_1}{2} = \frac{64 \cdot M_B \cdot d_1}{\pi \cdot d_1^4 \cdot 2} = \frac{32 \cdot M_B}{\pi \cdot d_1^3} = \frac{32 \cdot 500000}{\pi \cdot 32^3} = 155.4 \text{ MPa}$$

- Momento y tensión en la sección C ( $d_2 = 38 \text{ mm} \rightarrow d_3 = 35 \text{ mm}$ ):

$$M_C = F \cdot (500 - 250 - 175) = 2000 \cdot 75 = 150000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\sigma_C = \frac{M_C}{I_z} \frac{d_3}{2} = \frac{64 \cdot M_C \cdot d_3}{\pi \cdot d_3^4 \cdot 2} = \frac{32 \cdot M_C}{\pi \cdot d_3^3} = \frac{32 \cdot 150000}{\pi \cdot 35^3} = 35.6 \text{ MPa}$$

Se observa que la sección de máxima tensión es la del empotramiento, pero sólo con estos datos no se puede asegurar que el eje vaya a romper por esa sección, ya que, los cambios de sección también son zonas susceptibles de fallo por fatiga. Por seguridad, se calculará el número de ciclos que soporta el eje a fatiga en las 3 secciones.

### 7.2.2.-Cálculo del límite de fatiga corregido (Se)

En este apartado se calcularán los coeficientes modificativos del límite de fatiga para las tres secciones, siguiendo los pasos incluidos en el capítulo 5, para finalmente calcular el límite de fatiga corregido.

i. Factor de acabado superficial ( $K_a$ )

Se trata de un eje laminado en frío, de la Tabla 5.1 se obtienen los coeficientes a y b correspondientes.

$$K_{aA} = K_{aB} = K_{aC} = a \cdot S_{ut}^b = 4.51 \cdot 690^{-0.265} = 0.798$$

ii. Factor de tamaño ( $K_b$ )

El eje está sometido a flexión. Este factor depende del diámetro, por lo que se calcula uno diferente para cada sección. En ese caso, el empotramiento y el primer cambio de sección tienen el mismo diámetro.

$$K_{bA} = K_{bB} = \left(\frac{d_1}{7.62}\right)^{-0.1133} = \left(\frac{32}{7.62}\right)^{-0.1133} = 0.850$$

$$K_{bC} = \left(\frac{d_3}{7.62}\right)^{-0.1133} = \left(\frac{35}{7.62}\right)^{-0.1133} = 0.841$$

iii. Factor de confiabilidad ( $K_C$ )

Para el problema a resolver se va a determinar un nivel de confiabilidad del 90%:

$$K_{cA}(90\%) = K_{cB}(90\%) = K_{cC}(90\%) = 0.897$$

iv. Factor de temperatura ( $K_d$ )

El eje se encuentra a temperatura ambiente, por lo tanto:

$$K_{dA} = K_{dB} = K_{dC} = 1$$

v. Factor de concentración de tensiones ( $K_t$ )

Este factor se debe tener en cuenta en las secciones B y C, por haber un cambio de sección, pero no en el empotramiento. Como se pudo ver en el Apartado 5.3.5, el primer paso consiste en calcular el factor de concentración teórico ( $K_t$ ). Para ello se entra con los datos de nuestro eje en la gráfica de la Fig.7.3 obteniéndose:

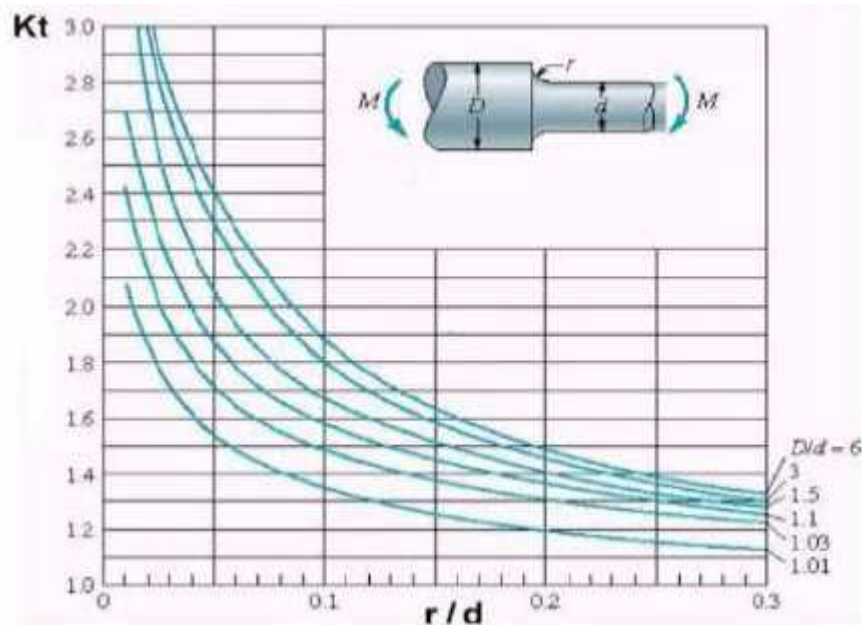


Fig.7.3. Barra de sección circular con estrechamiento y entalles en flexión

Sección B:

$$\left. \begin{aligned} \frac{D}{d} &= \frac{d_2}{d_1} = \frac{38}{32} = 1.187 \\ \frac{r}{d} &= \frac{3}{32} = 0.094 \end{aligned} \right| K_{tB} = 1.6$$

Sección C:

$$\left. \begin{aligned} \frac{D}{d} &= \frac{d_2}{d_3} = \frac{38}{35} = 1.08 \\ \frac{r}{d} &= \frac{3}{35} = 0.085 \end{aligned} \right| K_{tC} = 1.55$$

A continuación, se calcula el factor de sensibilidad a las ranuras ( $q$ ), entrando en la gráfica de la Fig.7.4, con los valores de la tensión última a tracción y el radio de las ranuras.

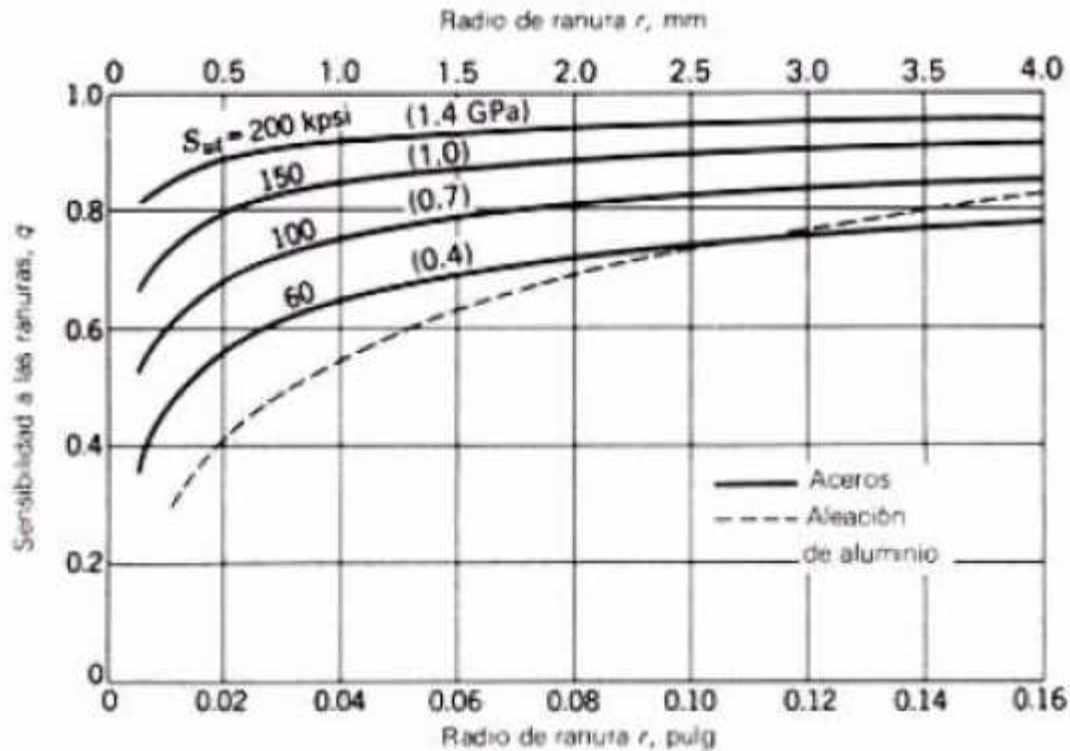


Fig.7.4. Sensibilidad a las ranuras para cargas de flexión y axiales alternantes

En este caso, el factor  $q$  es igual en las dos secciones:

$$S_{ut} = 690 \text{ Mpa}$$

$$q_B = q_C = 0.83$$

$$r = 3 \text{ mm}$$

Con estos datos, se calcula el factor de resistencia en caso de fatiga ( $\mathfrak{R}_f$ ) para las dos secciones:

$$\mathfrak{R}_{fB} = 1.489$$

$$\mathfrak{R}_f = q \cdot (K_t - 1) + 1$$

$$\mathfrak{R}_{fC} = 1.457$$

Finalmente, se calcula el factor de concentración de tensiones ( $K_e$ ), como la función inversa de  $\mathfrak{R}_f$  :

$$K_{eB} = 0.668$$

$$K_{eC} = 0.687$$

vi. Cálculo del límite de fatiga corregido ( $S_e$ )

A continuación, se calculan los coeficientes modificativos del límite de fatiga corregido mediante la siguiente expresión ( $S'_e = 0,5 \cdot S_{ut} = 345 \text{ MPa}$ ):

$$S_e = \prod_i K_i \cdot S'_e$$

Así, para las tres secciones de estudio del cálculo de vida a fatiga, el valor del límite de fatiga resulta:

$$S_{eA} = 209.9 \text{ MPa}$$

$$S_{eB} = 140.1 \text{ MPa}$$

$$S_{eC} = 142.7 \text{ MPa}$$

### 7.2.3.- Determinación del número de ciclos

Para determinar la vida a fatiga del eje estudiado, se va a utilizar el criterio de Goodman ya que tiene la ventaja de expresarse mediante una relación lineal y es el más utilizado en la práctica.

El eje estudiado es un ejemplo de problema de tensión media nula, ya que al girar, las secciones del eje quedan sometidas a tracción y compresión alternativamente.

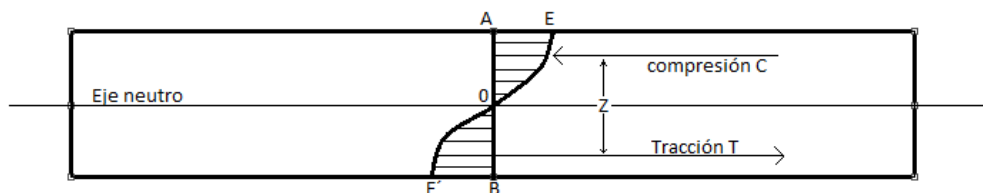


Fig.7.5. Zona comprimida y zona traccionada en un eje

En las secciones estudiadas, las tensiones máximas son las calculadas en el Apartado 7.2.1, y las tensiones mínimas serán las mismas pero con signo negativo, por ser en este caso de compresión. Según la teoría anteriormente expuesta, las tensiones alternantes y medias para las tres secciones son:

$$\sigma_{aA} = 310.8 \text{ MPa} \quad \sigma_{mA} = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{aB} = 155.4 \text{ MPa} \quad \sigma_{mB} = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{aC} = 35.6 \text{ MPa} \quad \sigma_{mC} = 0 \text{ MPa}$$

Según el criterio de Goodman, la tensión de fallo coincide con la tensión máxima en cada caso:

$$\frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1 \quad \rightarrow \quad S_f = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} \quad \rightarrow \quad S_f = \sigma_a$$

Con este resultado, se calcula el número de ciclos para cada sección (empotramientos y cambios de sección), en función del valor de la tensión de fallo en cada caso. Haciendo uso del diagrama de fatiga que se muestra en la Fig.7.6:

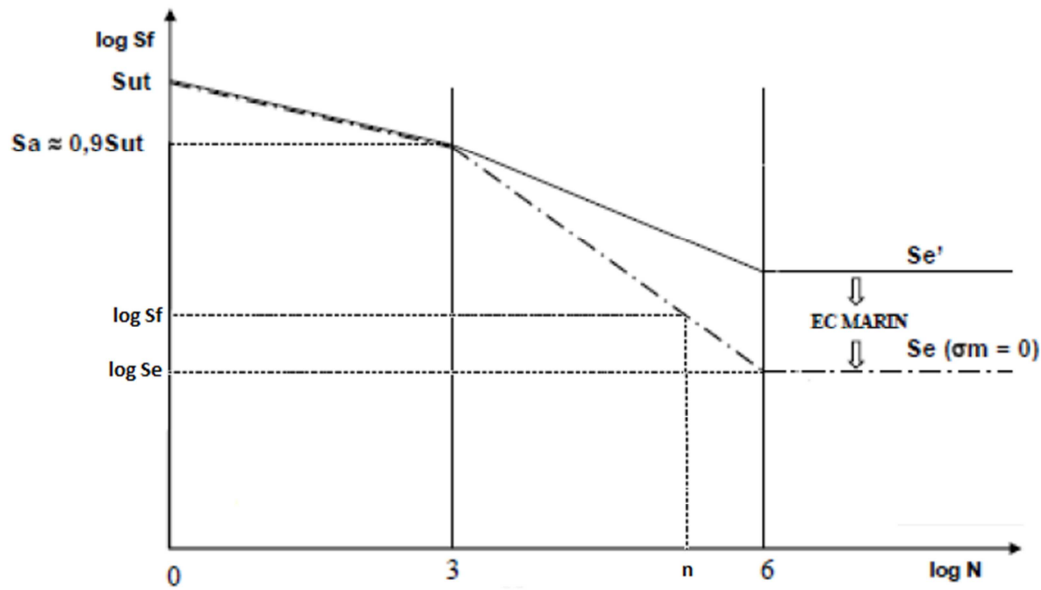


Fig.7.6. Diagrama S-N

Por semejanza de triángulos:

$$\frac{\log(0.9 \cdot S_{ut}) - \log S_e}{6 - 3} = \frac{\log S_f - \log S_e}{6 - n}$$

Resolviendo para cada caso y teniendo en cuenta que, por representarse en escala logarítmica, el número de ciclos resulta ser  $N = 10^n$ , los resultados para las secciones estudiadas son;

- Sección A (empotramiento):  $N_A = 10^{4.917} = 82604$  ciclos
- Sección B:  $N_B = 10^{5.791} = 618263$  ciclos
- Sección C:  $S_f < S_e \rightarrow$  Vida infinita

Por lo que, se determina que el eje romperá por el empotramiento aproximadamente a los 82604 ciclos según el cálculo analítico realizado.



### 7.3.- ANÁLISIS DE ESFUERZOS CON ABAQUS

#### 7.3.1.- Modo resolución del problema con Abaqus

Mencionar que para poder utilizar Abaqus hay que definir un sistema de unidades consistente apropiado. En la tabla 7.1 se detallan las unidades utilizadas para las correspondientes magnitudes:

| Magnitud              | Unidad            |
|-----------------------|-------------------|
| Longitud              | m                 |
| Masa                  | kg                |
| Fuerza                | N                 |
| Densidad              | Kg/m <sup>3</sup> |
| Tensión               | Pa                |
| Módulo de elasticidad | Pa                |

Tabla 7.1. Unidades utilizadas en Abaqus

#### 7.3.1.1.- Modelización de la pieza

En primer lugar se modeliza el eje que se va a estudiar. Para ello, hay que dirigirse al módulo de creación de partes (*Part Module*) (color amarillo Fig.6.1), se elige en *Model tree* (color azul Fig.6.1), *Models > Model 1 > Parts*, aparece el siguiente cuadro:

Se elegirán las siguientes opciones;

-Name: Eje empotrado.

-Modeling Space: 3D

-Type: Deformable

-Shape: Solid

-Type: Revolution

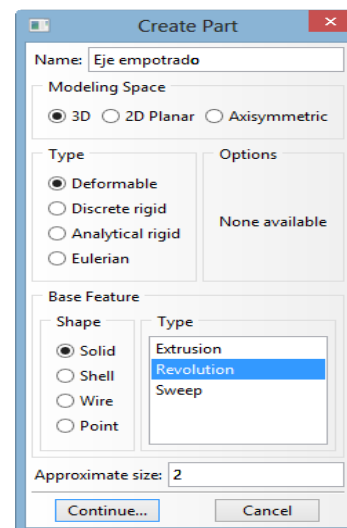


Fig.7.7.Propiedades “Eje empotrado”

Una vez definidas estas opciones el programa dará las herramientas para generar el perfil, siguiendo las dimensiones de la Fig.7.1, como se muestra en la siguiente figura:

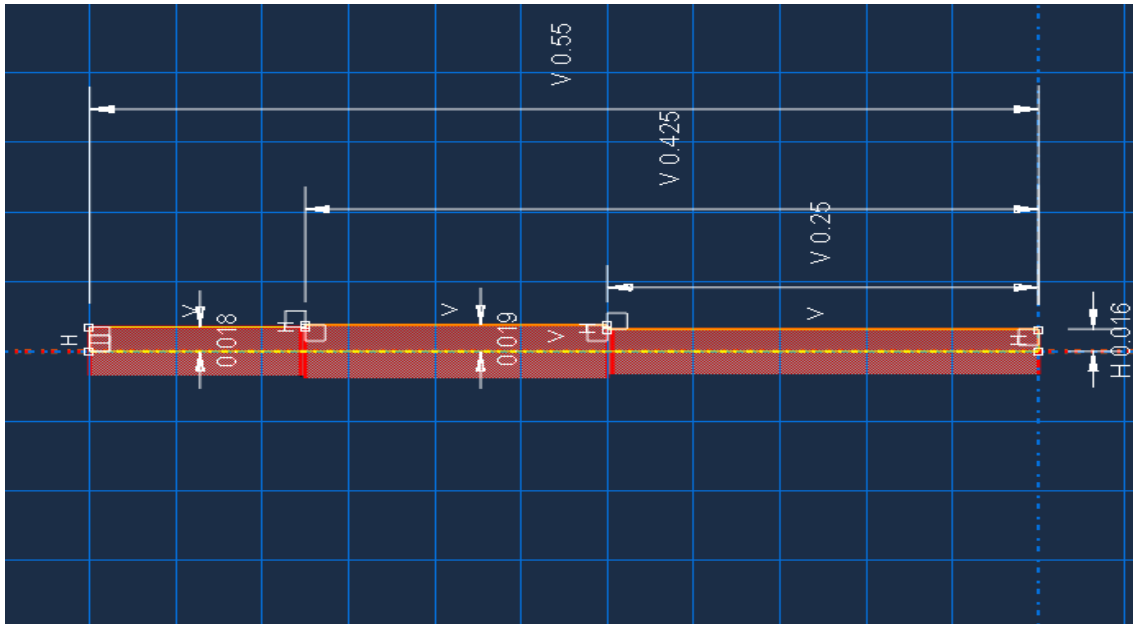



Fig.7.8. Perfil de revolución del eje

Es importante recordar que por ser un perfil de revolución es necesario definir el eje de revolución propiamente dicho, que en la imagen se muestra como una línea amarilla discontinua.

Después se procede a realizar los redondeos de 3 mm en las secciones de cambio de diámetro como se indica en la Fig.7.1, pulsando en el módulo *Part*, en *Toolbox area* (color verde en Fig.6.1) se va a *create round or fillet*  y se seleccionan las aristas deseadas, como se resalta en rojo en la Fig.7.9:

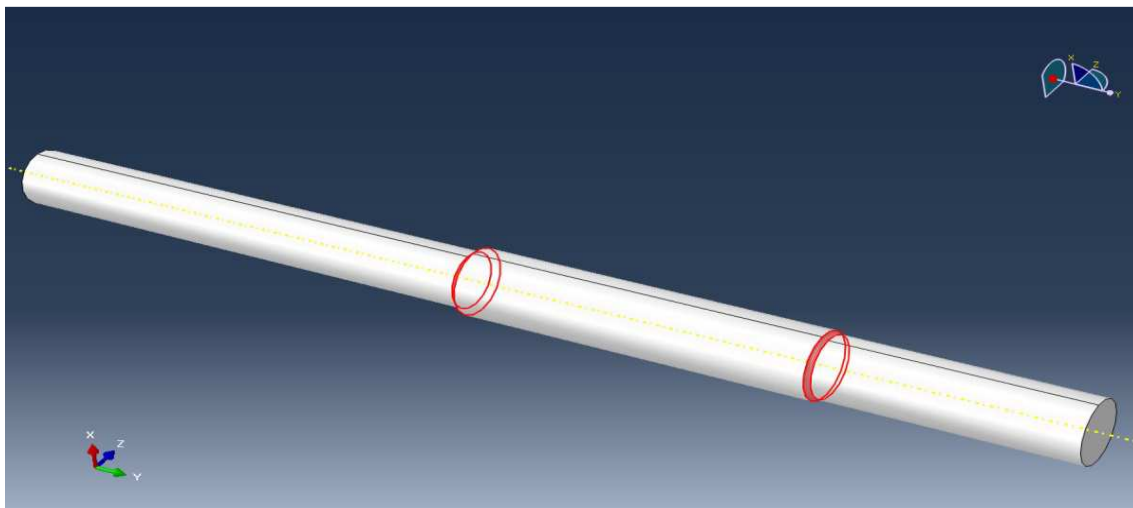


Fig.7.9. Definición de redondeos en las aristas vivas de cambio de sección

El problema “Eje empotrado 1” se basa en un eje rotatorio empotrado sometido a una fuerza puntual no rotatoria, teniendo en cuenta esto es necesario crear un punto de referencia donde aplicar después la fuerza.

Para hacer esto, pulsando en el *Menu bar* (color rojo Fig.6.1) > *Tools* > *Datum* y en la ventana *Create Datum* se elegirá *Point* > *Enter Coordinates*, al introducir las coordenadas donde se situará la carga se creará un punto para posteriormente hacer una partición en el eje sobre el mismo y poder aplicar la carga. El punto se creará como se ve en la Fig.7.10:

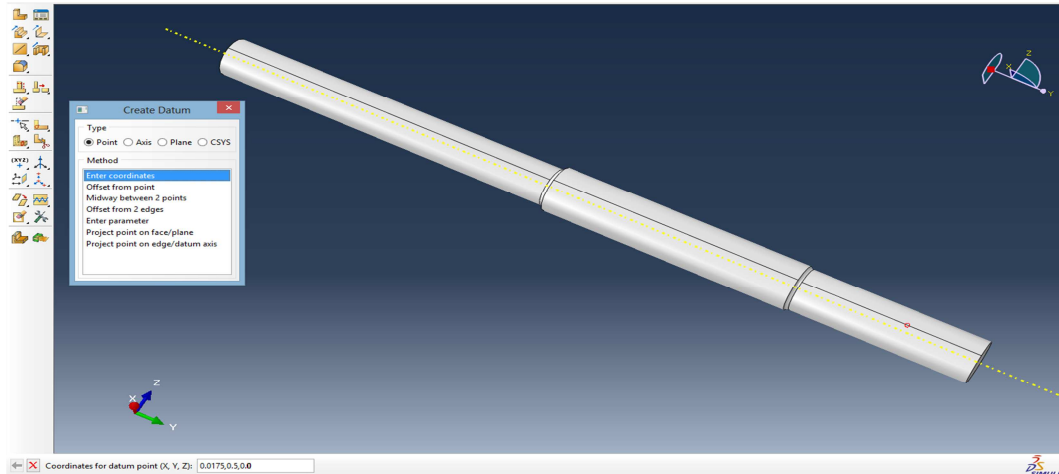


Fig.7.10. Creación Datum point

Ahora se procede a crear la partición, para ello, se va a *Menu bar* > *Tools* > *Partition* y en la ventana que aparece de *Create Partition* se selecciona *Edge* > *Select midpoint/datum point*, y se marca el punto anteriormente creado. Así se consigue crear un punto para posteriormente aplicar la carga.

Con esto, el eje queda definido y finalmente modelado como se ve en la Fig.7.11.

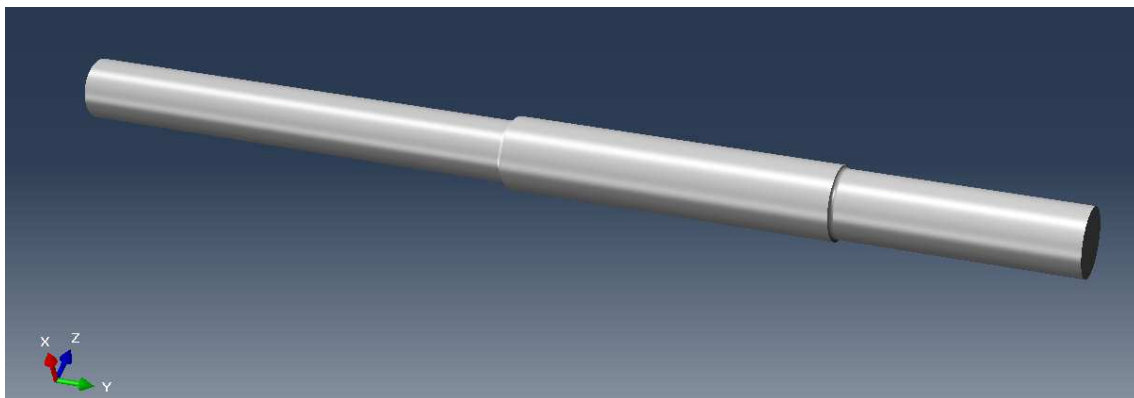


Fig.7.11. “Eje empotrado” modelado con Abaqus

### 7.3.1.2.- Definición de las propiedades del material

En este apartado se definen las propiedades del material. Se considera la viga de acero, el programa no tiene registradas las propiedades estructurales de los materiales, por lo que es necesario indicárselas como se ve en la Fig.7.12:

El material se define en el menú *Model Tree > Materials > Edit Material*. Se selecciona un nombre de material, que en este caso será acero AISI 1050.

Se debe introducir la densidad, el módulo de Young y el coeficiente de Poisson necesario para el cálculo estático y, siempre y cuando, una vez resuelto el problema no se sobrepase el límite elástico, no será necesario introducir ningún valor más relativo al material.

Para introducir el valor de la densidad se va a la ventana *Edit material*, se selecciona la pestaña *General > Density* y se introduce el valor en *Mass Density*, así como, para la introducción de las propiedades elásticas, se hará lo propio, pero habrá que entrar en la pestaña *Mechanical > Elasticity > Elastic* e introducir los valores correspondientes en las celdas *Young's Modulus* y *Poisson's Ratio*.

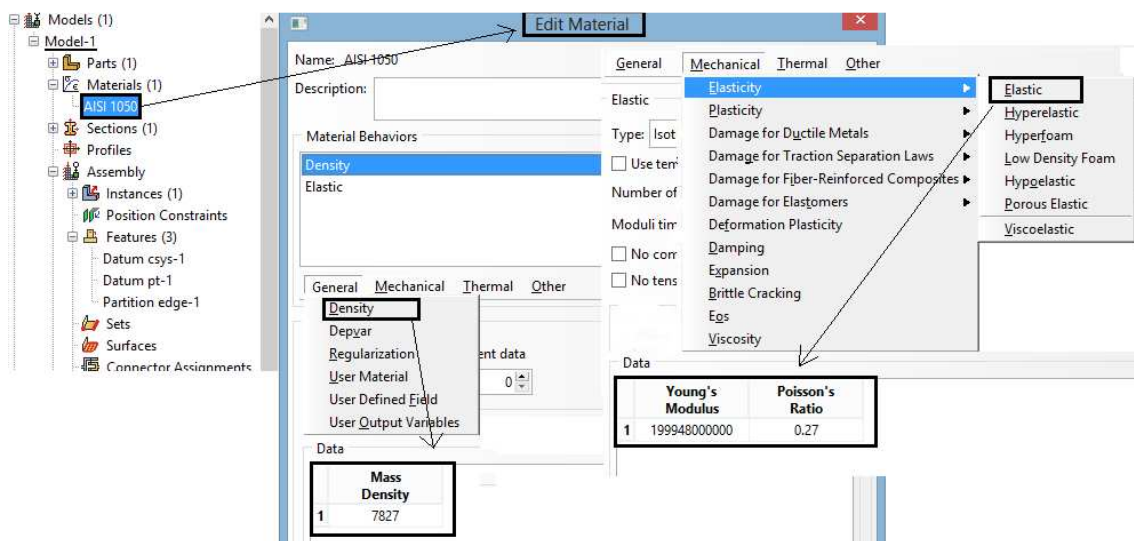




Fig.7.12. Pasos definición del material

### 7.3.1.3.- Asignación de las propiedades del material al eje

En Abaqus, es necesario asignar las propiedades del material a la pieza modelada, en nuestro caso, se asignan las propiedades anteriormente descritas. Para ello, habrá primero que crear la sección, esto se consigue yendo al *Toolbox area* y seleccionando *Create Section* , una vez aquí saldrá una ventana para la creación de la misma, en ella se escogerá *Category > Solid* y *Type > Homogeneous*. Como se muestra en la Fig.7.13.

A continuación en *Model Tree > Section* y en el *Toolbox area* se escoge *Assign Section* , saliendo una ventana en la que se elige la sección anteriormente creada de la que se selecciona el eje entero, para pulsando *Done* en el *Prompt area*, asignar finalmente las propiedades al eje.

Para confirmar que las propiedades han sido asignadas, basta con ver que el eje ha cambiado de color:

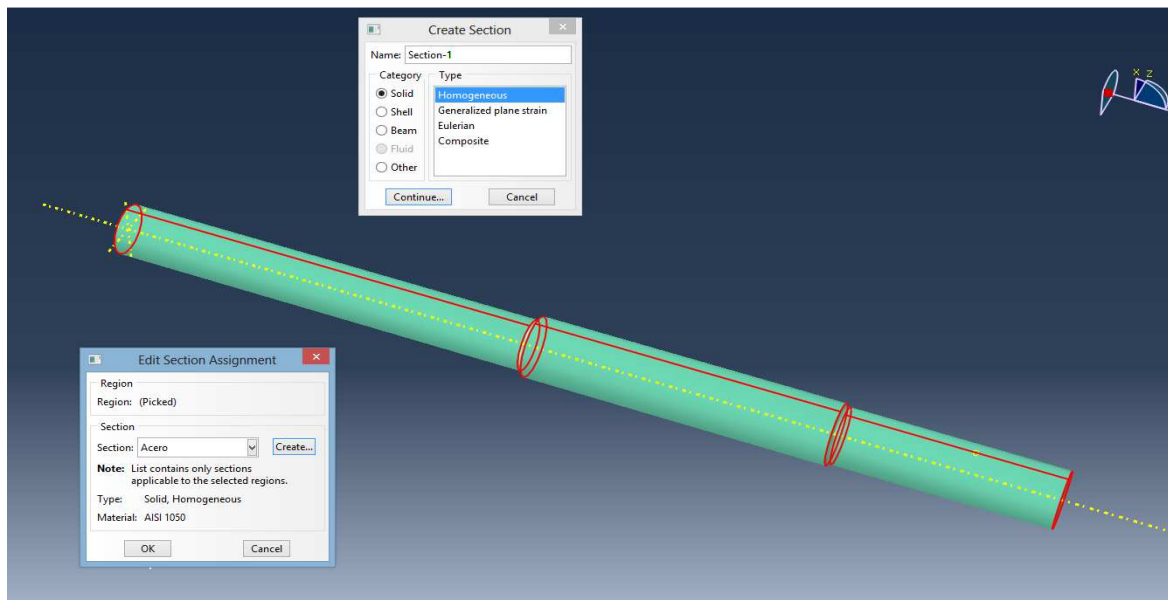


Fig.7.13. Asignación del material al eje

#### 7.3.1.4.- Ensamblaje del eje.

La geometría del modelo se puede definir organizándola en partes, por lo tanto, hay que introducir en el archivo de entrada la relación existente entre esas partes, además de la posición relativa de unas respecto de las otras.

El “Eje empotrado” tan solo consta de una parte, por lo tanto, tan solo habrá que crear una instancia para el propio eje. Para ello, en el *Model Tree* se expande el módulo *Assembly > Instances*, y en la ventana que aparece *Create instance > Instance Type > Independent*, se elige ésta opción, ya que, como se ha dicho, no depende de ninguna otra parte y puede ser mallada más adelante de forma independiente. A continuación se muestra lo descrito en la Fig.7.14:

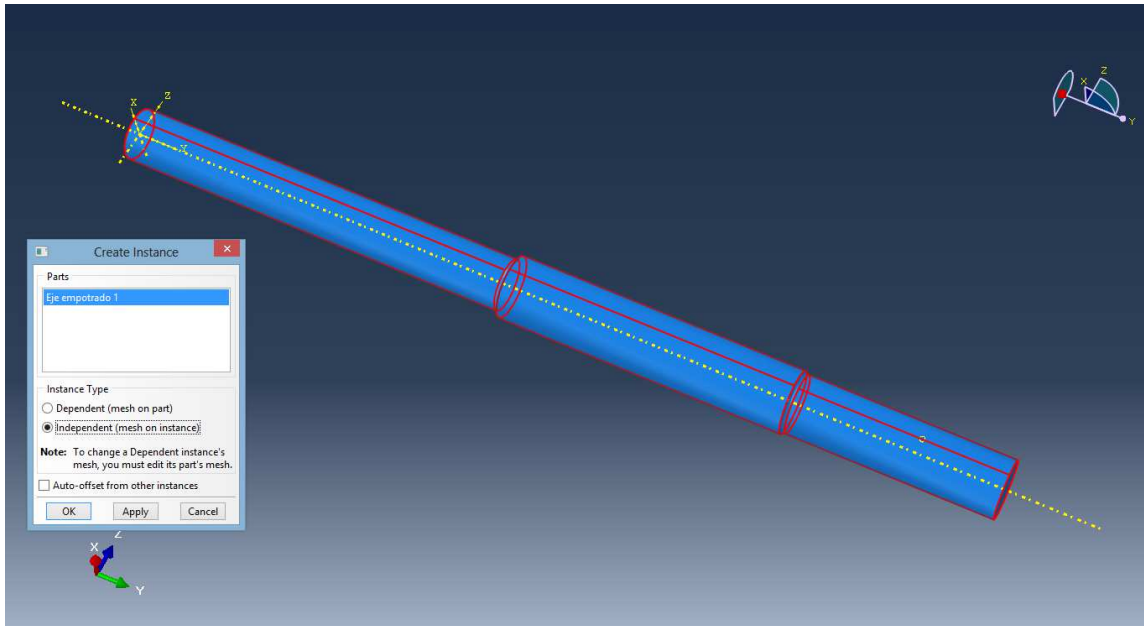


Fig.7.14. Crear instancia del eje

#### 7.3.1.5.- Definición del paso

Para asignar un paso en Abaqus, habrá que dirigirse al *Model Tree* y pulsar *Steps* para crearlo, una vez aquí saldrá una ventana para la creación del paso (*Create Step*). Para crear un análisis estático se procede como sigue, *Procedure type > General*, y como opción *Static General*.

A continuación, aparece una ventana para editar el paso (*Edit Step*) en ella se definen las características generales de cada paso (tiempo, número, tamaño de incrementos...). El usuario controla en este módulo el tamaño inicial del incremento, el tiempo total de cada paso y el tamaño de incremento máximo y mínimo permitido. Todas estas opciones se muestran en la Fig.7.15:

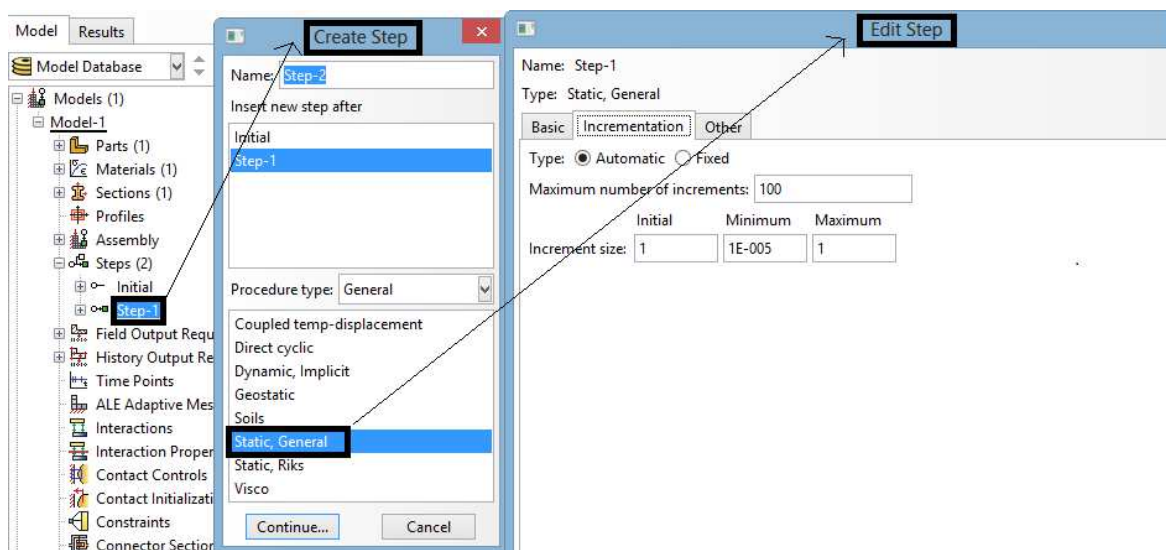


Fig.7.15. Creación de un paso

### 7.3.1.6.- Definición de los parámetros de salida

Se eligen los parámetros que se quieren conocer, para ello, se tendrán que especificar los parámetros de salida en:

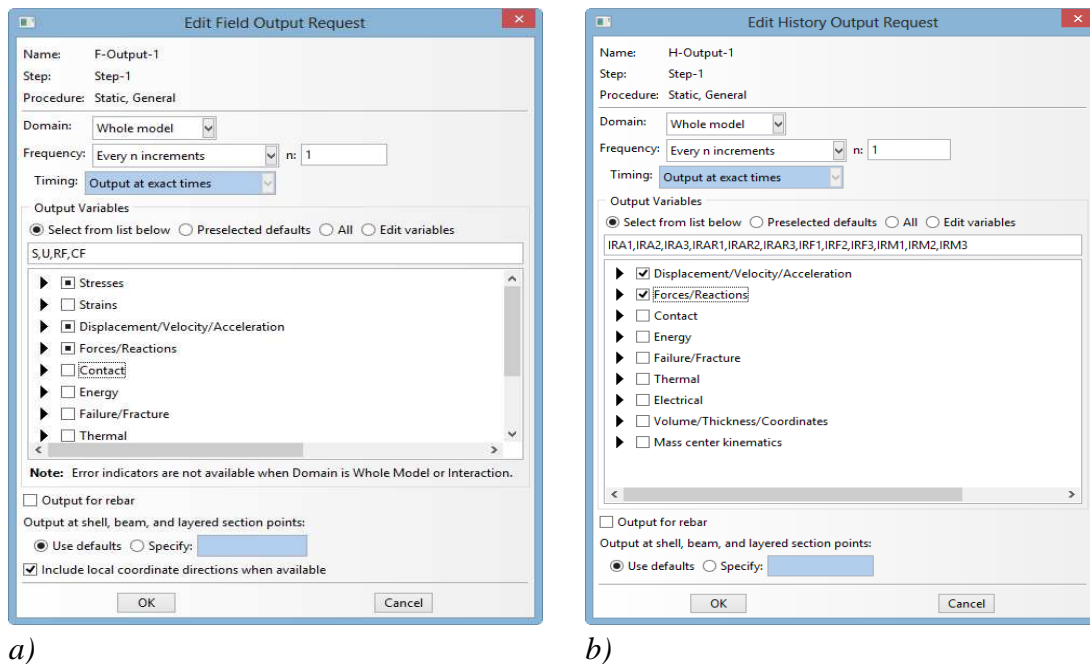
- Field Output Requests

Para modificar las opciones de salida de éste campo, habrá que ir al *Model Tree* y *Field Output Requests*, una vez aquí saldrá la ventana *Edit Field Output Request* (Fig.7.16.a) en la que para este caso se escoge lo relativo a tensiones (*Stresses*), desplazamientos (*Displacement/Velocity/Acceleration*) y fuerzas (*Forces/Reaction*).

- History Output Requests

De manera análoga al caso anterior, para modificar las opciones de salida de éste campo, habrá que ir al *Model Tree* y *History Output Requests*, una vez aquí saldrá la ventana *Edit History Output Request* (Fig.7.16.b) en la que para este caso se escoge lo relativo a desplazamientos (*Displacement/Velocity/Acceleration*) y fuerzas (*Forces/Reaction*).

En la Fig.7.16 se muestra las ventanas relativas a la elección de los parámetros de salida.



a)

b)

Fig.7.16. Parámetros de salida. (a) *Edit Output Requests* y (b) *History Output Requests*



### 7.3.1.7.- Definición de cargas

Para asignar una carga en Abaqus, habrá que ir al *Model Tree* y pulsar *Loads*, una vez aquí saldrá una ventana para la creación de la carga (*Create Load*). Para crear una carga puntual, en primer lugar, habrá que definir el paso en el que se aplica, en este caso, *Step > Step 1*, así como, el origen de la fuerza *Category > Mechanical* y finalmente elegir el tipo de fuerza *Types for Selected Step > Concentrated force*. La siguiente ventana que se muestra (*Edit Load*), mostrará las opciones para aplicar la fuerza, *Region > Edit Region* y se elige el punto anteriormente creado (*Datum Point*).

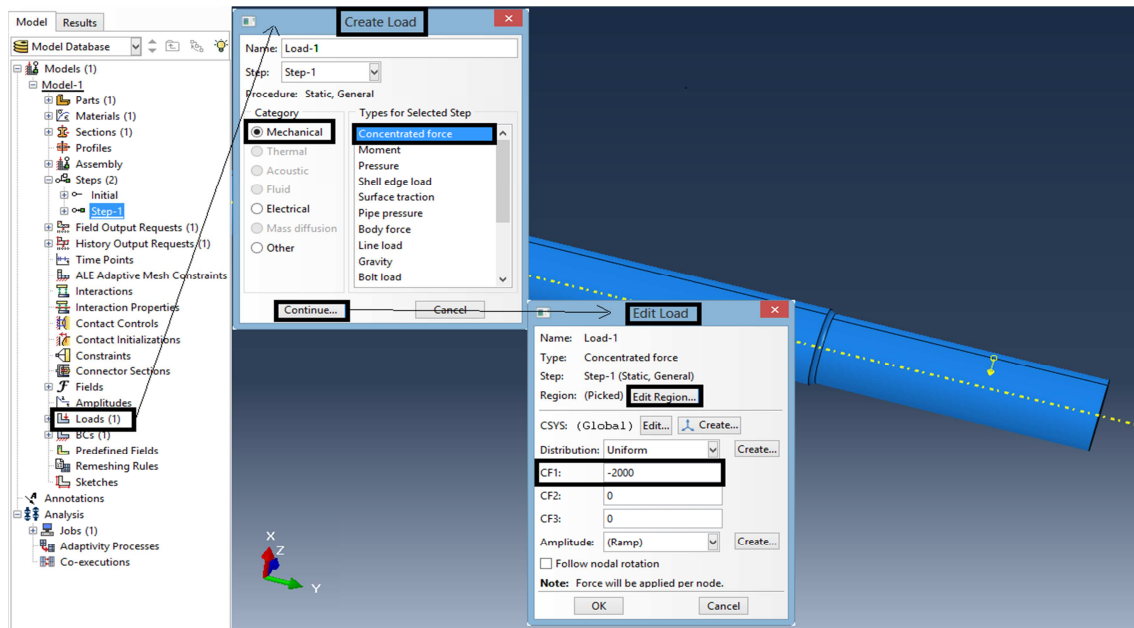


Fig.7.17. Aplicación de la carga

Para la aplicación de la carga, hay que prestar especial atención al sistema de coordenadas, ya que, en función del mismo, y de la dirección que se le quiera dar a la fuerza, se pondrá un signo u otro para aplicar correctamente el sentido de la carga. En el caso que nos ocupa, esta carga será de 2000 N, con signo negativo ( $CF1=-2000$ ) como se ha mostrado en la Fig1.17.

### 7.3.1.8.- Definición de restricciones

La definición de las restricciones se da en el módulo Load, para ello en el *Model Tree* pulsamos sobre *BCs*, en la ventana que aparece (*Create Boundary Condition*) se elige el paso en el que se aplica la restricción, que en este caso es el paso inicial, a continuación elegimos el origen de la restricción *Category > Mechanical* y finalmente el tipo de restricción para el paso seleccionado *Types for Selected Step > Symmetry/antisymmetry/Encastre*. La siguiente ventana (*Edit Boundary Condition*) da las diferentes posibilidades para aplicar la restricción al eje, se selecciona la región *Region > Edit Region* y marcamos *Encastre*, ya que, la pieza está empotrada. Como se muestra en la Fig.7.18.



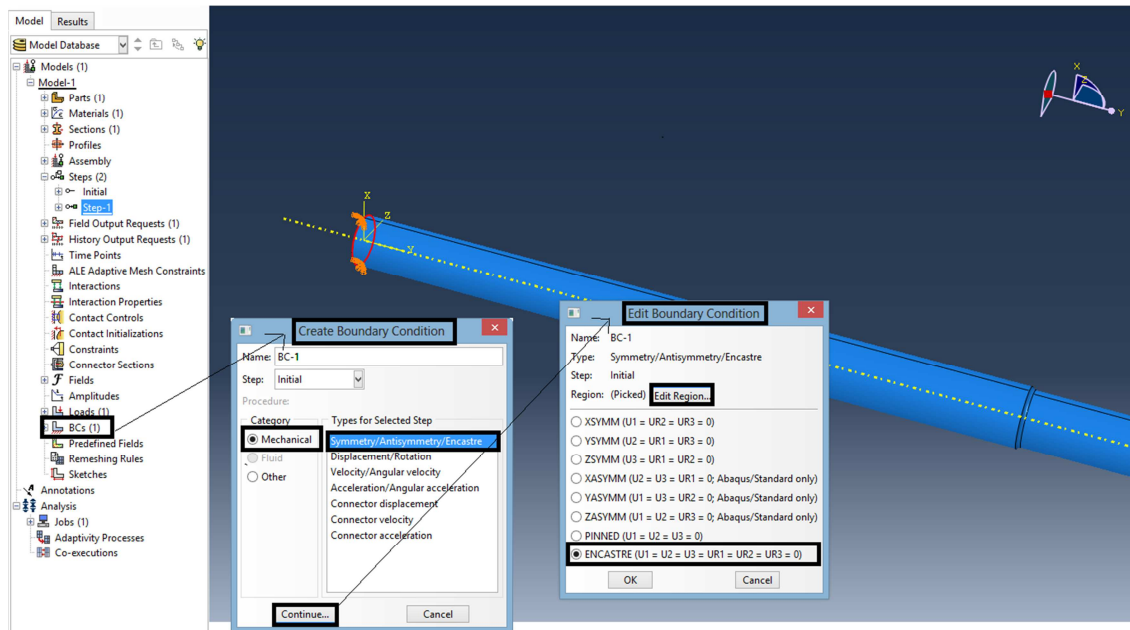



Fig.7.18. Aplicación de las condiciones de contorno

### 7.3.1.9.- Generación de la malla

Una vez definida la geometría del modelo es necesario definir la malla de elementos finitos que lo representará en la simulación. El proceso de mallado en sí, así como la numeración optimizada de nodos y elementos, es realizado por el programa.

El eje empotrado en este caso se mallará con elementos tetraédricos, debido a que el eje ferroviario estudiado tan solo será posible analizarlo con este tipo de elementos, ya que, el coste computacional para mallar el eje con elementos hexaédricos es demasiado elevado para realizar los distintos análisis.

Para la generación de la malla habrá que dirigirse al módulo *Mesh*, Como nos damos cuenta, la pieza tiene un color rosado, que significa que podemos mallar de una forma libre con elementos tetraédricos, una vez en éste módulo, habrá que ir al *Toolbox*

*area* y pulsando *Seed Part Instance*  , se tendrá la posibilidades de cambiar el tamaño aproximado global de cada elemento de la malla (*Approximate global size*), en este caso se ponen los elementos cada 2.4 mm, como se muestra en la siguiente figura:

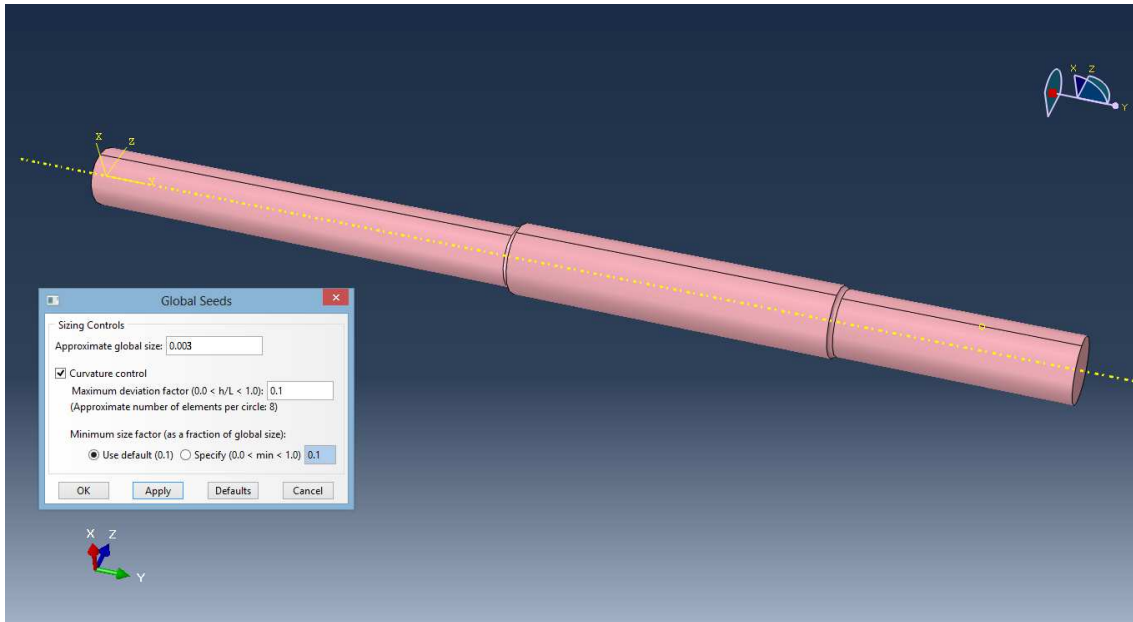



Fig.7.19. Tamaño malla “Eje empotrado”

Finalmente, en el Toolbox area y pulsando sobre Mesh Part Instances , se malla el “Eje empotrado”, que tendrá una total de 198346 elementos, como se muestra en la Fig.7.20:

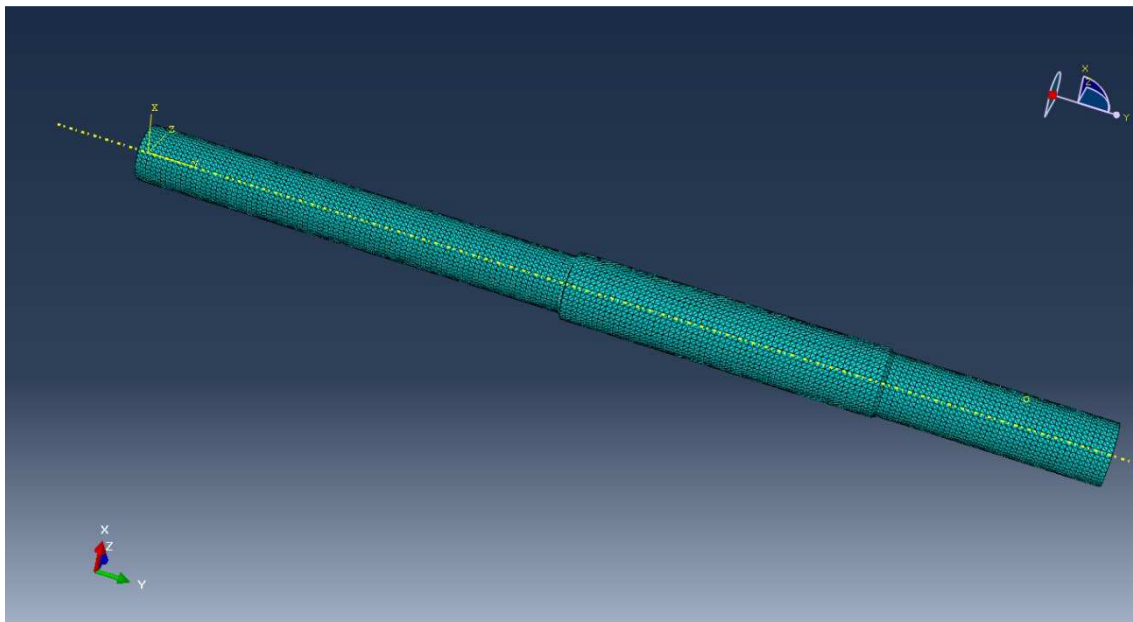



Fig.7.20. “Eje empotrado” mallado



#### 7.3.1.10.- Definición del trabajo

Por último, para que Abaqus proceda a la resolución del problema y para definir las propiedades del análisis tales como; Tipo de trabajo, memoria consumida, precisión... tendremos que realizar el análisis, para ello, habrá que dirigirse al *Model Tree* y seleccionar el modulo *Jobs*, nos saldrá una ventana para editar el trabajo y aceptamos en nuestro caso los valores por defecto,

Para que el programa resuelva el problema en el *Toolbox area* se selecciona *Job Manager*  y se pulsa *Submit* para iniciar el análisis.

### 7.3.1.11.- Resultados “Eje empotrado” con Abaqus

Una vez definido el análisis estático del “Eje empotrado”, se procede a presentar los resultados. En posteriores apartados se compararán con los resultados obtenidos analíticamente en el Apartado 7.2.

Para visualizar los resultados, en el *Jobs module* se selecciona *Job Manager*  (*Toolbox area*) y se pulsa *Result*. En este módulo para ver la solución se pincha en el icono *Plot Contours on Deformed Shape* , y se selecciona en la barra (*Toolbar*) *Primary* > *S* > *Mises*

El análisis estático muestra que la sección más tensionada es la del empotramiento, con una tensión máxima de 309.7 MPa, como se ve en la Fig.7.21:

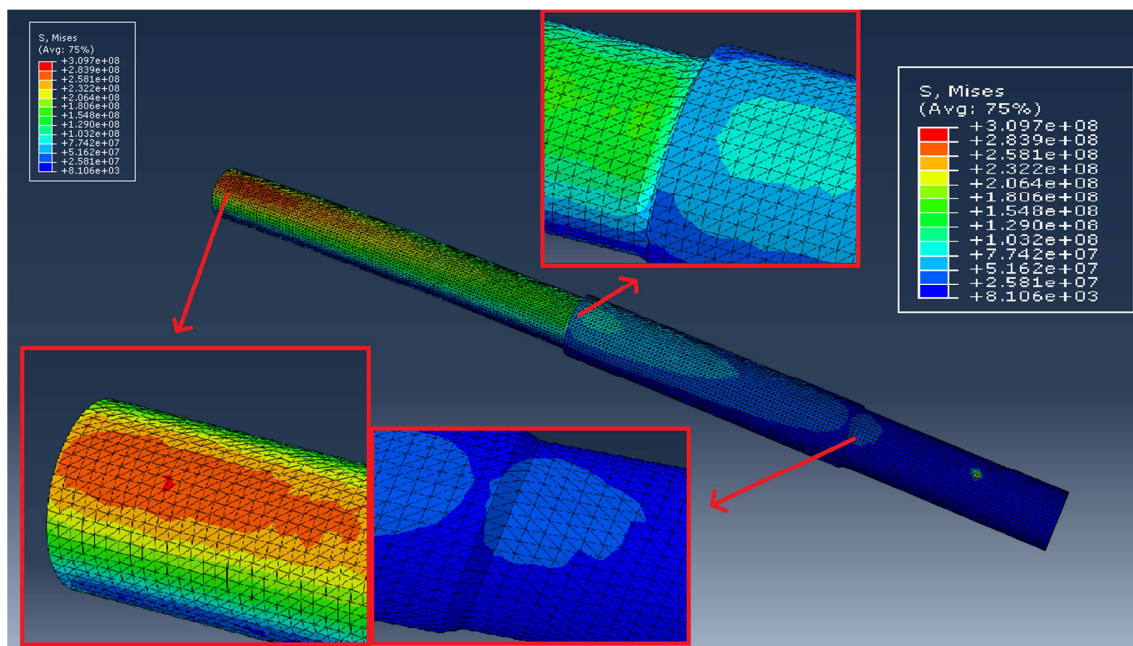


Fig.7.21. Distribución de tensiones en el problema “Eje empotrado”

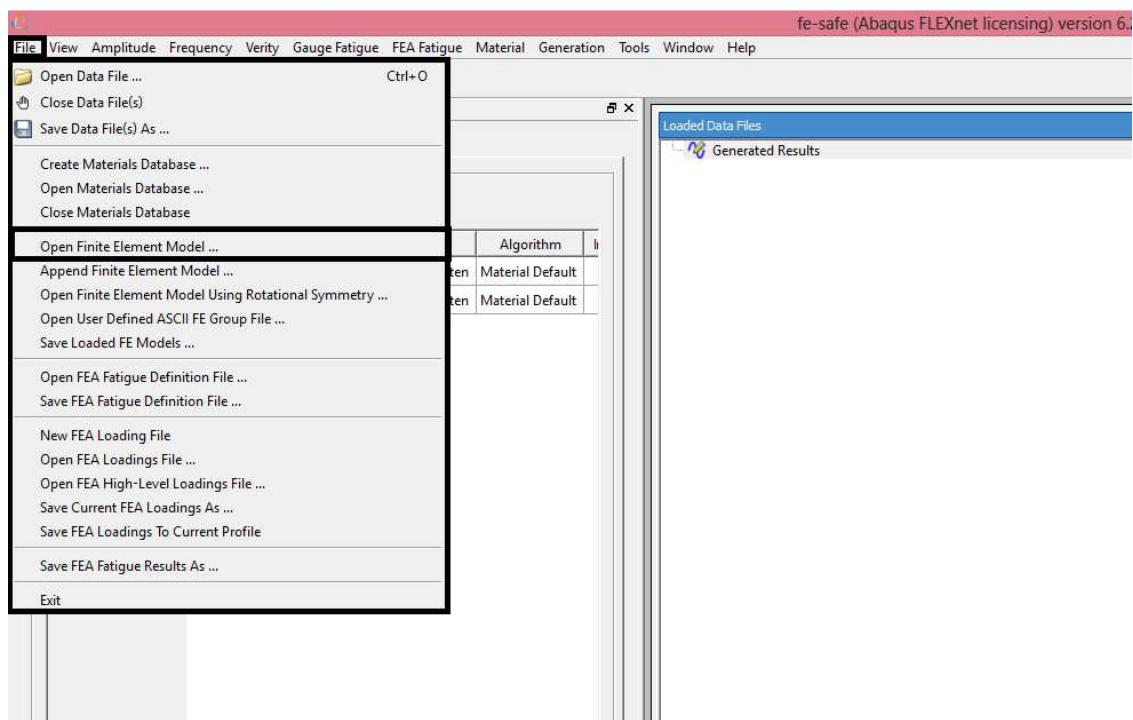
## 7.4.- ANÁLISIS A FATIGA CON FE-SAFE.

A continuación se detallan los pasos seguidos para realizar el análisis a fatiga con el programa Fe-Safe a partir de los resultados obtenidos con Abaqus.

### 7.4.1.- Modo resolución del problema con Fe-Safe

#### 7.4.1.1.-Cargar el modelo de elementos finitos

En primer lugar, se carga el modelo de elementos finitos en Fe-Safe, para ello, se abre el programa y vamos a *File > Open Finite Element Models*. Una vez aquí, se busca el archivo de elementos finitos que se desea analizar. En la Fig.7.22 se muestran los pasos a seguir:



*Fig.7.22. Carga del modelo de elementos finitos en Fe-Safe*

Una vez abierto el archivo de elementos finitos con el procedimiento anterior, saldrán una serie de ventanas; la primera de ellas hace referencia al incremento de tiempo del que se quieren obtener los conjuntos de datos, como se puede ver en la Fig.7.23, se escoge el último incremento de tiempo, ya que, en él estará el máximo valor de las tensión obtenida.

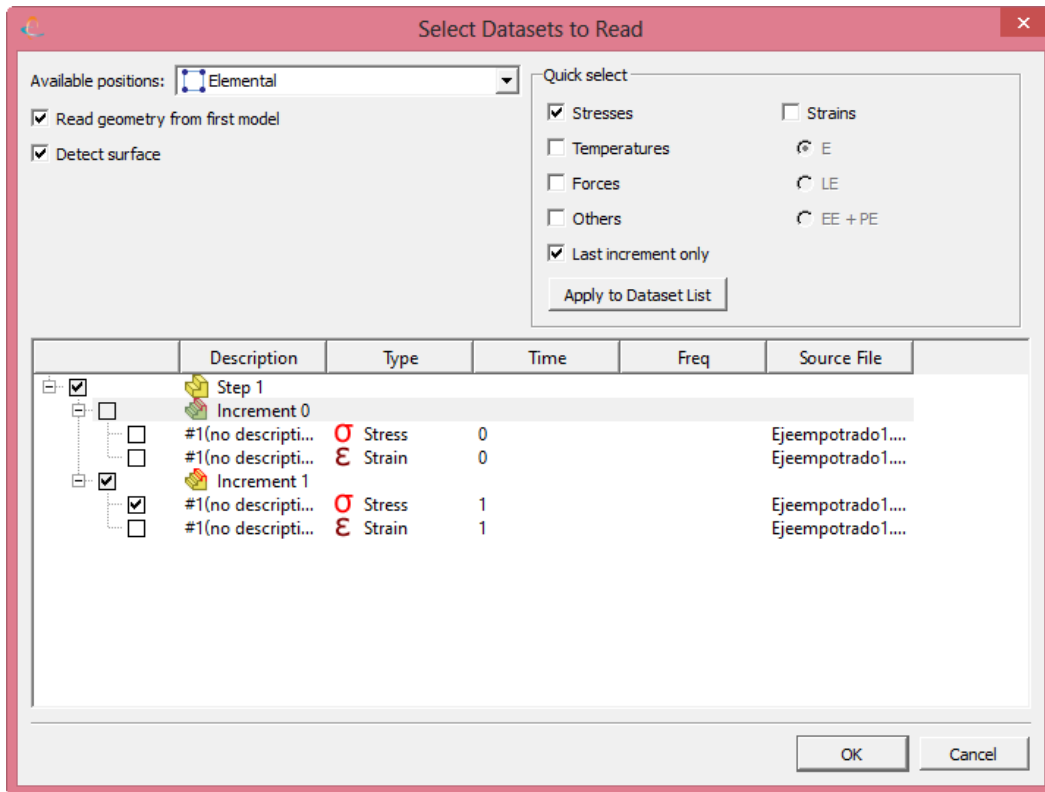


Fig.7.23. Selección del conjunto de datos

La segunda ventana, como se ve en la Fig.7.24, hace referencia a las unidades que se considerarán del modelo de elementos finitos leído:

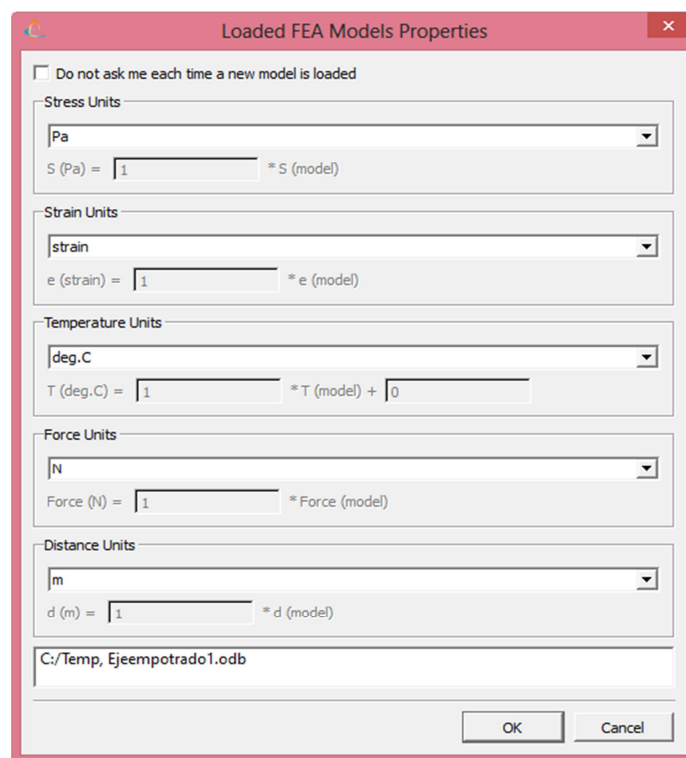


Fig.7.24. Propiedades del modelo de elementos finitos

Por último, se muestra una ventana para elegir los grupos de elementos que se van a analizar, por si interesa coger alguno en especial o descartar a alguno que esté en el mismo modelo:

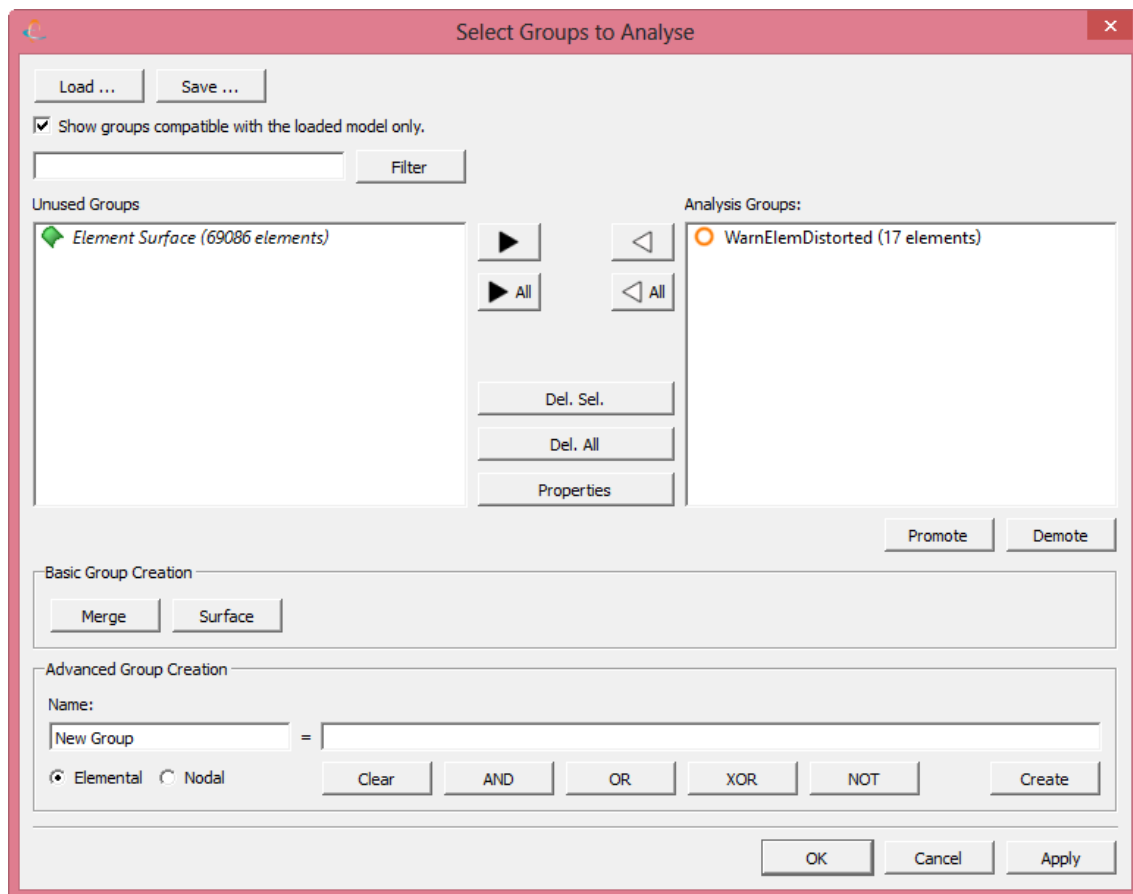


Fig.7.25. Selección del grupo de elementos para analizar

#### 7.4.1.2.-Selección de propiedades del material

Fe-Safe dispone de una amplia base de datos de materiales, aquí podrá especificarse el material del modelo de elementos finitos.

El presente trabajo se ha limitado a escoger un acero, y cambiar en la base de datos del acero escogido las propiedades para que se adecuen a las características del material elegido en Abaqus, para ello, se irá a la ventana que contiene la base de datos de materiales (Fig.6.2(c)), se escogerá un acero similar al de este estudio, por ejemplo, el acero SAE\_950C, y se cambiarán las propiedades que nos interesen. Posteriormente se añadirán estas propiedades al análisis a fatiga del elemento.

En este caso, se ha cambiado lo relativo al módulo de elasticidad, al coeficiente de Poisson y a la resistencia última a la tracción:

| Material Databases               |  |
|----------------------------------|--|
| Property                         | Value  |
| gen : Default Knock-down Curve   | None   |
| gen : Default MSC or FRF         | "C:/Program Files (x86)/Safe_Technology/fe-sa... |
| gen : E (MPa)                    | 200000   |
| gen : equivalent-specs           | None   |
| gen : equivalent-specs-possibles | None   |
| gen : heat-treatment             | None   |
| gen : Hours List (Hrs)           | 0 1  |
| gen : Poissons Ratio             | 0.27   |
| gen : ref-code                   | None   |
| gen : specimen-type              | None   |
| gen : Temperature List (deg.C)   | 0  |
| gen : UCS (MPa)                  | None   |
| gen : UTS (MPa)                  | 690  |
| text : Comment1                  | c:\material_data\manten_ref1.html                |
| text : Comment2                  | Undefined  |
| text : Data_Quality              | Use only as an example; Kth; Sbw and Tw have ... |

Fig.7.26. Base de datos de materiales

#### 7.4.1.3.-Configuración del análisis

A continuación, se muestran los pasos a seguir para configurar el análisis, para ello habrá que dirigirse al cuadro de diálogo (Fig.6.2(a)), y elegir las características que interese en la pestaña *Analysis Settings*, se prosigue mostrando los diferentes parámetros de grupo que permite modificar el programa Fe-Safe:

Analysis Settings | Loading Settings |

Group Parameters

Manage Groups...

|                   | (1)      | (2)            | (3)        | (4)         | (5)                      | (6)      |
|-------------------|----------|----------------|------------|-------------|--------------------------|----------|
|                   | Subgroup | Surface Finish | Material   | Algorithm   | In plane residual stress | SN Scale |
| WarnElemDistorted | Whole    | 1              | SAE_950... | Material... |                          | 1        |
| Default           | Whole    | 1              | SAE_950... | Material... |                          | 1        |
|                   |          |                |            |             |                          |          |

Fig.7.27. Configuración del análisis

En la Fig.7.27 se observan las diferentes opciones que se pueden modificar, a continuación, según la numeración mostrada en la figura, se explicarán las posibilidades que nos ofrece cada una:



- 1) *Pestaña Subgroup*: Ofrece la posibilidad de seleccionar un subgrupo para el análisis; “*Surface Group*” grupo de elementos superficiales y “*Whole Group*” grupo de elementos completo.
- 2) *Pestaña Surface Finish*: Permite cambiar un valor de acabado superficial; además ofrece dos posibilidades como se muestra en la Fig.7.28;

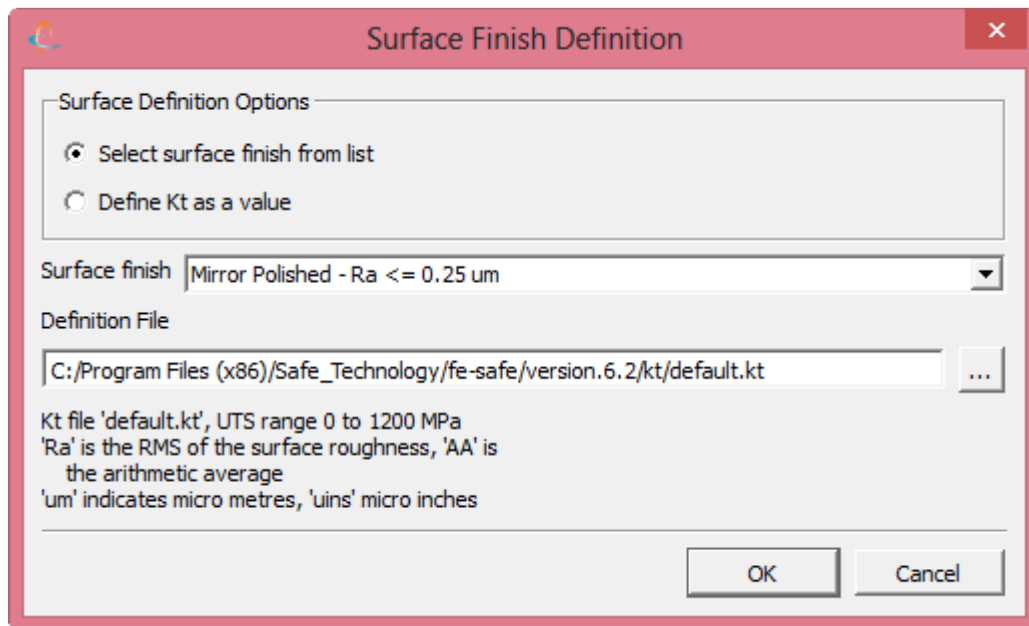


Fig.7.28. Acabado superficial o factor de concentración de tensiones

- a) *Select surface finish from list*; Seleccionar un acabado superficial de una lista.
- b) *Define  $K_t$  as a value*; Definir un valor del factor de concentración de tensiones.

En este caso, se irá modificando el factor de concentración de tensiones según lo que se estudie en cada momento.

- 3) *Pestaña Material*: Seleccionando esta pestaña y teniendo marcado en la ventana que contiene la base de datos de materiales (Fig.6.2(c)) el material deseado, se configurará éste como el material para el análisis.
- 4) *Pestaña Algorithm*: Permite la posibilidad de cambiar el algoritmo utilizado para el cálculo de fatiga, en este caso, dejaremos por defecto el del material utilizado.
- 5) *Pestaña In plane residual stress*: Ofrece la posibilidad de agregar una tensión residual al estudio de fatiga.



- 6) *Pestaña SN Scale*: Da la posibilidad de aplicar una escala para la curva S-N; en este caso, no se aplica ninguna.

#### 7.4.1.4.-Configuración de la carga

Este apartado muestran los pasos a seguir para configurar la carga, así como se exponen los supuestos que se han considerado para los análisis a fatiga que se estudian en el presente proyecto, para ello habrá que dirigirse al cuadro de diálogo (Fig.6.2(a)), y elegir la configuración que interese en la pestaña *Loading Settings* (Fig.7.29):

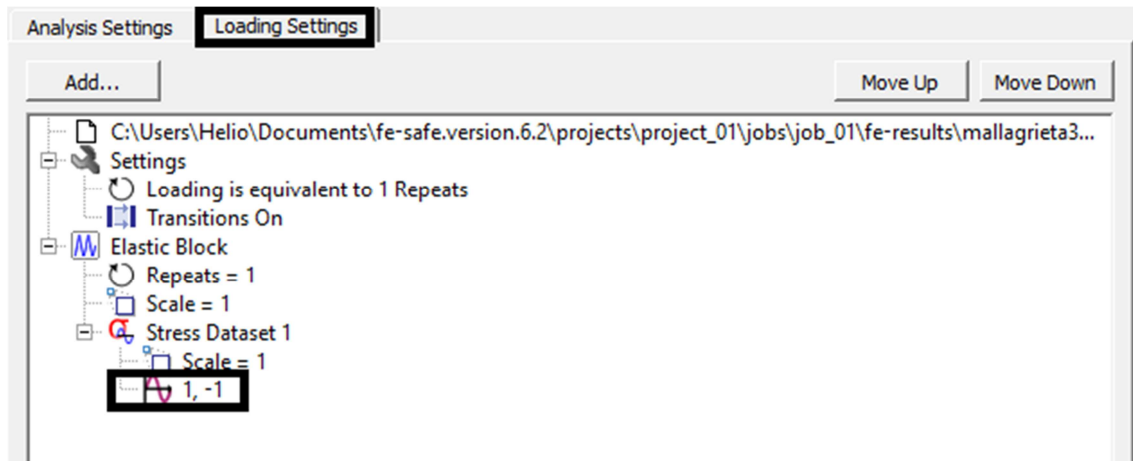


Fig.7.29. Configuración de la carga

En este caso se han dejado los valores por defecto; destacar, que el tipo de carga que se va a simular será una carga alternante pura con los valores que se obtendrán en el análisis estático. Como se puede observar en la anterior figura los factores de carga mínima y carga máxima son -1 y +1 respectivamente.

#### 7.4.1.5.-Otras opciones de configuración del análisis

Se corresponde a la segunda mitad del cuadro de diálogo mostrado en la Fig.6.2(a). Aquí se muestra la ubicación del modelo seleccionado para el análisis, así como, la ubicación que tendrá el modelo analizado (ofrece la posibilidad de cambiar el destino o el nombre que recibirá el modelo tras finalizar el análisis).

Además, aquí se especifican las características que tendrá el análisis. En la Fig.7.30 se muestran estas opciones, y se explican las de mayor importancia para nuestro estudio:

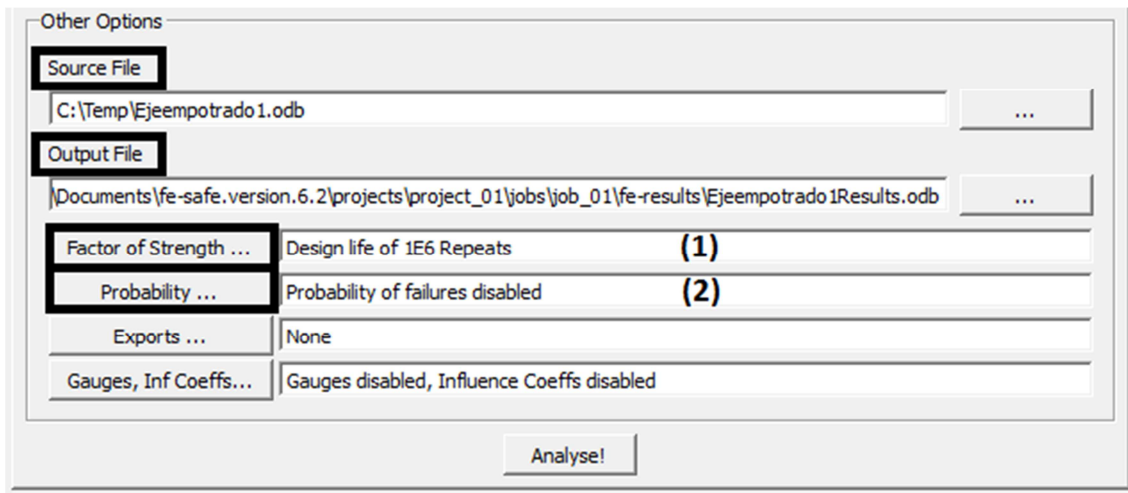


Fig.7.30. Otras opciones de configuración del análisis

1. *Factor of Strength*: Hace referencia al cálculo del factor de seguridad para el modelo. Dos formas para seleccionar el factor de seguridad (Fig.7.31):

- El usuario introduce una vida de diseño.
- La vida de diseño queda definida por el material seleccionado

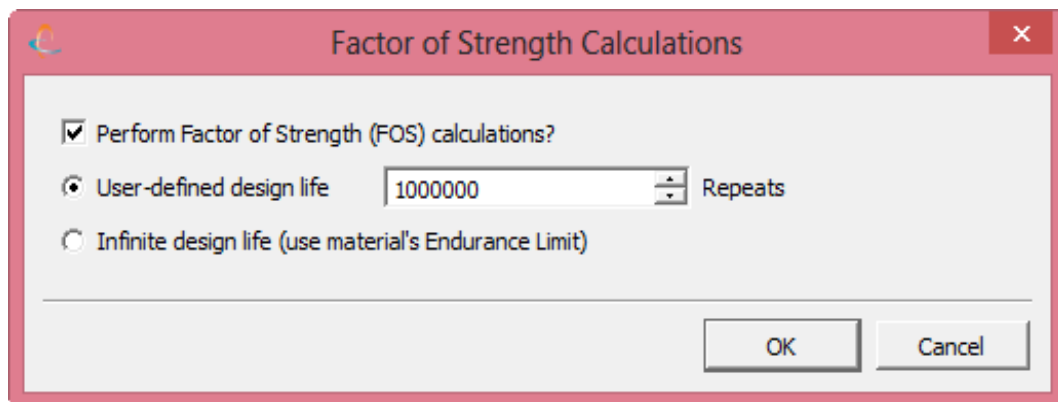


Fig.7.31. Cálculo de Factor de Seguridad

El factor de seguridad en Fe-Safe se calcula como sigue;

- La vida calculada es comparada con la vida deseada:
  - o Si la vida calculada es mayor que la vida deseada, las tensiones elásticas en el nodo se escalan con un factor mayor que 1.

- Si la vida calculada es menor que la vida deseada, las tensiones elásticas en el nodo se escalan con un factor menor que 1.

2. *Probability*: : En Fe-Safe cabe la posibilidad de analizar la tasa de fracaso (*Failure Rate*) o la tasa de supervivencia (*Reliability Rate*) de un modelo modificando la variabilidad en la vida a fatiga del modelo y la variabilidad en la carga aplicada.

La tasa de fracaso o supervivencia calcula la probabilidad en tanto por ciento de fracaso o supervivencia según la vida especificada. Este porcentaje puede ser el porcentaje de componentes que fallará (*Failure Rate*), o el porcentaje de componentes que sobrevivirá (*Reliability Rate*) si está marcada la casilla *Calculate Reliability Rate instead of Failure Rate*.

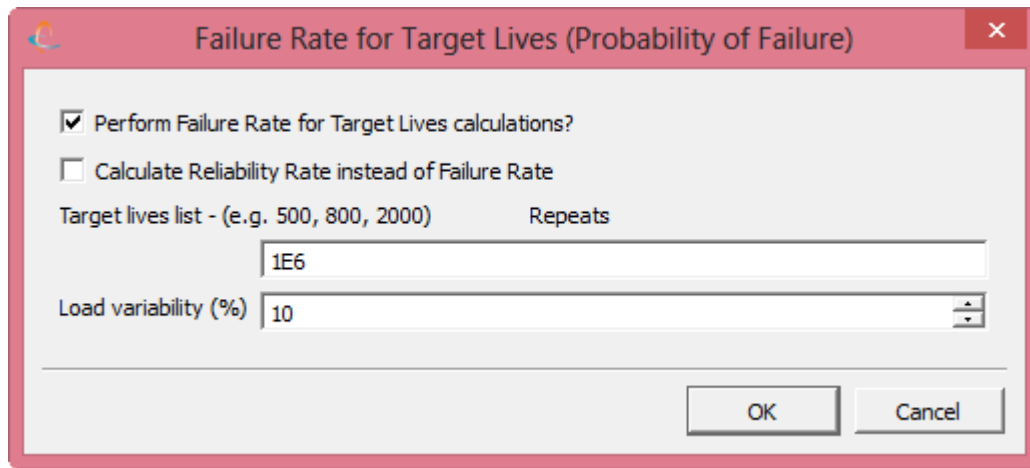


Fig.7.32. Tasa de fracaso o supervivencia

#### 7.4.1.6.- Resultados “Eje empotrado” con Fe-Safe

Una vez mostrados los pasos enumerados anteriormente para el estudio de un modelo en Fe-Safe, se presentan los resultados obtenidos con dicho programa. La única variación entre diferentes estudios será la modificación del factor de concentración de tensiones para cada caso.

-Sección A (empotramiento)

Factor de concentración de tensiones:  $K_{eA} = 1$

Factor de reducción de la resistencia a fatiga:  $K_{rfA} = \frac{1}{K_{eA}} = 1$

-Sección B ( $d_1 = 32mm \rightarrow d_2 = 38mm$ )

Factor de concentración de tensiones:  $K_{eB} = 0.668$


Factor de reducción de la resistencia a fatiga:  $K_{rfB} = \frac{1}{K_{eB}} = 1.497$

-Sección C ( $d_2 = 38mm \rightarrow d_3 = 35mm$ )

Factor de concentración de tensiones:  $K_{eC} = 0.687$

Factor de reducción de la resistencia a fatiga:  $K_{rfC} = \frac{1}{K_{eC}} = 1.456$

De este modo, para cada simulación se introducirá el factor de reducción de la resistencia a la fatiga correspondiente, y los resultados se valorarán para cada sección en su simulación correspondiente.

Tras resolver el archivo de resultados del análisis de elementos finitos mediante Fe-Safe, habrá que abrir el módulo Abaqus/Viewer, para visualizar los resultados. En este módulo para ver la solución se pincha en el icono *Plot Contours on Deformed Shape* , y se selecciona en la barra (Toolbar) *Primary > LOGlife-Repeats*

El programa Fe-Safe permite calcular diferentes datos, en lo referido a la fatiga, para analizar el “Eje empotrado”. A continuación se muestran los siguientes:

**-Número de ciclos:** Se calcula una estimación del número de ciclos antes de que el modelo rompa.

Como se ve en la Fig.7.33, el número máximo de ciclos que aguantaría la sección del empotramiento sometida al estado de cargas presentado sería de:

$$N_{EjeEm,SecciónA} = 10^{5.277} = 189234 \text{ ciclos}$$

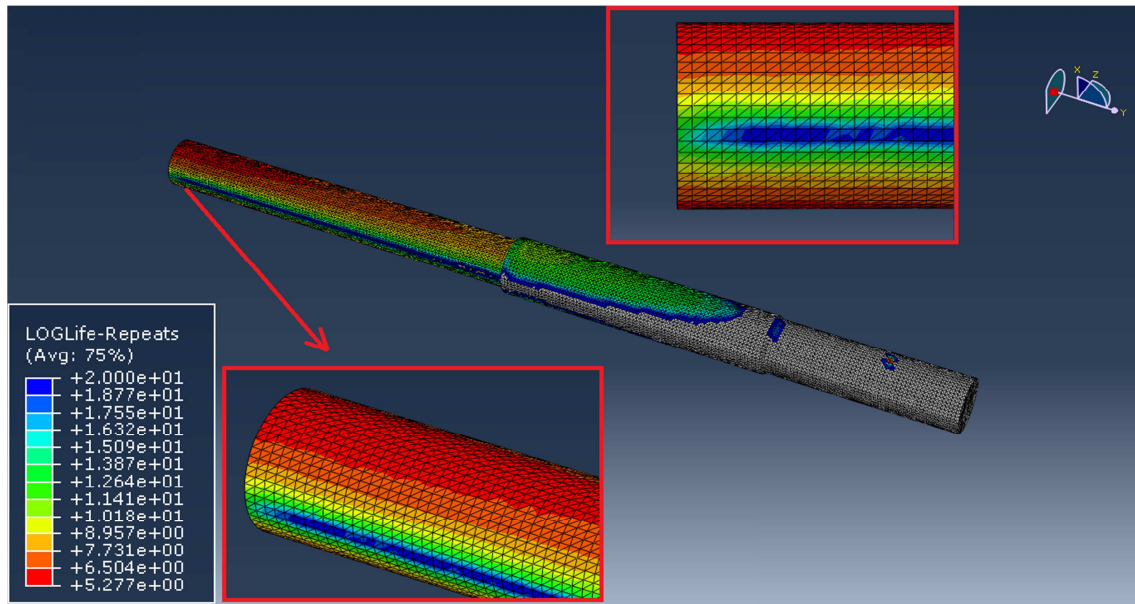


Fig.7.33. Número de ciclos a fatiga del “Eje empotrado” (Sección A)

La vida a fatiga crítica aparece por igual en la parte superior e inferior del eje, como se detalla en una vista lateral de la pieza mostrada en la anterior figura.

La próxima imagen muestra en detalle los mismos resultados pero obtenidos para la sección B, con un factor de reducción de la resistencia a fatiga diferente, donde el número de ciclos estará entre  $10^{5.582} > N_{EjeEm, SecciónB} > 10^{6.893}$  y será aproximadamente:

$$N_{EjeEm, SecciónB} = 10^{5.838} = 687860 \text{ ciclos}$$

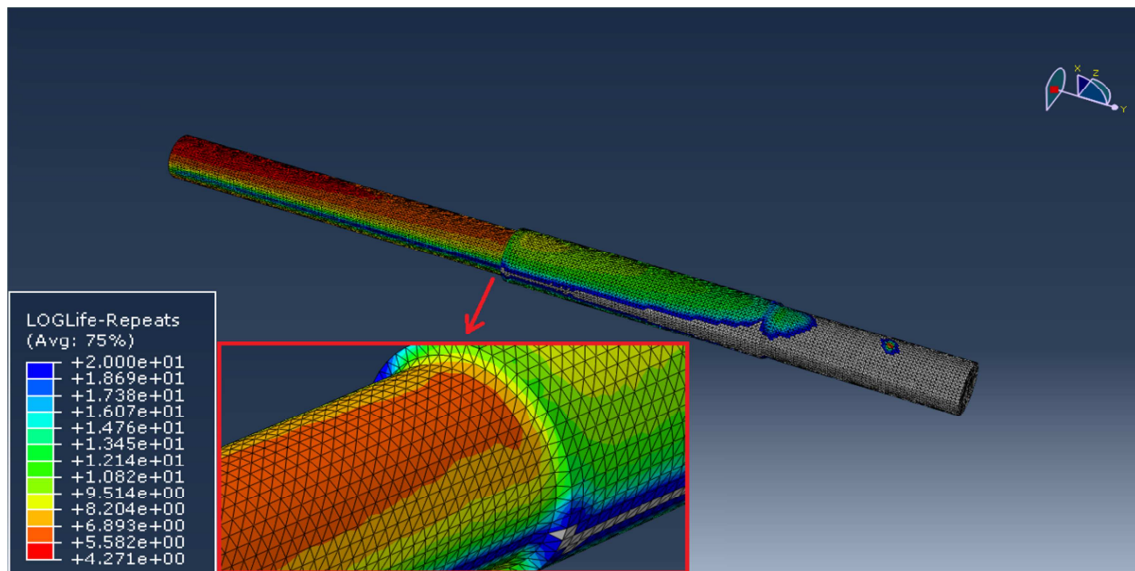


Fig.7.34. Número de ciclos a fatiga del “Eje empotrado” (Sección B)

Procediendo de manera similar, para la sección C, el número de ciclos obtenidos es mucho mayor que la vida infinita considerada (*Vida infinita* =  $10^6$  ciclos), por lo tanto, el número de ciclos que soporta ésta sección será:

$$N_{EjeEm, Sección C} = \infty \text{ ciclos}$$

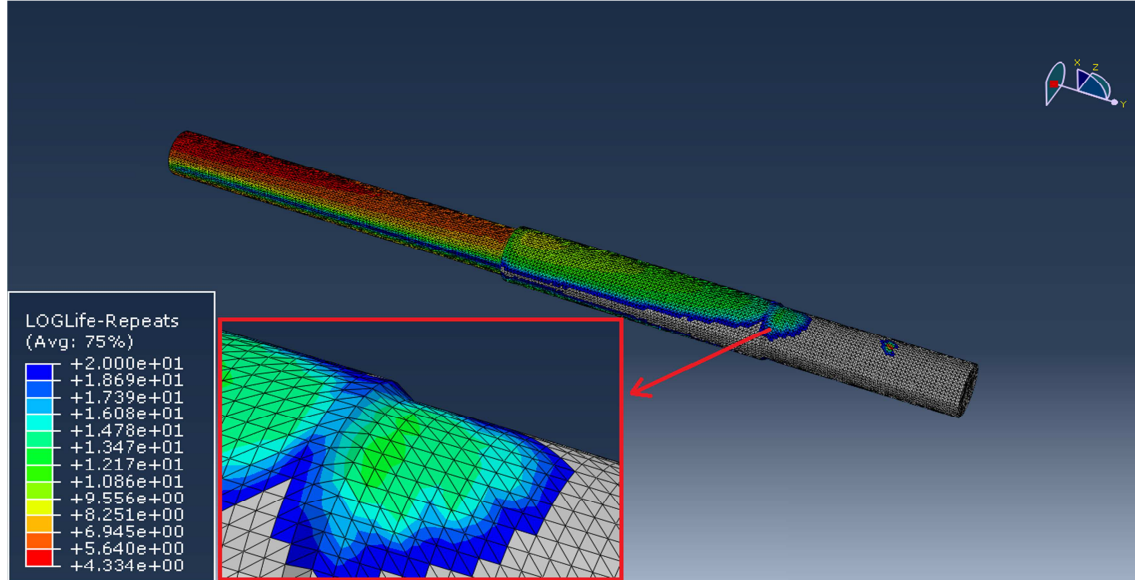


Fig.7.35. Número de ciclos a fatiga del “Eje empotrado” (Sección C)

**-Factor de seguridad (FOS):** En este caso, la vida a fatiga deseada se detalló como  $10^6$  ciclos. En el empotramiento la vida es inferior, y por ello el programa determina que el factor de seguridad es inferior a la unidad (como se ve en la Fig.7.36). Por lo tanto, habría que disminuir la carga para alcanzar al menos este valor.

El menor valor del factor de seguridad se da en la zona de aplicación de la carga, esto como puede verse en la figura siguiente, puede que se deba a la distorsión de un elemento en el cálculo del factor de seguridad, como se puede observar en la figura, por ello, se toma el valor de la zona del empotramiento, que es la zona que interesa, con un valor de FOS=0.8771.



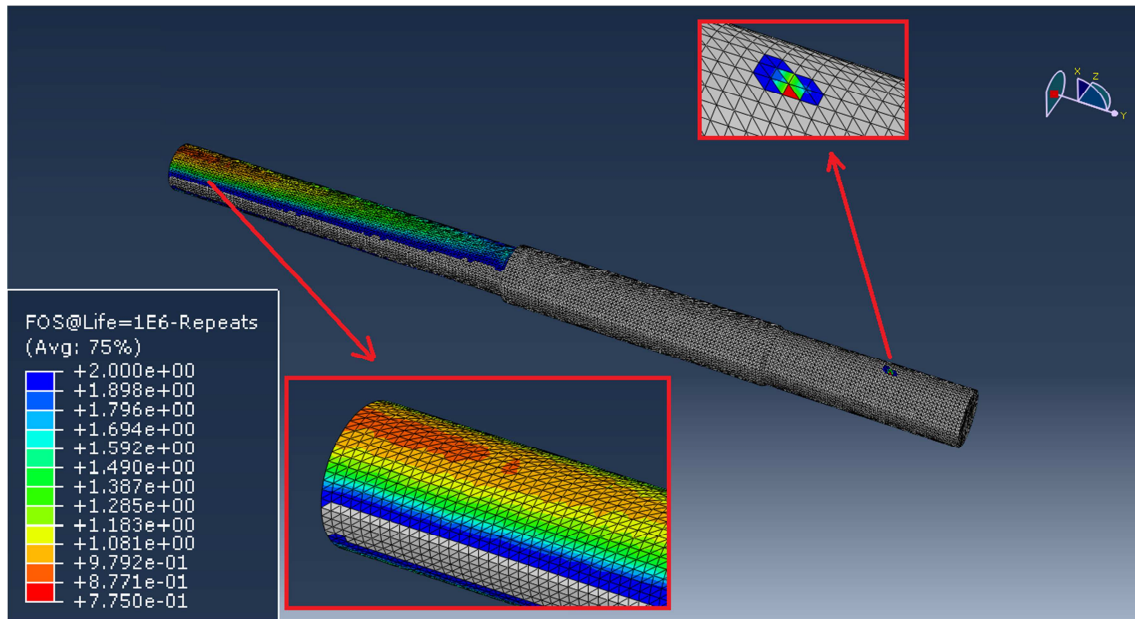


Fig.7.36. Factor de seguridad del “Eje empotrado”

**-Probabilidad de fallo:** En la siguiente figura se mostrará la tasa de fracaso para una variación de carga del 10% y para un total de  $10^6$  ciclos.

Como ocurría en el estudio anterior, se observa que el mismo elemento vuelve a estar distorsionado, por lo que se desecha los valores mayores correspondientes a esta zona, y nos centramos en los de la zona del empotramiento, que en este caso se tratará de una tasa de fracaso del 59.07 % en la zona del empotramiento.

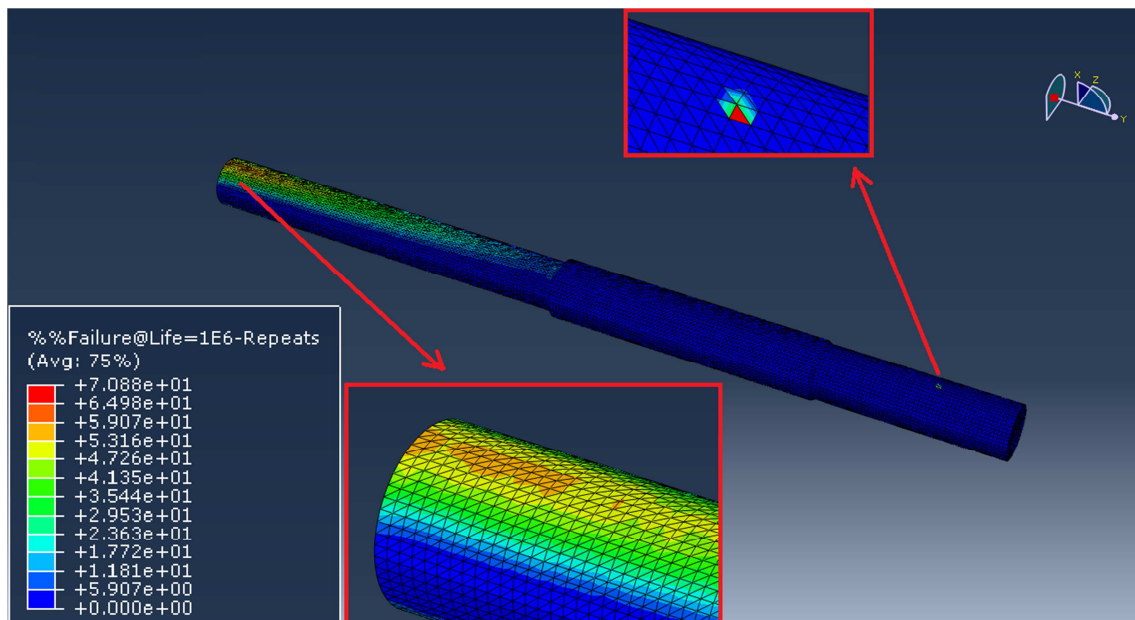


Fig.7.37. Probabilidad de fallo del “Eje empotrado” variación de carga 10%

Una vez obtenidos los resultados mediante Abaqus y Fe-Safe, en el apartado que sigue se comparan y analizan estos últimos resultados con los obtenidos anteriormente mediante el cálculo analítico.

### 7.5.-RESULTADOS CÁLCULO DEL ANÁLISIS ESTÁTICO VS ABAQUS

Tras resolver el problema “Eje empotrado” mediante cálculos analíticos y Abaqus, se procede a comparar los resultados obtenidos y así determinar el nivel de confianza que aporta el programa utilizado. Podemos ver los valores obtenidos analíticamente y por Abaqus en la Tabla 7.2.:

| Sección                           | $\sigma_{m\acute{a}x}$ (MPa) |        |
|-----------------------------------|------------------------------|--------|
|                                   | Analíticamente               | Abaqus |
| <b>A (empotramiento)</b>          | 310.8                        | 309.7  |
| <b>B (Primer cambio sección)</b>  | 155.4                        | 154.8  |
| <b>C (segundo cambio sección)</b> | 35.6                         | 25.81  |

*Tabla 7.2 Resultados de Tensión máxima mediante análisis analítico y mediante Abaqus*

Como se observa, los resultados obtenidos son sorprendentemente similares, por lo tanto, se podrá decir que Abaqus proporciona unos resultados muy fiables en lo que a la tensión se refiere.

### 7.6.-RESULTADOS CÁLCULO DEL ANÁLISIS A FATIGA VS FE-SAFE

En lo relativo al análisis de fatiga con el programa Fe-Safe, los resultados se recogen en la Tabla 7.3.:

| Sección                           | Vida a fatiga (ciclos) |                       |
|-----------------------------------|------------------------|-----------------------|
|                                   | Analíticamente         | Fe-Safe               |
| <b>A (empotramiento)</b>          | $10^{4.917} = 826047$  | $10^{5.277} = 189234$ |
| <b>B (Primer cambio sección)</b>  | $10^{5.791} = 618263$  | $10^{5.838} = 688652$ |
| <b>C (segundo cambio sección)</b> | Vida infinita          | Vida infinita         |

*Tabla 7.3 Resultados de vida a fatiga mediante análisis analítico y mediante Fe-Safe*

Los valores que más interesan son los correspondientes a los de la sección del empotramiento, ya que, es la sección más crítica como ha quedado demostrado. Como se puede apreciar hay una diferencia considerable entre los dos métodos, que parece bastante acusada debido al carácter logarítmico de la magnitud medida. Esta diferencia también se ve influenciada por la elección del acabado superficial que en Fe-Safe será elegido como acabado pulido en contraste con el laminado en frío usado en los cálculos analíticos.





En lo que corresponde a las otras dos secciones supuestas críticas, se observa que la sección B tiene aproximadamente la misma diferencia, debido a las mismas consecuencias. Por último en la sección C la vida es infinita como se había vaticinado analíticamente.

Tras estos análisis se concluye que los resultados proporcionados por la herramienta Fe-Safe pueden ser orientativos en cuanto a delimitar la zona de fallo del componente y una aproximación a la hora de determinar la vida de un componente. Se presenta en el siguiente capítulo el problema del eje ferroviario.



## **Capítulo 8.**

# **ESTUDIO DEL EJE FERROVIARIO**

8.1.- DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.

8.2.- MODELIZACIÓN DEL PROBLEMA CON ABAQUS.

8.3.- ESTUDIO DE SENSIBILIDAD DE LA MALLA.

8.4.- ANÁLISIS DE ESFUERZOS CON ABAQUS.

8.5.- ANÁLISIS A FATIGA CON FE-SAFE.

8.6.- RESULTADO.

### 8.1.- DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.

El problema que se aborda será el estudio de un eje ferroviario de un tren de mercancías, en la Fig.8.1 podemos ver dicho eje, y a continuación se muestran las características del eje y del problema en sí:

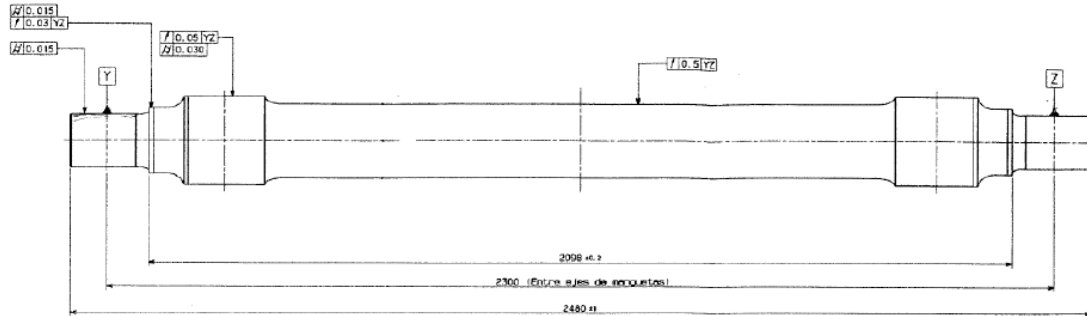


Fig.8.1. Eje ferroviario sometido a estudio

#### 8.1.1.- Geometría del eje

El eje sometido a estudio se ha obtenido de un plano de diseño facilitado por CAF (ANEXO A), reproduciendo el mismo mediante las herramientas de diseño que nos ofrece Abaqus, como más adelante se detalla.

Así mismo, para facilitar el mallado, se han omitido los agujeros y taladros laterales.

#### 8.1.2.- Definición del material

El material que se ha considerado es un acero templado al carbono A1N, muy utilizado para la fabricación de ejes de ferrocarril, cuyas propiedades se detallan a continuación:

- Densidad =  $7820 \text{ Kg/m}^3$
- Coeficiente de Poisson = 0,3
- Resistencia ultima a tracción = 600 MPa
- Límite elástico = 395 MPa
- Módulo de Young = 210 GPa

#### 8.1.3.- Restricciones y cargas

En cuanto al sistema de cargas del problema, se tienen en cuenta las siguientes consideraciones:

- Las restricciones de apoyo se sitúan en la superficie en contacto con las ruedas. Se limita en esa zona el movimiento, como se verá en los siguientes apartados.

- Las cargas se simplifican, teniendo en cuenta así el peso propio del eje y el peso del vagón, apoyado en las superficies en voladizo de los extremos, donde se sitúan las cajas de grasa que permiten el enlace entre el eje y el sistema de suspensión. La carga del vagón se estima en 23t.

## 8.2.- MODELIZACIÓN DEL PROBLEMA CON ABAQUS

### 8.2.1.- *Modo de resolución del problema con Abaqus*

A continuación, se procede como en el anterior capítulo, con la modelización de la pieza propiamente dicha, con todo tipo de detalles recogidos del plano de diseño proporcionado por CAF, para después definir las propiedades del material, las restricciones y las cargas del problema.

#### 8.2.1.1.- *Modelización del perfil de revolución*

En primer lugar, como en el anterior capítulo, se modeliza el eje ferroviario, para ello se irá al *Part module* y en el *Model tree*, *Models > Model 1 > Part* y se eligen las mismas opciones que en la Fig.7.7.

Una vez elegidas estas opciones, Abaqus dará las herramientas para generar el perfil, se seguirán las dimensiones del plano proporcionado por CAF, en la Fig.8.2 se muestra una parte de la modelización del eje:

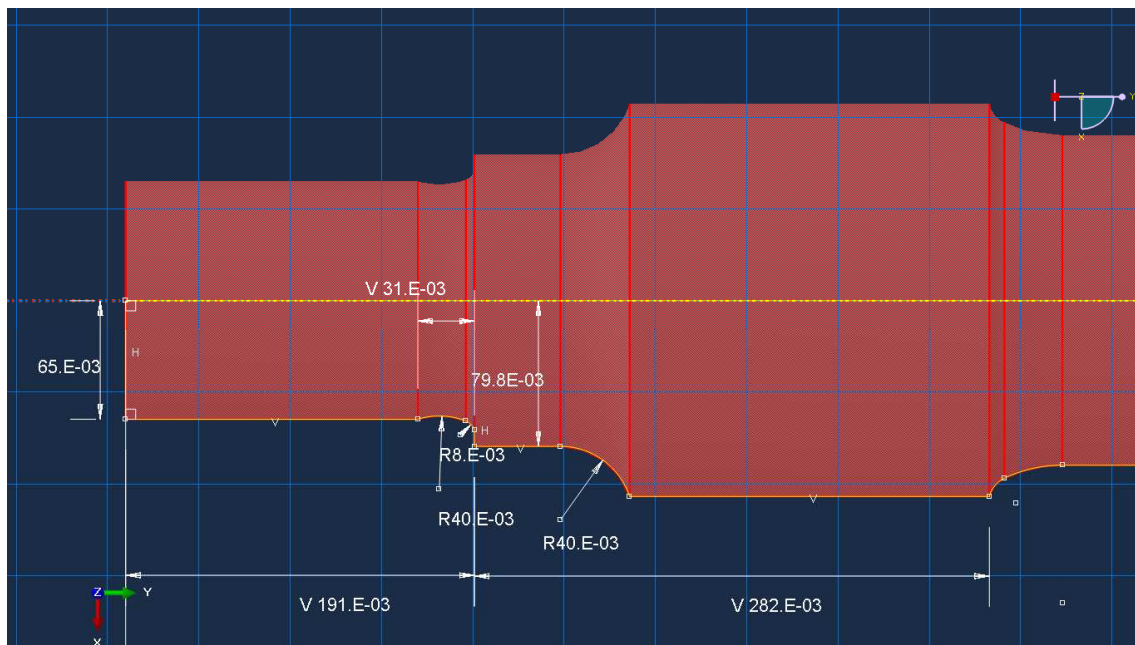


Fig.8.2. Perfil de revolución del “Eje ferroviario”

Como ya se comentó en el capítulo 7, es necesario definir el eje de revolución, que en este caso, volverá a ser la línea discontinua amarilla que se muestra en la Fig.8.2.

Como se aprecia en la figura anterior, aquí no es necesario definir los redondeos, ya que, se han modelado directamente en el perfil de revolución.

#### 8.2.1.2.- Modelización de los agujeros laterales

A continuación, se explica el modo para simular los agujeros laterales, aunque más tarde se eliminarán junto a los taladros laterales para facilitar el mallado y reducir la posibilidad de que haya en la malla elementos distorsionados (elementos con ángulos diedros menores a  $10^\circ$ ).

Hay dos métodos para hacer los agujeros laterales; un método consisten en crear una nueva parte, ensamblarla en la posición que tiene en el eje y finalmente eliminar el volumen que ésta ocupa en el mismo, y el segundo, consistente en crear un corte de revolución como si de una nueva parte se tratase. En este caso se utilizará la segunda opción, ya que, en el caso de los taladros laterales se ha utilizado la primera.

Para crear el corte de revolución (dimensiones en el detalle en “V” del plano), previamente se tendrá que crear una partición longitudinal del eje, para ello, en el módulo de creación de partes (*part module*), se irá a *Menu bar* y se selecciona *Tools > Datum > Type (Plane)*, una vez hecho esto saldrá una ventana (Fig.8.3.a) que permite crear en este caso un plano, se elige en el caso que acontece *3 points*, y se define el plano que se desea según tres puntos seleccionados en el eje.

A continuación habrá que realizar la partición deseada del eje por el plano anterior creado, para ello se volverá a ir al *Menu bar* seleccionando en este caso, *Tools > Partition > Type (Cell)* (Fig.8.3.b). Se selecciona *Use datum plane* y se elige el plano anterior que divide el eje en dos a lo largo de su longitud.

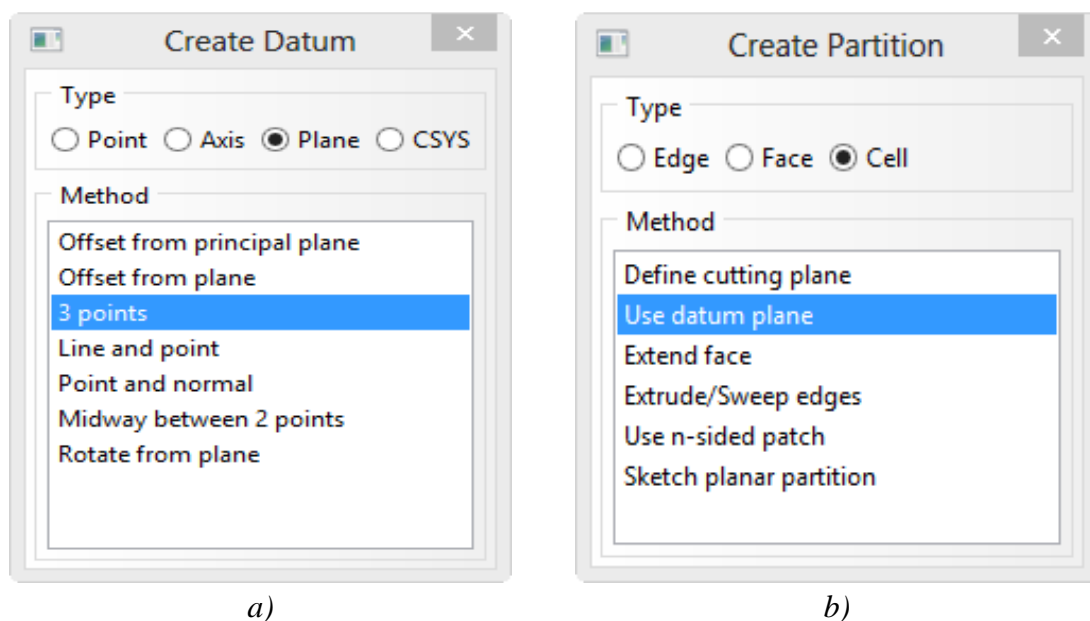


Fig.8.3. Creación partición longitudinal. a) Ventana creación de plano, b) Ventana creación de partición

Una vez hecho esto, ya se podrá crear un corte de revolución, para ello, en el módulo de creación de partes (*part module*), en *Toolbox area* se pulsa el siguiente icono



(*Create cut: Extrude*), hasta que se muestre la siguiente lista desplegable



y se selecciona la opción que nos interesa, en este caso



(*Create cut revolve*), a continuación se selecciona el plano anteriormente creado, y en la zona en la que interesa hacer el corte de revolución se modela el mismo, quedando como se muestra en la siguiente Fig.8.4:

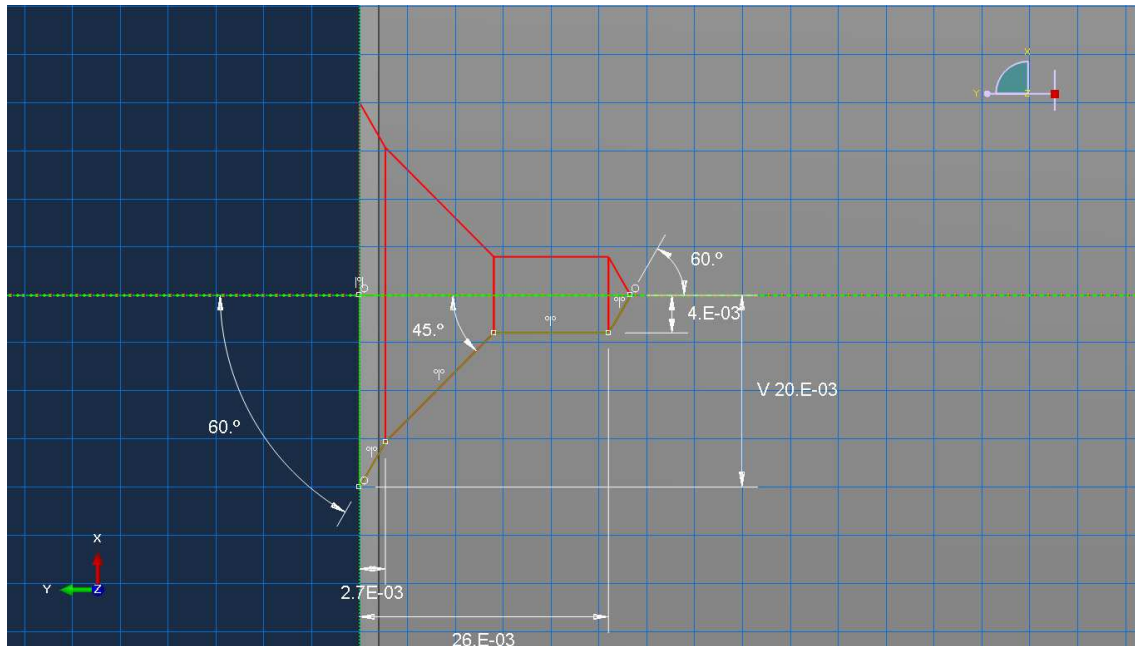


Fig.8.4. Creación agujero lateral

En el otro extremo de la pieza se procede de igual forma.

#### 8.2.1.3.- Modelización de los taladros laterales

Para la realización de estos taladros se utilizará el primer método, consistente en crear una nueva parte, posteriormente ensamblarla y eliminar el volumen que ocupan dichas partes en el eje.

En el detalle “F” del plano figuran las dimensiones de los taladros laterales que tiene el eje en sus dos extremos. En primer lugar se modeliza susodicho taladro lateral, para ello en el *Model tree*, vamos de nuevo a *Models > Model 1 > Part* y creamos una parte con las dimensiones detalladas en el plano. Como se puede ver en la Fig.8.3:

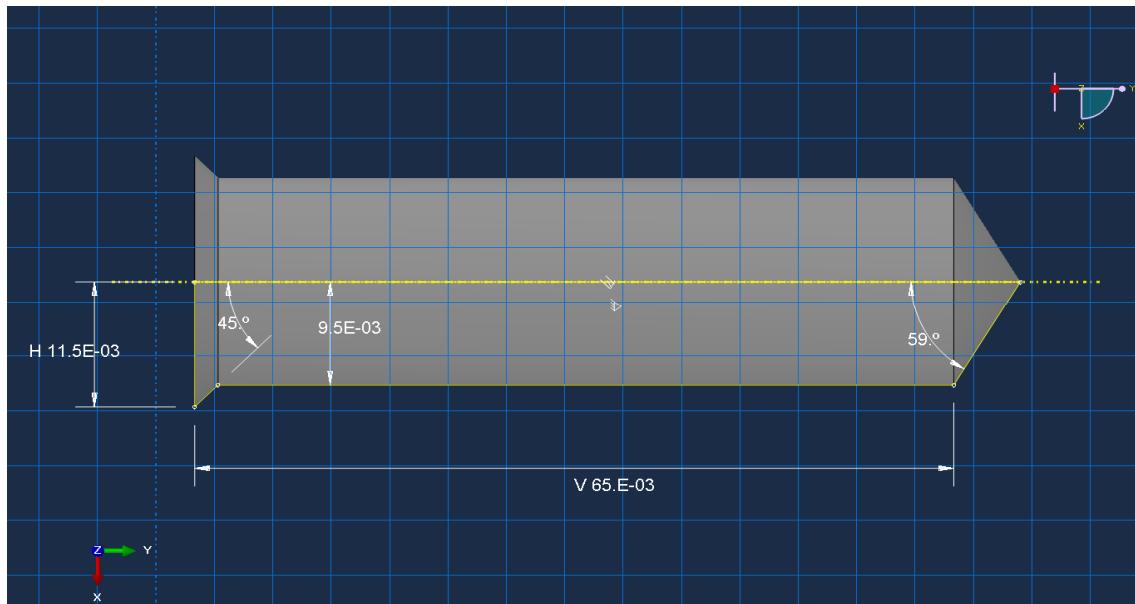



Fig.8.5. Detalle de taladro lateral

A continuación se ensamblará la pieza en el eje, para ello, en el *Model tree* se va a *Assembly > Instances* y se selecciona la parte nueva creada que será el futuro taladro lateral. Se sitúa el taladro en la posición que interesa con las herramientas que proporciona Abaqus, y una vez hecho se podrá crear un patrón que permita copiar esta parte en diferentes posiciones del eje, para así obtener los tres taladros que se necesitan por parte.

Para ello, en el *Assembly module*, se selecciona el siguiente icono  (*Radial Pattern*), a continuación se elige la parte a copiar, y en la ventana que aparece, el número de veces a copiar y su posición en el espacio según un eje de rotación determinado. El eje nos quedará por tanto como se muestra en la Fig.8.6:

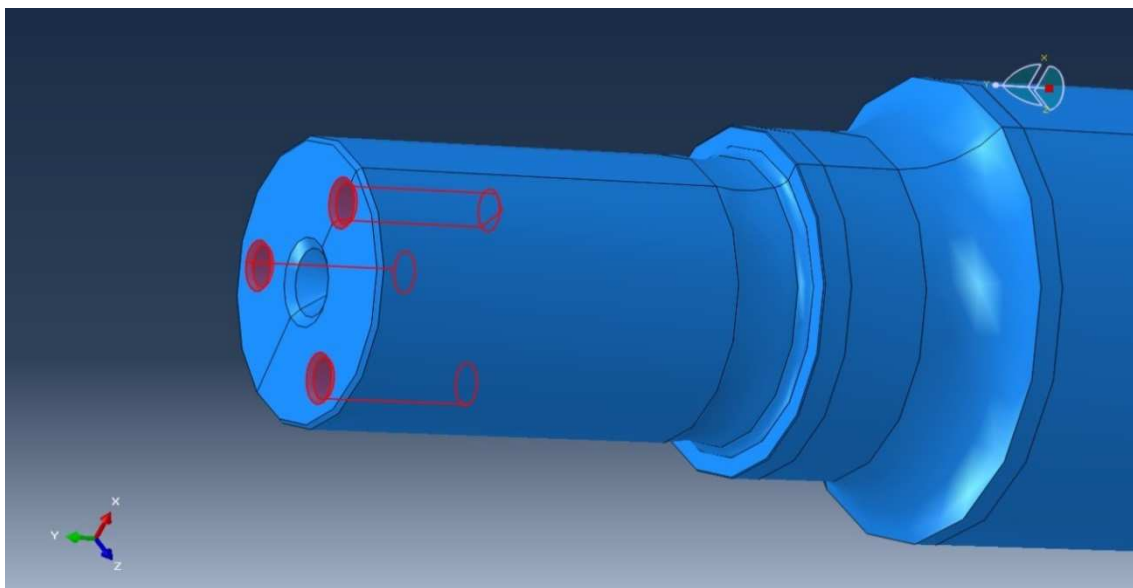
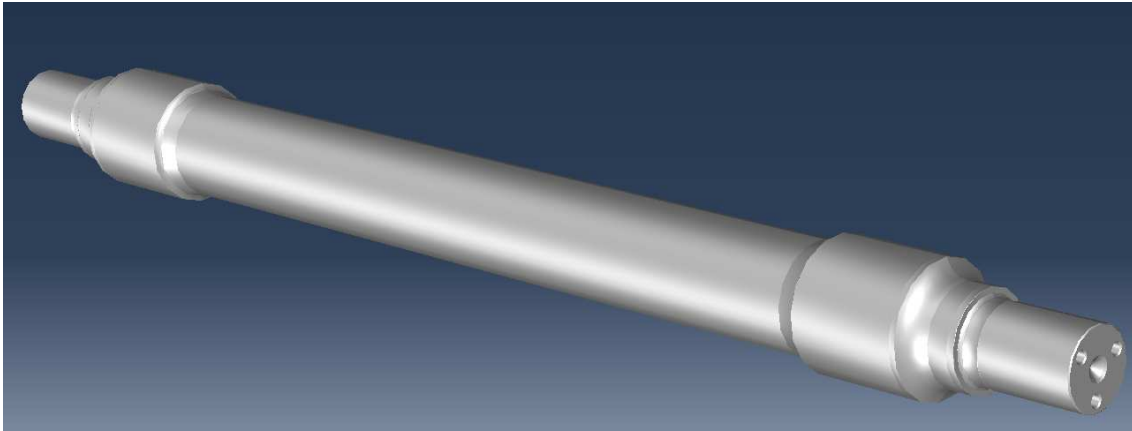


Fig.8.6. "Eje ferroviario" con agujeros y taladros laterales

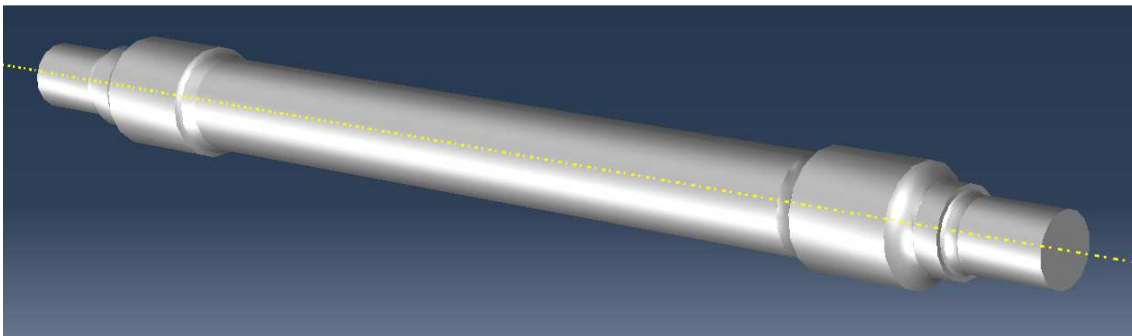


Finalmente, en la Fig. 8.7 se observa el eje ferroviario acabado, no obstante, se recuerda, que se han eliminado los taladros y agujeros laterales para prevenir de elementos distorsionados en la futura malla:



*Fig.8.7. "Eje ferroviario" completo modelizado en Abaqus*

Por lo tanto, el eje de estudio se mostrará en la siguiente Fig.8.8, en el que ya no están ni los taladros ni los agujeros laterales:



*Fig.8.8. "Eje ferroviario" sujeto a estudio*

#### 8.2.1.4.- Definición de las propiedades del material

Como se ha detallado en el Apartado 8.1, se va a considerar como material del eje un acero al carbono A1N, muy utilizado en ejes ferroviarios.

Por lo tanto, se incluyen las propiedades que se detallaron en el Apartado 8.1, procediendo de igual forma que en el capítulo 7.

Se define el material en el menú *Model Tree > Materials > Edit Material*. Se selecciona un nombre del material que en este caso será acero A1N. Se introduce como en el capítulo anterior, lo relativo a la densidad, al módulo de Young y al coeficiente de Poisson. Para introducir el valor de la densidad se va a la ventana *Edit material*, se selecciona la pestaña *General > Density* y se introduce el valor en *Mass Density*, así como, para la introducción de las propiedades elásticas, habrá que entrar en la pestaña *Mechanical > Elasticity > Elastic* e introducir los valores correspondientes en las celdas *Young's Modulus* y *Poisson's Ratio*. El proceso seguido se muestra en la Fig.8.9.

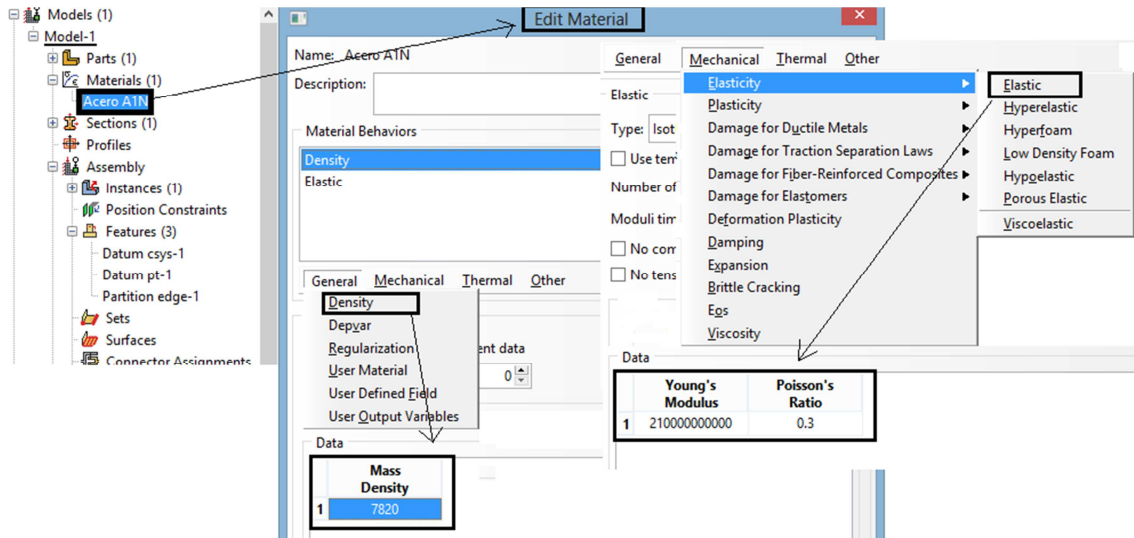




Fig.8.9. Pasos definición del material del “Eje ferroviario”

#### 8.2.1.5.- Asignación de las propiedades del material al eje

Como se ha visto anteriormente, es necesario asignar las propiedades del material a la pieza modelada, para ello, habrá que, primero crear la sección, lo que se consigue yendo al *Toolbox area* y seleccionando *Create Section* , una vez aquí saldrá una ventana para la creación de la sección, en ella se escogerá *Category > Solid* y *Type > Homogeneous*. Como se muestra en la Fig.8.10.

A continuación *Model Tree > Section* y en el *Toolbox area* seleccionar *Assign Section* , aquí saldrá una ventana en la que se elegirá la sección anteriormente creada seleccionando el eje entero, finalmente pulsando *Done* en el *Prompt area*, se asignarán las propiedades al eje.

De nuevo, para confirmar que han sido asignadas las propiedades en el eje, nos fijamos en que ha cambiado de color.

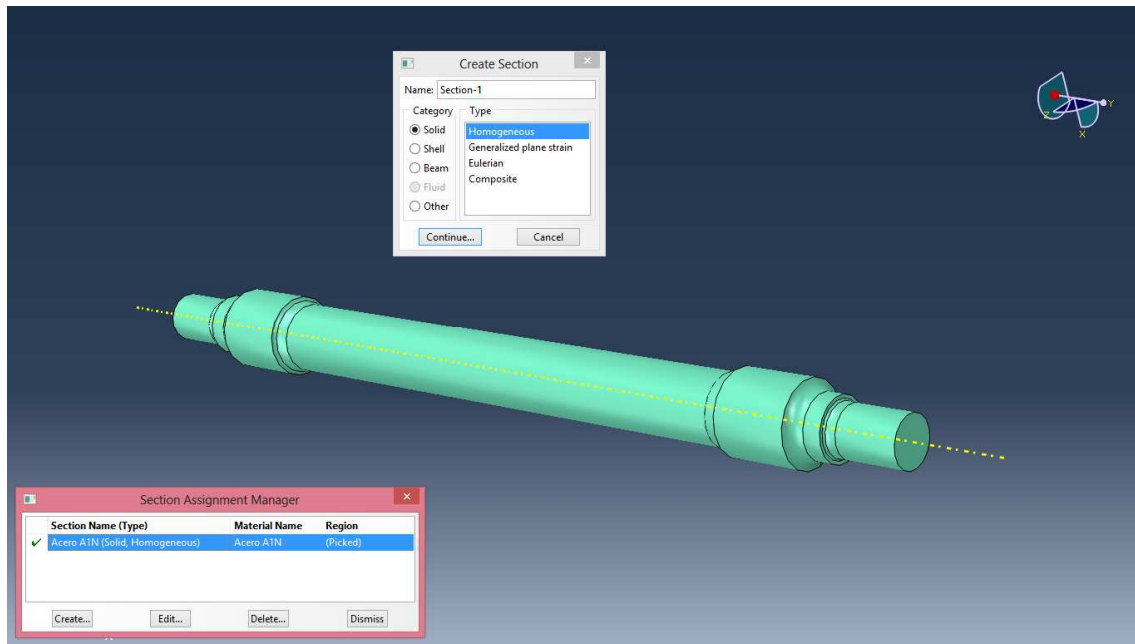


Fig.8.10. Asignación del material al “Eje ferroviario”

#### 8.2.1.6.- Ensamblaje del eje

Como en el caso anterior, tan solo consta de una parte el eje de estudio al haber eliminado los taladros y agujeros laterales. Por lo tanto se crea una sola instancia del mismo.

Para ello, en el *Model Tree* se expande el módulo *Assembly > Instances*, y en la ventana que aparece *Create instance > Instance Type > Independent*, se elige ésta opción, ya que, como se ha dicho, no depende de ninguna otra parte y puede ser mallada más adelante de forma independiente. Se muestra lo descrito en la Fig.8.11:

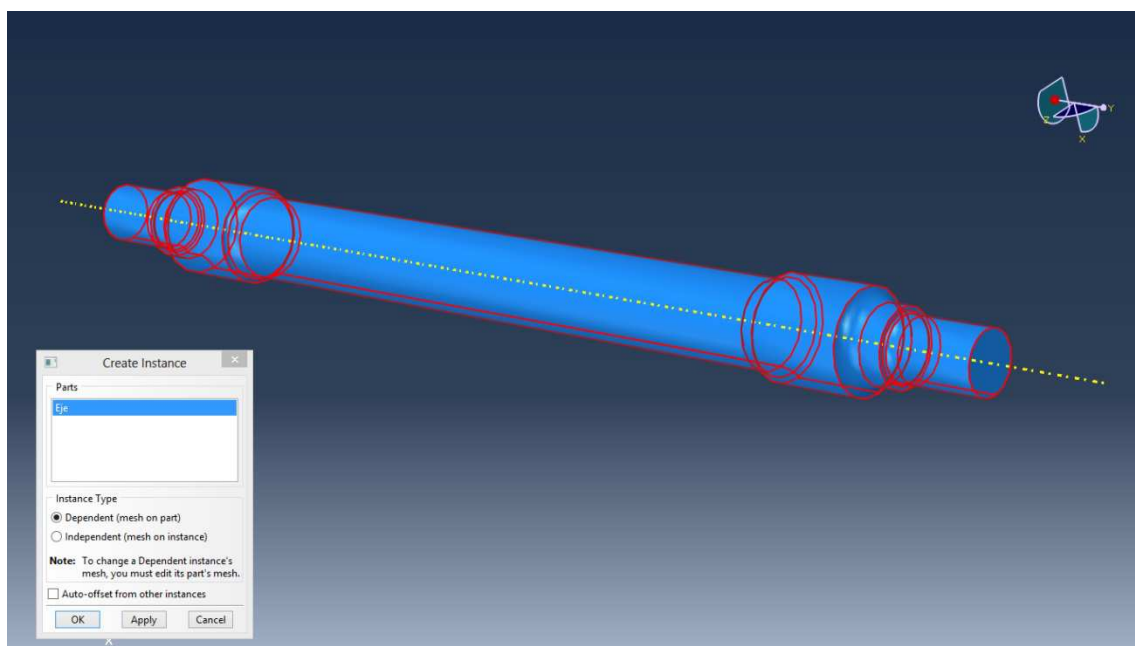


Fig.8.11. Crear instancia del “Eje ferroviario”

#### 8.2.1.7.- Definición del paso

Para este apartado, habrá que dirigirse al *Model Tree* y pulsar *Steps* para crearlo, una vez aquí saldrá una ventana para la creación del paso (*Create Step*). Para crear un análisis estático se procede como sigue, *Procedure type > General*, y como opción *Static General*.

Este punto será exactamente igual al del eje empotrado, por ello, no se ilustra ninguna figura describiendo los puntos a seguir.

#### 8.2.1.8.- Definición de los parámetros de salida

Los parámetros que se quieren elegir en este paso son:

-Field Output Resquests

Se escoge lo relativo a tensiones (*Stresses*), desplazamientos (*Displacement/ Velocity/ Acceleration*) y fuerzas (*Forces/Reaction*).

-History Output Resquests

Para este caso se escoge lo relativo a desplazamientos (*Displacement/ Velocity/ Acceleration*) y fuerzas (*Forces/Reaction*).

Como en el caso anterior no habrá ninguna figura ilustrativa, ya que, es igual a la del capítulo 7.

#### 8.2.1.9.- Definición de cargas

En este caso, se definirán dos tipos de carga, la primera será la que ejerce el propio peso del eje ferroviario (por ser una carga importante) y la segunda se corresponde con la carga que soporta el eje en los extremos.

La carga ejercida por el peso del eje ferroviario se define yendo al *Model Tree* y seleccionando *Loads*, en el cuadro que sale a continuación se definirá la carga para el paso 1 (*Step-1*), en la categoría mecánica (*Category > Mechanical*) y del tipo gravedad (*Type for Selected Step > Gravity*). Una vez hecho esto, saldrá una ventana que preguntara sobre que parte o partes queremos aplicar la acción de la gravedad (*Whole Model* en nuestro caso), así como la dirección en la que se quiere aplicar.

En la siguiente Fig.8.12 se detallan estos últimos pasos para la aplicación de la acción de la gravedad:

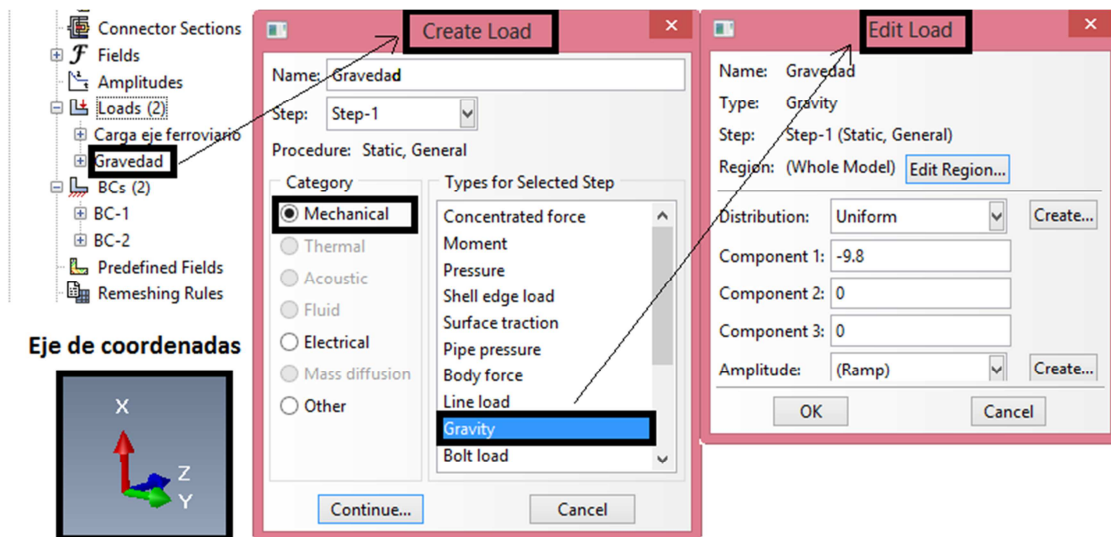


Fig.8.12. Pasos definición acción gravedad “Eje ferroviario”

Como se puede ver, se introduce un valor por la acción de la gravedad en la componente 1 con signo negativo, este valor es el de la gravedad ( $9,8 \text{ m/s}^2$ ) siendo el signo negativo debido a la fuerza que ejerce la misma sobre el eje, que en el caso de estudio por la orientación en la que hemos modelizado el eje, es la de la componente X.

A continuación se definirá la carga que debe soportar el eje, como se ha comentado en Apartado 8.1, se toma un peso de la carga sobre el eje de 23 toneladas. El eje únicamente se encuentra sometido a compresión en su superficie superior, siendo la distribución de tensiones en la mitad inferior desconocida hasta ahora. La carga se considera aplicada como una fuerza superficial en los dos extremos en voladizo del eje. De esta manera, la carga total en cada extremo es de:

$$Peso = \frac{23}{2} = 11,5t$$

Para introducir el peso en Abaqus, la carga se expresará como una presión que se ejerce sobre la superficie superior en voladizo por lo tanto habrá que realizar una partición del mismo para poder aplicar la carga.

Se procede a calcular la superficie de sollicitación, para ello, se calcula el área de la mitad superior en voladizo y a continuación, la presión que ejerce esta fuerza:

$$Area = \frac{\pi \cdot D \cdot L}{2} = 0,03267 \text{ m}^2$$

Siendo  $D$  el diámetro de la superficie en voladizo y  $L$  la longitud del voladizo.

Por lo tanto la presión para cada extremo será:

$$P = \frac{Peso \cdot Gravedad}{Area} = 3,45 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Ahora se introducirá dicho valor de la presión en Abaqus, para ello en el *Model Tree* se selecciona de nuevo *Loads*, en la ventana que aparece a continuación se definirá la carga para el paso 1 (*Step-1*), en la categoría mecánica (*Category > Mechanical*) y del tipo tracción superficial (*Surface Traction*). A continuación se selecciona la región de aplicación de la carga y una dirección para la aplicación de la misma. Finalmente se introduce el valor de la carga. Los pasos se muestran en la siguiente Fig.8.13:

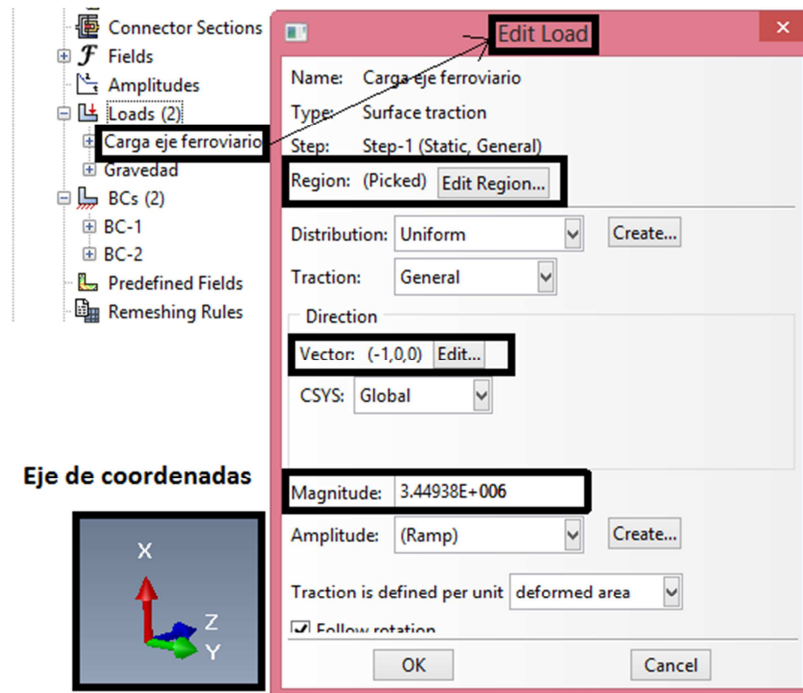


Fig.8.13. Pasos definición carga “Eje ferroviario”

#### 8.2.1.10.- Definición de restricciones

Se restringe los desplazamientos en los tres ejes. Pero se libera la restricción del giro en el eje y, ya que está permitido el giro del eje ferroviario sobre su propio eje de rotación.

La definición de las restricciones, como se explicó en el capítulo anterior, se da en el módulo *Load*, para aplicar estas restricciones en Abaqus hay que crear dos supuestos, uno en el que se restringirá la rotación sobre los ejes X y Z, y otro en el que se restringe la translación en los tres ejes.

Para hacer esto en primer lugar se restringe las rotaciones, para ello se irá al *Model Tree* y se pulsa sobre *BCs*, en la ventana que aparece (*Create Boundary Condition*) se elige el paso en el que se aplica, que en este caso es el paso inicial. A continuación *Category > Mechanical* y finalmente el tipo de restricción para el paso seleccionado *Types for Selected Step > Symmetry/antisymmetry/Encastre*, una vez aquí elegimos la superficie en la que queremos que se aplique la restricción y pulsamos sobre la que nos interesa, que en este caso es *YSYMM*.



En segundo lugar, para restringir las traslaciones en los tres ejes, se procede de igual forma, pero tras seleccionar *Symmetry/antisymmetry/Encastre* y elegir la misma superficie de aplicación de la restricción, se pulsa sobre la que nos interesa ahora, que es *PINNED*.

En la siguiente Fig.8.14 se muestra los pasos seguidos para la aplicación de las restricciones en el modelo:

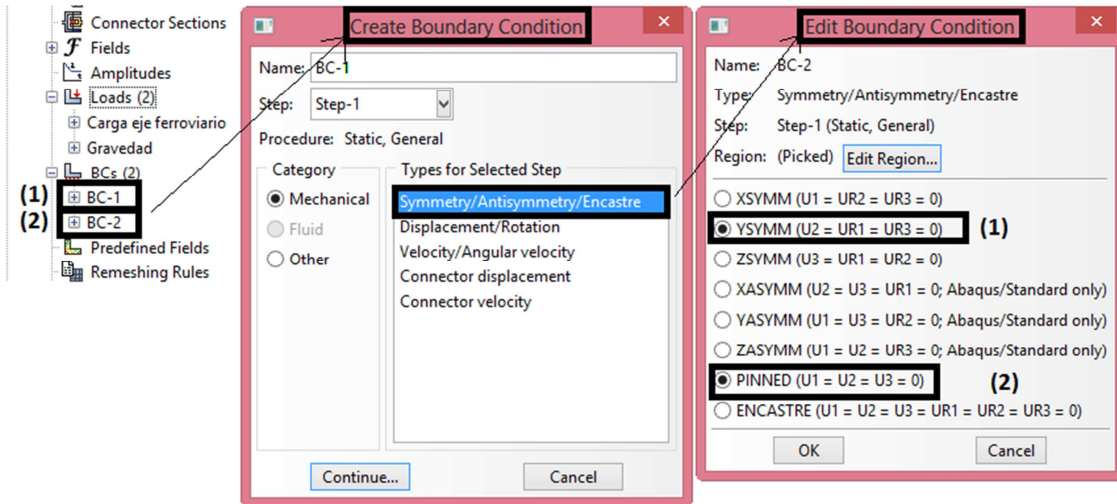


Fig.8.14. Pasos creación de restricciones “Eje ferroviario”

Una vez definidas todas las restricciones y las cargas consideradas en el problema, el aspecto del eje es el mostrado en la Fig8.15:

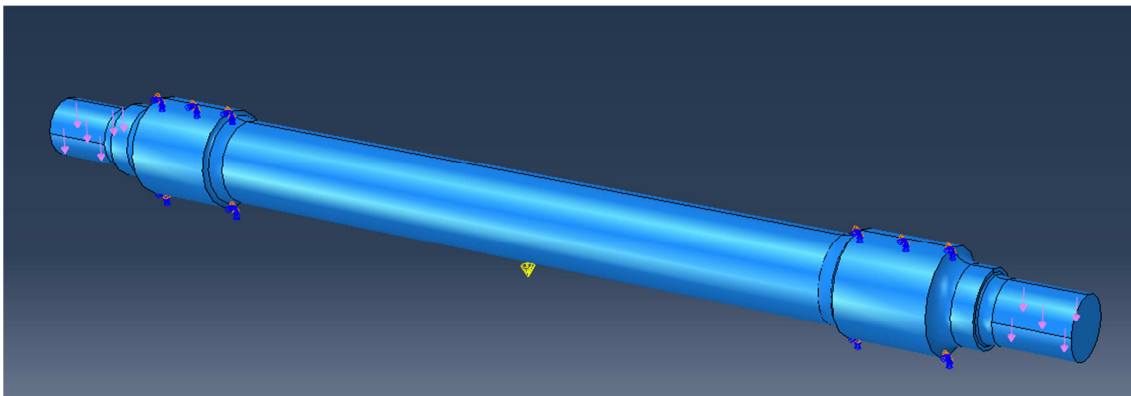





Fig.8.15. “Eje ferroviario” con restricciones y cargas

#### 8.2.1.11.- Definición del trabajo

Para que Abaqus proceda a la resolución del problema y para definir las propiedades del análisis tales como tipo de trabajo, memoria consumida, precisión... se realiza el análisis, para lo que habrá que dirigirse al *Model Tree* y seleccionar el modulo *Jobs*, donde saldrá una ventana para editar el trabajo en la que se aceptan los valores por defecto.



Para que el programa resuelva el problema en el *Toolbox area* se selecciona *Job Manager*  y se pulsa *Submit* para iniciar el análisis.

#### 8.2.1.12.- Resultados “Eje empotrado” con Abaqus

Para visualizar los resultados, en el *Jobs module* se selecciona *Job Manager*  (*Toolbox area*) y se pulsa *Result*. En este módulo para ver la solución se pincha en el icono *Plot Contours on Deformed Shape* , y se selecciona en la barra (*Toolbar*) lo que interese (S, U...).

### **8.3.- ESTUDIO DE SENSIBILIDAD DE LA MALLA**

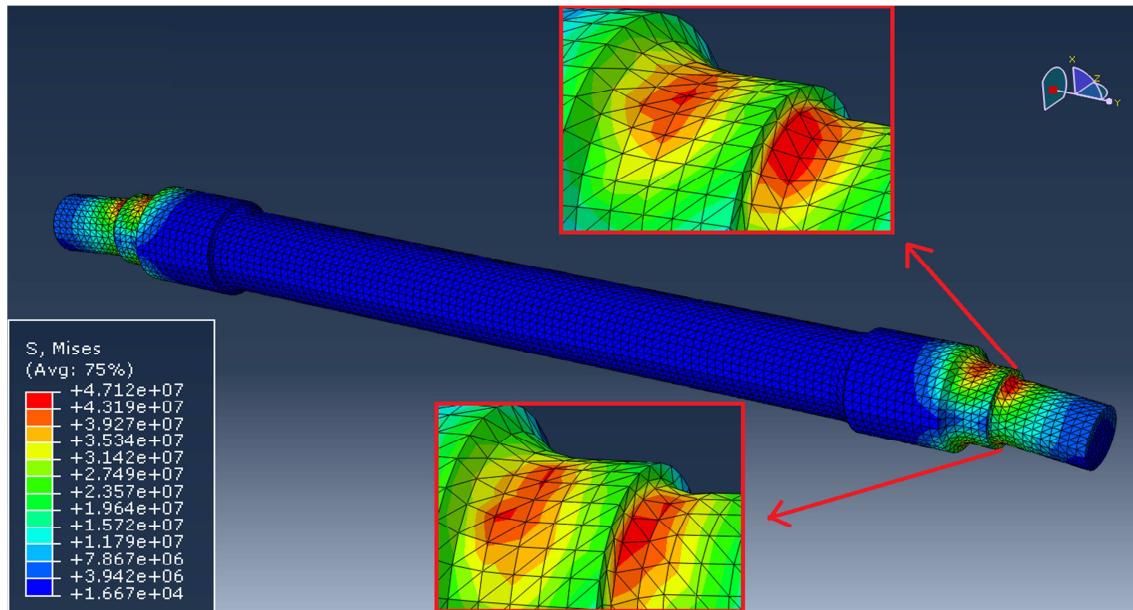
En primer lugar, se cree necesario realizar un estudio de sensibilidad de la malla, para optimizar el coste computacional y asegurarse de que los resultados convergen. Además así se tendrá la certeza de que se estudia un modelo cuyas tensiones se acerquen lo más posible a la realidad.

Para la generación de la malla habrá que dirigirse al módulo *Mesh*, como se aprecia, la pieza tiene un color rosado, que significa que se puede mallar de una forma libre con elementos tetraédricos, una vez en éste módulo, habrá que ir al *Toolbox area* y pulsando *Seed Part Instance* , dará la posibilidad de cambiar el tamaño aproximado global de cada elemento para el estudio en un primer momento del mallado global. Para el segundo estudio, que será de mayor precisión, se procederá de manera análoga. Para ello habrá que ir de nuevo al *Toolbox area*, pero esta vez pulsar *Seed Edges* , con lo que se irá cambiando el tamaño de los elementos según convenga en cada contorno del modelo. Así, se modificará el tamaño de estos elementos para examinar los datos que se obtienen según cada análisis.

Se utilizan elementos tetraédricos, debido a la dificultad que supone hacer particiones para mallar con elementos de mayor precisión, los elementos tetraédricos necesitan de un gran número de elementos para obtener buenos resultados en lo que se refiere a la tensión y desplazamientos sufridos por el eje. Se realizan un total de 8 análisis en el mallado global y un total de 16 para el estudio más preciso del modelo.

Se analiza en un primer momento el mallado global, con lo que se consigue conocer las zonas del eje donde se sufrirán las mayores tensiones y aunque no sean resultados muy precisos valdrán para mallar posteriormente con más precisión las secciones de mayor sollicitación. A continuación se muestra el eje con un mallado global.





*Fig.8.16. Distribución de la tensión de Von Mises con mallado global del "Eje ferroviario"*

Se muestran (Tabla 8.1) los datos obtenidos tras los diferentes análisis con el mallado global y la cantidad de elementos que se han analizado en cada análisis.

| Malla | Tamaño Global del elemento (m) | Nº Elementos | Tensión (MPa) |
|-------|--------------------------------|--------------|---------------|
| 1     | 0,024                          | 29705        | 42,06         |
| 2     | 0,022                          | 35424        | 42,94         |
| 3     | 0,02                           | 47966        | 46,17         |
| 4     | 0,018                          | 62885        | 47,12         |
| 5     | 0,016                          | 80611        | 49,34         |
| 6     | 0,014                          | 113065       | 49,58         |
| 7     | 0,012                          | 166813       | 52,02         |
| 8     | 0,01                           | 281239       | 56,97         |

*Tabla 8.1. Datos mallados globales*

Aún con la imprecisión de la malla se aprecia que los resultados crecen al aumentar el número de elementos. En las gráficas 8.1, 8.2, 8.3 y 8.4, se representan estos valores junto con los del estudio de malla preciso. En estas gráficas se aprecia la convergencia de forma más evidente.

Como se advierte en la Fig.8.16 los dos cambios de sección son las zonas que mayor tensión soportan; se remalla esta zona y se observa como la diferencia entre los resultados que se obtienen con diferentes mallas va disminuyendo.

Para el estudio más preciso se han mallado las zonas en las secciones más tensionadas según la longitud de cada elemento y en el contorno de dichas secciones. En la siguiente figura se detallan las variables utilizadas en el estudio de sensibilidad de la malla:

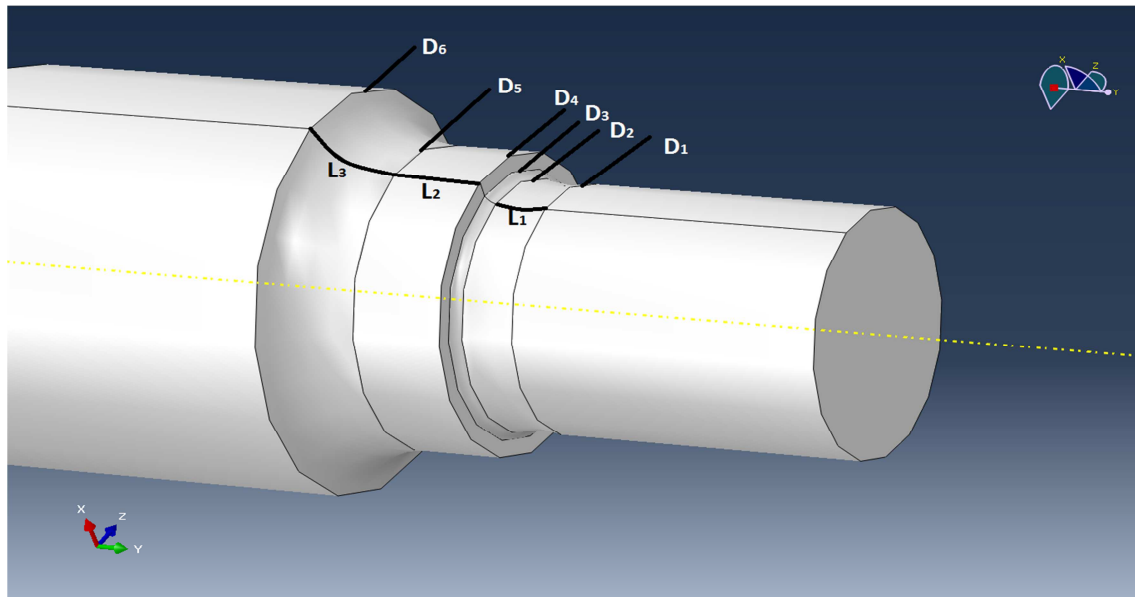


Fig.8.17. Variables en el estudio de sensibilidad de la malla

Una vez detallada cuales son las variables que se han utilizado se muestran las siguientes tablas, que contienen los datos obtenidos tras la variación de la longitud de cada elemento tetraédrico.

| Malla | L <sub>1</sub> | L <sub>2</sub> | L <sub>3</sub> | Nº Elementos | Tensión (MPa) |
|-------|----------------|----------------|----------------|--------------|---------------|
| 9     | 0,005          | 0,005          | 0,005          | 145597       | 66,28         |
| 10    | 0,004          | 0,004          | 0,004          | 162825       | 66,34         |
| 11    | 0,003          | 0,003          | 0,003          | 189762       | 68,12         |
| 12    | 0,002          | 0,002          | 0,002          | 228318       | 70,52         |

Tabla 8.2. Mallados precisos 1 ( $D_1=D_2=D_3=0,007$  m,  $D_4=D_5=0,008$  m y  $D_6=0,009$ m)

| Malla | L <sub>1</sub> | L <sub>2</sub> | L <sub>3</sub> | Nº Elementos | Tensión (MPa) |
|-------|----------------|----------------|----------------|--------------|---------------|
| 13    | 0,005          | 0,005          | 0,005          | 167174       | 65,19         |
| 14    | 0,004          | 0,004          | 0,004          | 191493       | 67,85         |
| 15    | 0,003          | 0,003          | 0,003          | 215736       | 70,13         |
| 16    | 0,002          | 0,002          | 0,002          | 258851       | 70,73         |

Tabla 8.3. Mallados precisos 2 ( $D_1=D_2=D_3=0,006$  m,  $D_4=D_5=0,007$  m y  $D_6=0,008$ m)

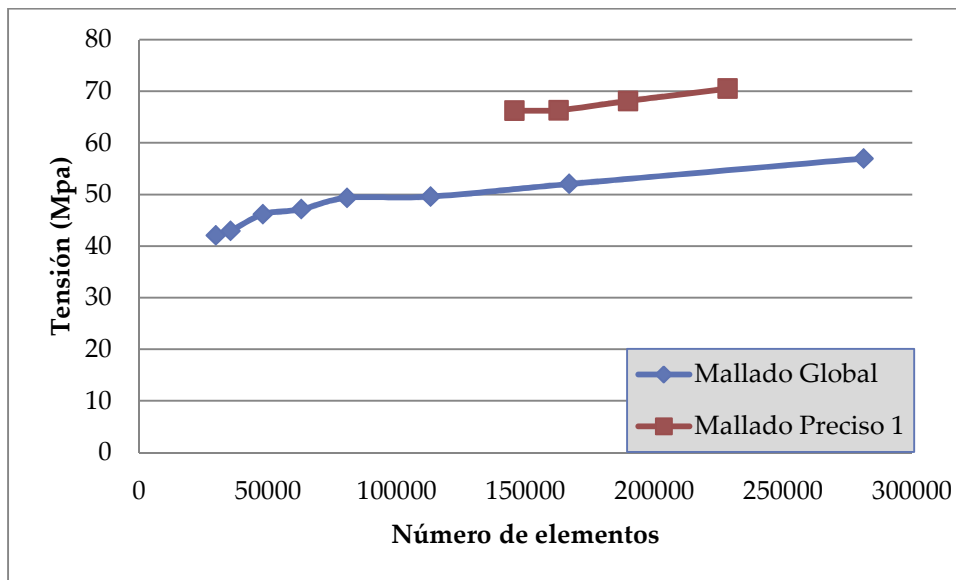
| Malla | L <sub>1</sub> | L <sub>2</sub> | L <sub>3</sub> | Nº Elementos | Tensión (MPa) |
|-------|----------------|----------------|----------------|--------------|---------------|
| 17    | 0,005          | 0,005          | 0,005          | 188895       | 64,91         |
| 18    | 0,004          | 0,004          | 0,004          | 226317       | 67,32         |
| 19    | 0,003          | 0,003          | 0,003          | 261725       | 68,94         |
| 20    | 0,002          | 0,002          | 0,002          | 332181       | 70,77         |

Tabla 8.4. Mallados precisos 3 ( $D_1=D_2=D_3=0,005$  m,  $D_4=D_5=0,006$  m y  $D_6=0,007$ m)

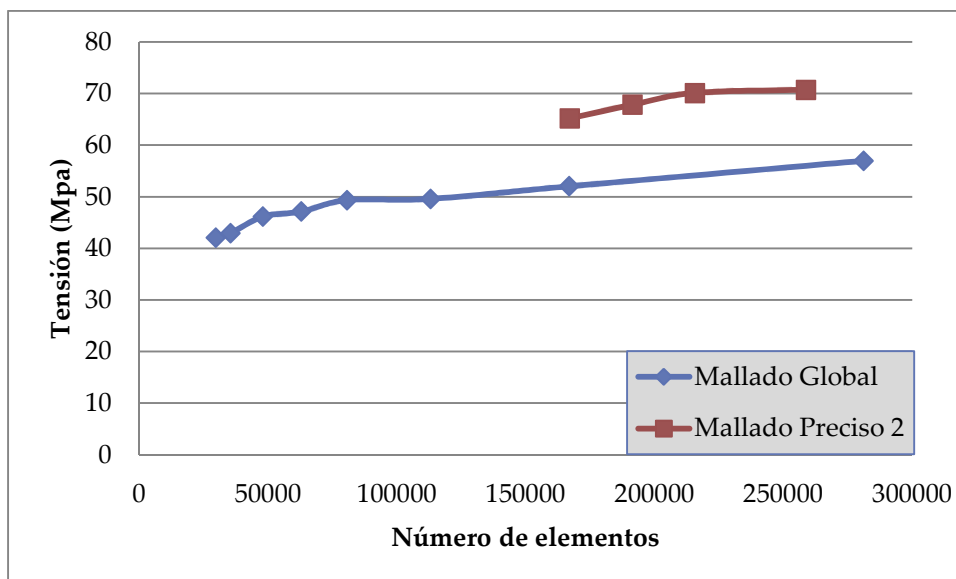
| Malla | L <sub>1</sub> | L <sub>2</sub> | L <sub>3</sub> | Nº Elementos | Tensión (MPa) |
|-------|----------------|----------------|----------------|--------------|---------------|
| 21    | 0,005          | 0,005          | 0,005          | 228667       | 67,89         |
| 22    | 0,004          | 0,004          | 0,004          | 284246       | 67,98         |
| 23    | 0,003          | 0,003          | 0,003          | 316058       | 69,94         |
| 24    | 0,002          | 0,002          | 0,002          | 394975       | 70,38         |

Tabla 8.5. Mallados precisos 4 ( $D_1=D_2=D_3=0,004$  m,  $D_4=D_5=0,005$  m y  $D_6=0,006$  m)

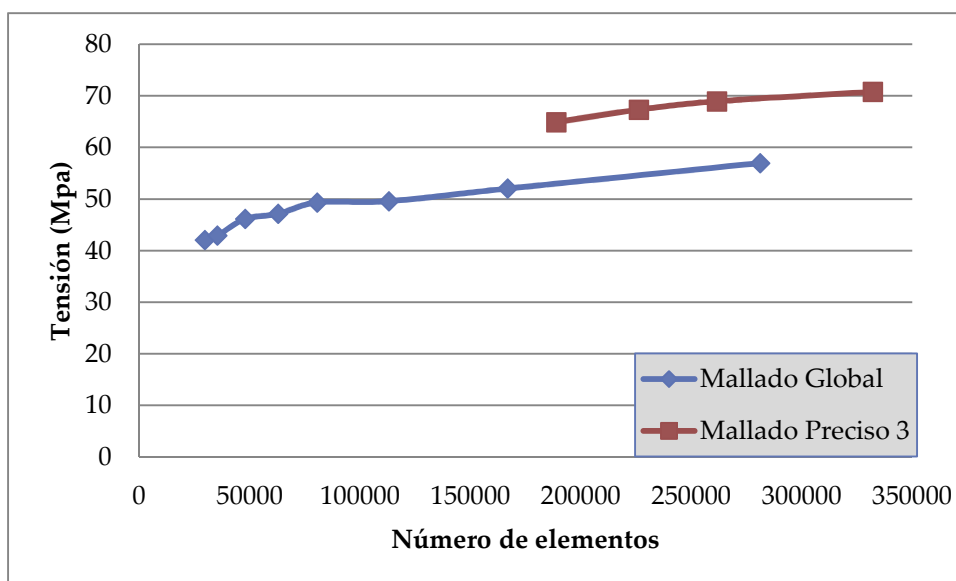
A continuación se muestran gráficos en los que se compara el resultado obtenido con los mallados globales frente a los de las mallas refinadas, se puede observar como los resultados convergen conforme se refinan las zonas que mayor carga deben soportar.



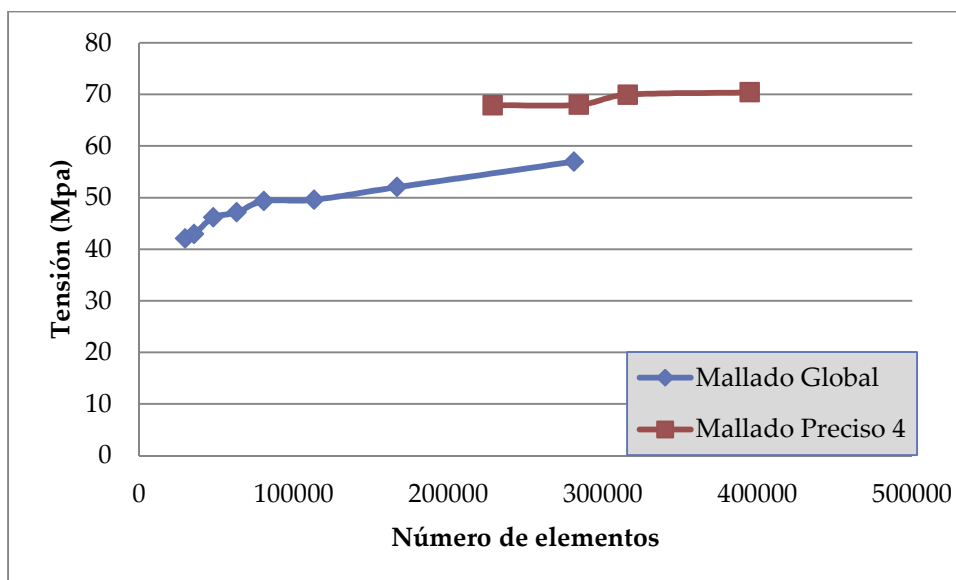
Gráfica 8.1. Comparación entre mallados globales y mallados precisos 1



Gráfica 8.2. Comparación entre mallados globales y mallados precisos 2



Gráfica 8.3. Comparación entre mallados globales y mallados precisos 3



Gráfica 8.4. Comparación entre mallados globales y mallados precisos 4

#### 8.4.- ANÁLISIS DE ESFUERZOS CON ABAQUS

En este apartado se procede a obtener y evaluar las tensiones y deformaciones del eje ferroviario sometido al estado de cargas descrito en el Apartado 8.2.

En el estudio de sensibilidad de la malla realizado en el anterior apartado, se observa como la tensión aumenta a medida que se refina la malla en las zonas de mayor sollicitación y finalmente converge en un resultado entorno a los 70 MPa.

Se toma para el estudio la malla 15 (Tabla 8.3.). En la Fig.8.19 se puede observar dicho mallado.

### 8.4.1.- Tensión

En primer lugar, se especifican los tres cambios de sección que tendrá el eje ferroviario, para los que posteriormente se calcularán tres factores de concentración de tensiones diferentes. En la Fig.8.18 se detallan las tres secciones que se van a considerar:

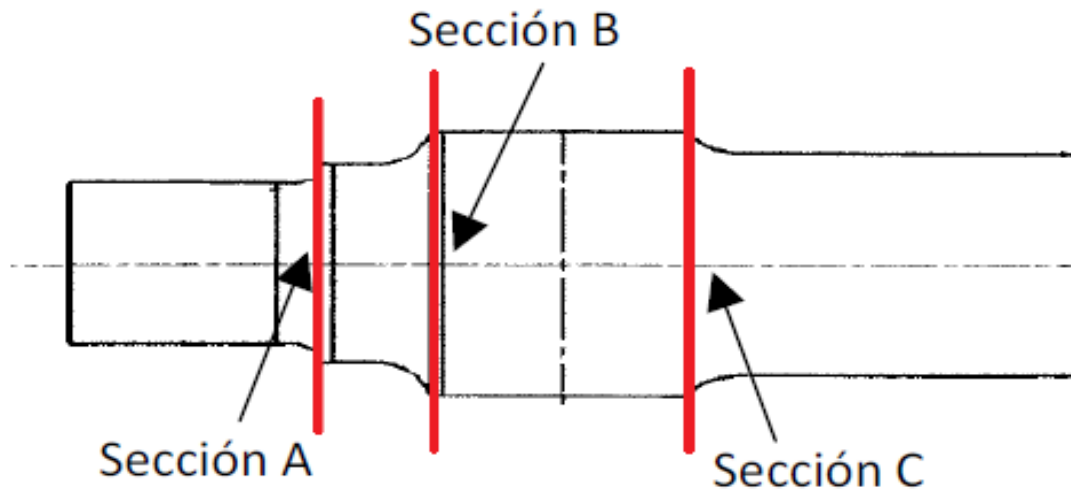


Fig.8.18. Secciones críticas del “Eje ferroviario”

En la Fig.8.19 se muestra la distribución de Von Mises del eje ferroviario estudiado. Como se deduce del análisis con el mallado global, las zonas críticas son las secciones A y B:

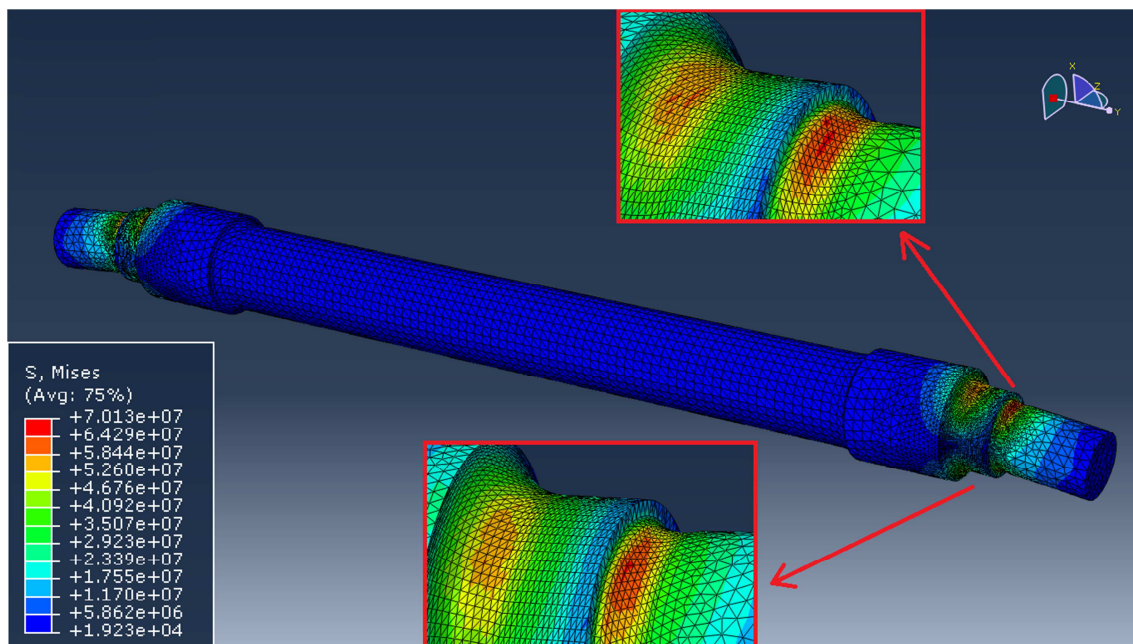


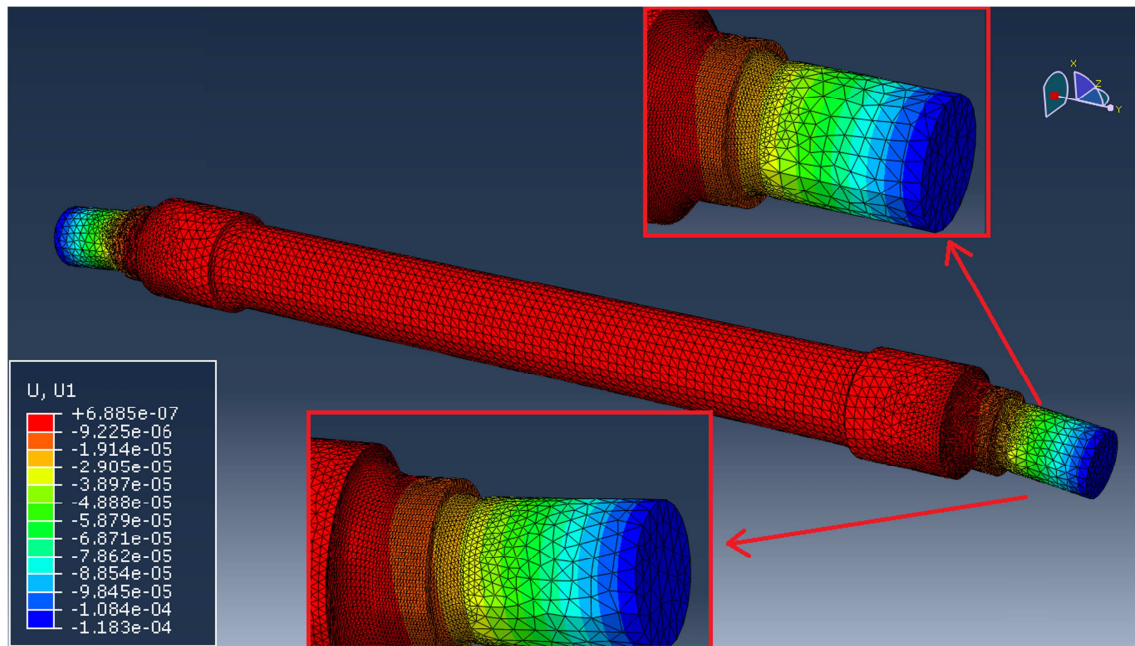
Fig.8.19. Distribución de la tensión de Von Mises del “Eje ferroviario”

Como se observa, la tensión máxima se da en la sección A. Esto tiene sentido pues es la sección más cercana a la fuerza, la sección de menor diámetro, y la sección de menor radio de acuerdo (8mm). Hay que decir que la tensión máxima no se da en la zona de cambio de sección, se da más bien en la superficie rebajada del eje. Con este análisis se determina que la tensión máxima en el eje es de:

$$\sigma_{max} = 70.13 \text{ MPa}$$

#### **8.4.2.- Desplazamientos**

Los desplazamientos que interesan son los sufridos en el eje X, donde se aplica la fuerza. En la siguiente figura se muestra la distribución de desplazamientos.



*Fig.8.20. Desplazamientos en el eje X del "Eje ferroviario"*

El desplazamiento máximo se da en los extremos como se esperaba por estar en voladizo y soportar la carga, siendo su valor de:

$$f_{max} = -0.1183 \text{ mm}$$

Es un desplazamiento muy pequeño y permisible, ya que el eje ferroviario no debe sufrir grandes deformaciones.

#### **8.5.- ANÁLISIS A FATIGA CON FE-SAFE.**

Una vez realizado el análisis de esfuerzos, se pasa a simular el análisis a fatiga. En un primer momento, se calculan los factores de concentración de tensiones como se explicó en el Capítulo 7, una vez obtenidos estos valores, se introducirán en el programa Fe-Safe siguiendo las pautas del Apartado 7.4.1. Las características que se han elegido para el estudio son las siguientes:

- Vida deseada: Según la norma EN 13261, las probetas ensayadas a fatiga tiene que soportar  $10^7$  ciclos sin que aparezcan fisuras en su superficie. Por ello, se va a tomar como vida orientativa  $10^7$  ciclos en este análisis.
- Tipo de carga: Como sucediera en el estudio del “Eje empotrado” se va a simular una carga alternante pura con los valores obtenidos en el análisis estático. Para esto, en el programa, se dejarán los valores por defecto en el que los factores de carga mínima y carga máxima son -1 y +1 respectivamente.

### **8.5.1.- Cálculo del factor de concentración de tensiones**

En la resolución del problema “Eje empotrado” se comentó la necesidad de variar el factor de reducción de la resistencia a la fatiga en función de la geometría de la sección crítica que se esté estudiando.

En este caso, el “Eje ferroviario”, tiene tres cambios de sección para los que habrá que calcular tres factores de concentración de tensiones diferentes y posteriormente ir modificando estos valores en Fe-Safe según el caso de estudio.

Como se mostró en el Apartado 5.3.5, el primer paso es calcular el factor de concentración teórico ( $K_t$ ). Para ello se entra con los datos sacados del plano (ANEXO A) en la gráfica de la Fig.7.3 y se obtienen los siguientes resultados:

-Sección A:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{D}{d} = \frac{160}{130} = 1.231 \\ \frac{r}{d} = \frac{8}{130} = 0.062 \end{array} \right| K_{tA} = 1.82$$

-Sección B:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{D}{d} = \frac{214}{160} = 1.338 \\ \frac{r}{d} = \frac{40}{160} = 0.250 \end{array} \right| K_{tB} = 1.30$$

-Sección C:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{D}{d} = \frac{214}{180} = 1.189 \\ \frac{r}{d} = \frac{15}{180} = 0.083 \end{array} \right| K_{tC} = 1.66$$



A continuación se calcula el factor de sensibilidad a las ranuras ( $q$ ), entrando en la gráfica de la Fig.7.4, con los valores de la tensión última a tracción y el radio de las ranuras. En este caso, el factor  $q$  es igual en las tres secciones.

$$S_{ut} = 600 \text{ Mpa}$$

$$q_A = q_B = q_C = 0.82$$

$$r_A = 8; r_B = 40; r_C = 15$$

Con estos datos se calcula el factor de la resistencia en caso de fatiga ( $\mathfrak{R}_f$ ) para las tres secciones:

$$\mathfrak{R}_f = q \cdot (K_t - 1) + 1$$

$$\mathfrak{R}_{fA} = 1.672$$

$$\mathfrak{R}_{fB} = 1.246$$

$$\mathfrak{R}_{fC} = 1.541$$

Finalmente se calcula el factor de concentración de tensiones ( $K_e$ ), como la función inversa de  $\mathfrak{R}_f$  :

$$K_{rfA} = 1.672$$

$$K_{rfB} = 1.246$$

$$K_{rfC} = 1.541$$

Como se dijo anteriormente tras haber obtenido estos datos tendremos que modificar los mismos en cada estudio realizado con Fe-Safe. A continuación se muestran los resultados obtenidos para cada sección.

#### -Sección A

En la Fig.8.21 se muestra la vida del eje ferroviario en la *Sección A*. El factor de reducción de la resistencia a fatiga, para este caso, es  $K_{rfA} = 1.672$ .



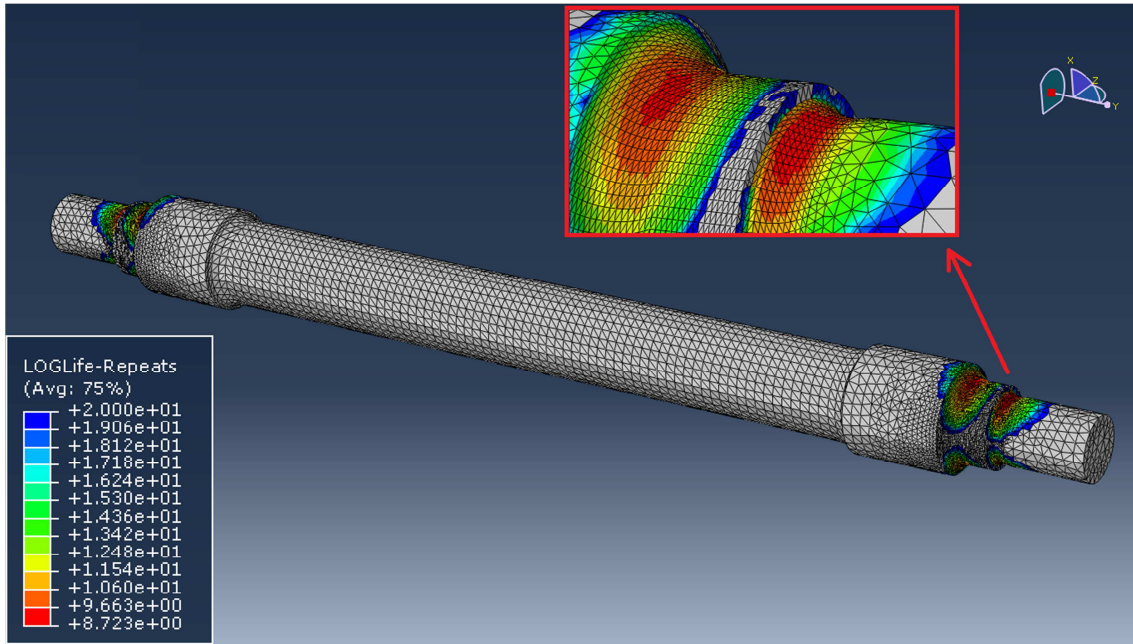


Fig.8.21. Vida a fatiga para la Sección A

El número de ciclos para esta sección es de  $N_{fA} = 10^{8.723}$  ciclos, en este caso, coinciden con el máximo número de ciclos que aguanta el eje.

#### -Sección B

En este caso la vida de esta sección es  $N_{fB} = 10^{10.89}$  ciclos, con el factor de reducción de resistencia a fatiga de  $K_{rfB} = 1.246$ .

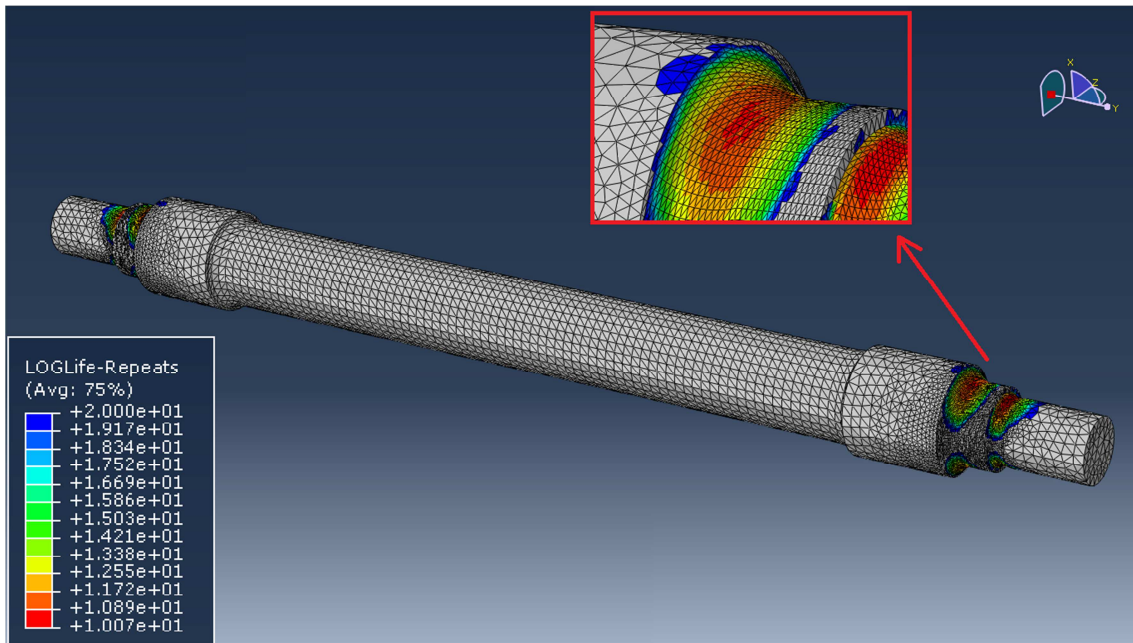


Fig.8.22. Vida a fatiga para la Sección B

Como se observa, el número de ciclos de la Sección B no coincide con el número máximo de ciclos que aguanta el eje.

### -Sección C

Por último se realiza el análisis de la Sección C con su correspondiente factor de reducción de la resistencia a fatiga, que en este caso es  $K_{rfC} = 1.541$

La vida a fatiga para esta sección es de  $N_{fA} = 10^{20}$  ciclos, como podemos ver en la siguiente figura.

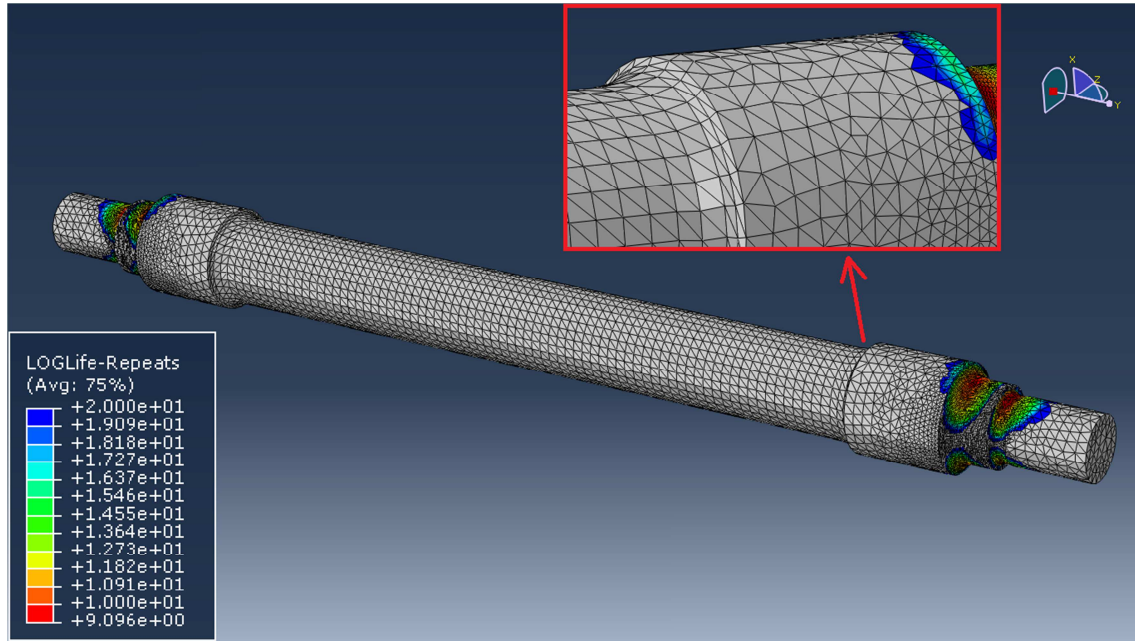


Fig.8.23. Vida a fatiga para la Sección C

### 8.5.2.- Sección crítica

Después de haber realizado los tres análisis, se llega a la conclusión de que la sección crítica es la *Sección A*, con una vida menor de  $N_{fA} = 10^{8.723}$  ciclos.

Los resultados obtenidos se esperaban, pero aun así, es necesario realizar el análisis en todas las secciones para asegurar la confianza en los datos obtenidos.

A continuación se hace un análisis del factor de seguridad del eje. El valor que interesa en este análisis es el menor factor de seguridad, ya que, este valor será indicativo de si se ha alcanzado la vida deseada.

El factor de seguridad del eje, con las cargas aplicadas y considerando una vida deseada de  $10^7$  ciclos, es el que se muestra en la siguiente figura.

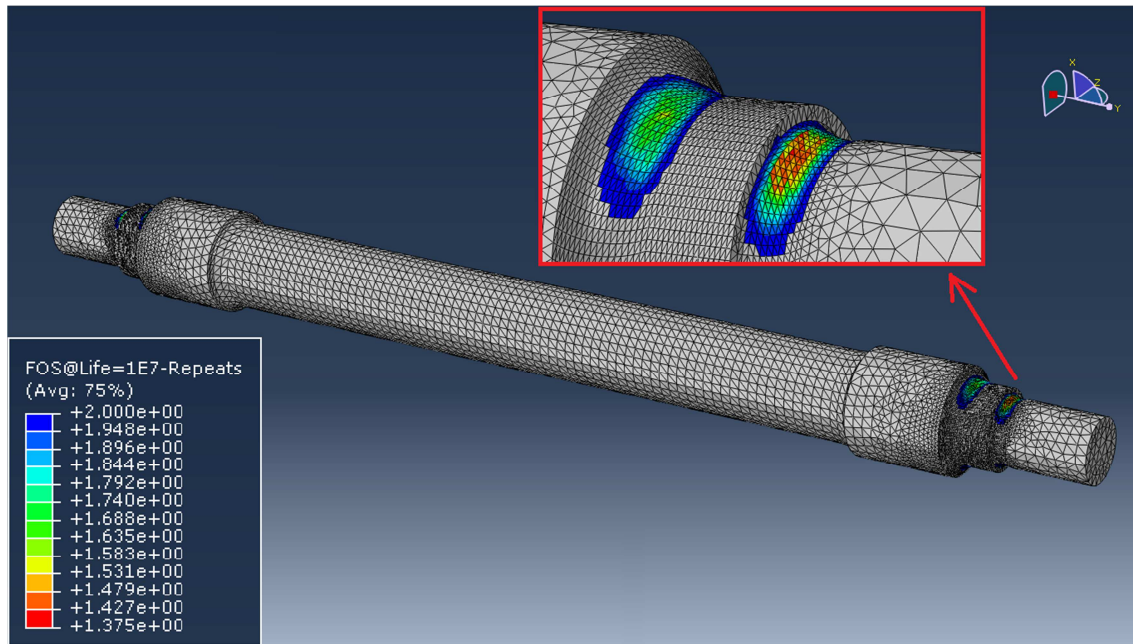


Fig.8.24. Factor de seguridad del “Eje ferroviario”

Como se observa, el factor de seguridad resulta ser mayor que la unidad y de valor:  $n=1.375$ .

## 8.6.- RESULTADOS

Los resultados del análisis de esfuerzos demuestran que la sección más tensionada es la Sección A. El valor de este resultado ha sido 70,13 MPa, que queda muy lejos del límite elástico en tracción del material utilizado para el “Eje ferroviario” (Acero A1N) y cuyo valor es 395 MPa, esto significa que bajo la carga supuesta en el problema, el eje no sufrirá deformaciones plásticas, y una vez retirada la carga recuperaría su forma original.

Con los valores que hemos obtenidos en el análisis de esfuerzo y con los valores de los parámetros de fatiga se ha llegado a un resultado para la vida a fatiga del eje ferroviario. Como se puede observar, la sección crítica para el análisis de fatiga, coincide con la sección más tensionada.

Los resultados de la vida a fatiga obtenida para esta sección crítica, han resultado ser, como se detalló en apartados anteriores de:

$$N_{fA} = 10^{8.723} = 528445251 \text{ ciclos}$$

Como vemos, la vida obtenida es superior a  $10^7$  ciclos, que es la vida que debe soportar el eje según la norma EN-13261 para que no aparezca fisura, aunque con la simulación realizada no podemos determinar si ha aparecido fisura, al ser la vida bastante superior, el resultado se puede dar como bueno.

Para especificar en el análisis, convertimos el número de ciclos a una medida más útil, para ello habrá que determinar parámetros y características de los trenes en los que se montan un eje con estas características.

-Frecuencia: Para determinar la frecuencia con la que gira el eje, tomamos valores típicos de velocidad y diámetro de rueda de un tren de mercancías.

$$v = 100 \text{ km/h} = 27,78 \text{ m/s}$$

$$D = 920 \text{ mm} = 0,92 \text{ m}$$

Con estos valores determinamos la velocidad angular con la que gira la rueda y posteriormente la frecuencia.

$$w = \frac{v}{r} = \frac{27,78}{0,46} = 60,38 \text{ rad/s}$$

$$f = \frac{w}{2\pi} = \frac{60,38}{2\pi} = 9,61 \text{ s}^{-1}$$

-Días: Considerando que el tren está en funcionamiento 12 horas todos los días:

$$N_{dias} = \frac{N_f}{f} = 1273 \text{ días}$$

Se puede comparar estos resultados con los períodos de inspección típicos de la industria ferroviaria. Se muestran en la siguiente Tabla.8.6.

| Intervalo de inspección |      |            |
|-------------------------|------|------------|
| Km                      | Días | $N_{dias}$ |
| 125000                  | 138  | ✓          |
| 250000                  | 277  | ✓          |
| 500000                  | 555  | ✓          |
| 750000                  | 833  | ✓          |

Tabla 8.6 Intervalos inspección “Eje ferroviario”

Como observamos el eje pasaría sin problemas los cuatro primeros intervalos de inspección.

Además, es necesario indicar que en este análisis no se han tenido en cuenta los tratamientos superficiales que se aplican al eje ferroviario antes de su puesta a punto, como son los tratamientos típicamente utilizados en la industria ferroviaria:

- Recubrimientos con molibdeno: Capas muy duras de alta resistencia al desgaste por fricción, que protegen contra los surcos producidos por ralladura cuando se desajustan y reajustan las ruedas.
- Tratamientos térmicos: De endurecimiento por llama, que produce un endurecimiento de la capa superficial por la conversión de la microestructura como resultado del calentamiento parcial seguido de un enfriamiento rápido.
- Tratamientos químico-térmicos: Como por ejemplo, la inserción de endurecedores, nitruración y nitrodescarburación. Estos métodos producen que la composición química de la capa superficial se vea modificada.

Por esta razón se consideran los resultados como un análisis de seguridad, ya que la vida a fatiga se corresponderá con la de un eje con tratamientos posteriores de endurecimiento, que evidentemente aumentarían el número de ciclos obtenidos.



## Capítulo 9.

# VARIANTE DEL PROBLEMA

9.1.- INTRODUCCIÓN.

9.2.- REDISEÑO A “*EJE FERROVIARIO 2*”

9.3.- ANÁLISIS DE ESFUERZOS CON ABAQUS.

9.4.- ANÁLISIS A FATIGA CON FE-SAFE.

9.5.- RESULTADOS.

## 9.1.- INTRODUCCIÓN.

Tras haber realizado el análisis sobre el eje ferroviario detallado en el plano del ANEXO A, se ha considerado la posibilidad de realizar un rediseño, para observar las variaciones en la simulación y en los resultados obtenidos.

De esta manera, se considera una variante del problema que modifica el estado de la *Sección A* que es la más crítica en el eje estudiado.

## 9.2.- REDISEÑO A “EJE FERROVIARIO 2”

El cambio principal consiste en aumentar hasta 23mm la dimensión que define la posición en el eje  $x$  del redondeo principal de esta sección. Con esta restricción y haciendo que los dos arcos que forman los dos redondeos sean tangentes, resulta un redondeo pequeño de 11.4mm. Esta cota es muy importante ya que, por una parte, redondeos mayores en la geometría tienden a reducir tensiones, y por otra, este radio determina el factor de reducción de la resistencia a la fatiga disminuyéndolo en este caso, lo que aumentará la vida a fatiga.

Con estas modificaciones, la sección del “Eje ferroviario 2” se muestran en la siguiente Fig.9.1.

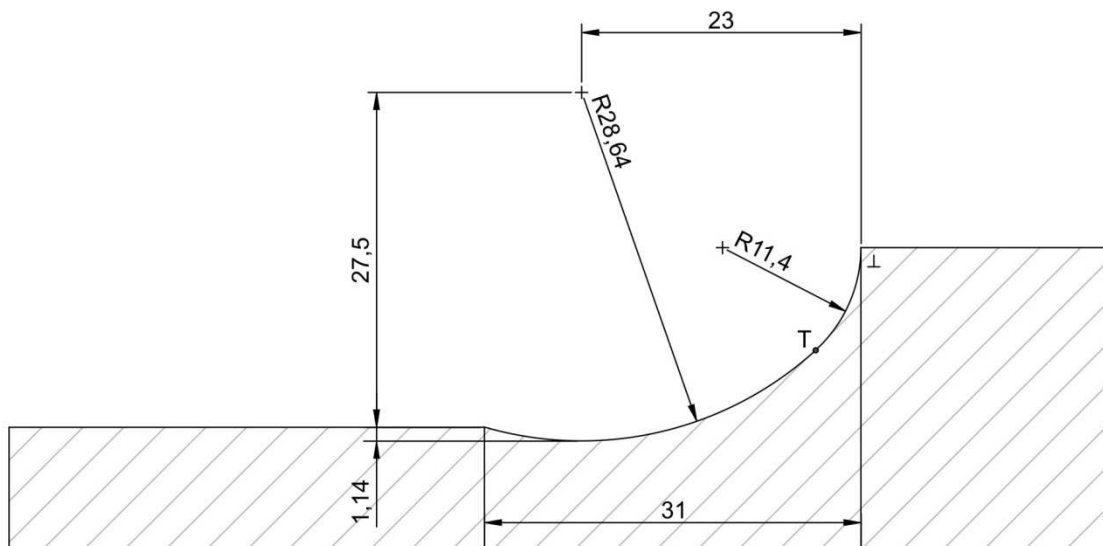
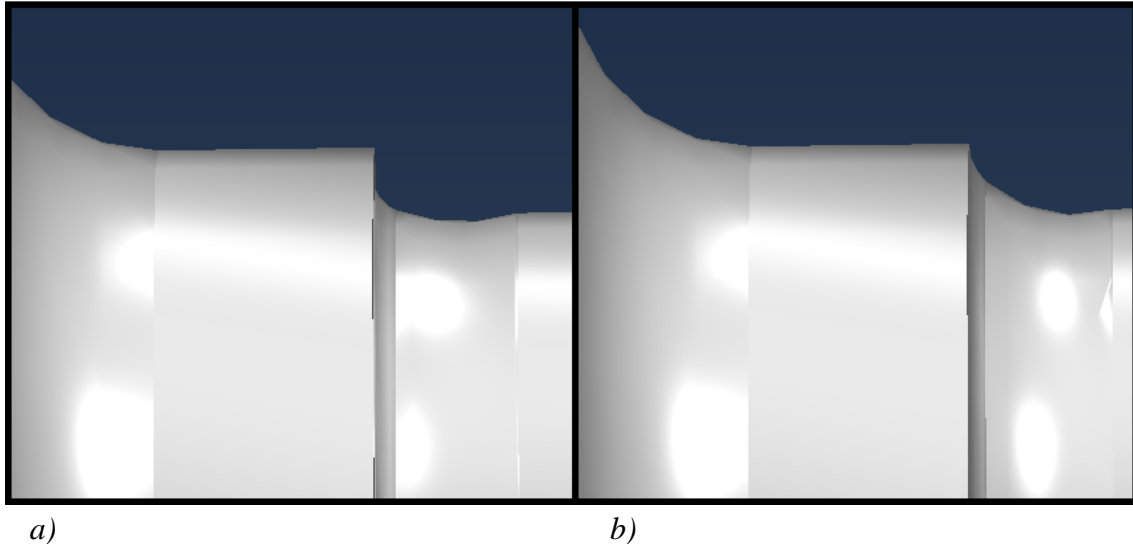


Fig.9.1. Detalle acotado de la Sección A en “Eje ferroviario 2”



Como se observa en la Fig.9.1, se ha decidido mantener la dimensión 1.14 para que se observe mejor como, con pequeños cambios en la geometría se puede aumentar considerablemente la vida.

A continuación se muestra este pequeño cambio en comparación con el problema del “Eje ferroviario” y, como se puede ver, tan solo se suaviza un poco más la geometría.



*Fig.9.2. Detalle del cambio de la geometría en la Sección A. a) "Eje ferroviario", b) "Eje ferroviario 2"*

### **9.3.- ANÁLISIS DE ESFUERZOS CON ABAQUS.**

#### **9.3.1.- Tensión**

El análisis de esfuerzos en este problema es exactamente igual que el realizado en el Apartado 8.4 para el “Eje ferroviario”, por lo que al ser los mismos los pasos a seguir estos no se explicarán detalladamente. Tan solo hará una pequeña modificación en la *Sección A*, se tendrán en cuenta las mismas restricciones y cargas para poder así comparar únicamente la influencia de la geometría. Además, se malla el modelo con la misma malla anteriormente elegida.

Como se puede entender, la distribución de tensiones es prácticamente igual a la del problema anterior, a continuación se muestran los resultados obtenidos en la Fig9.3.

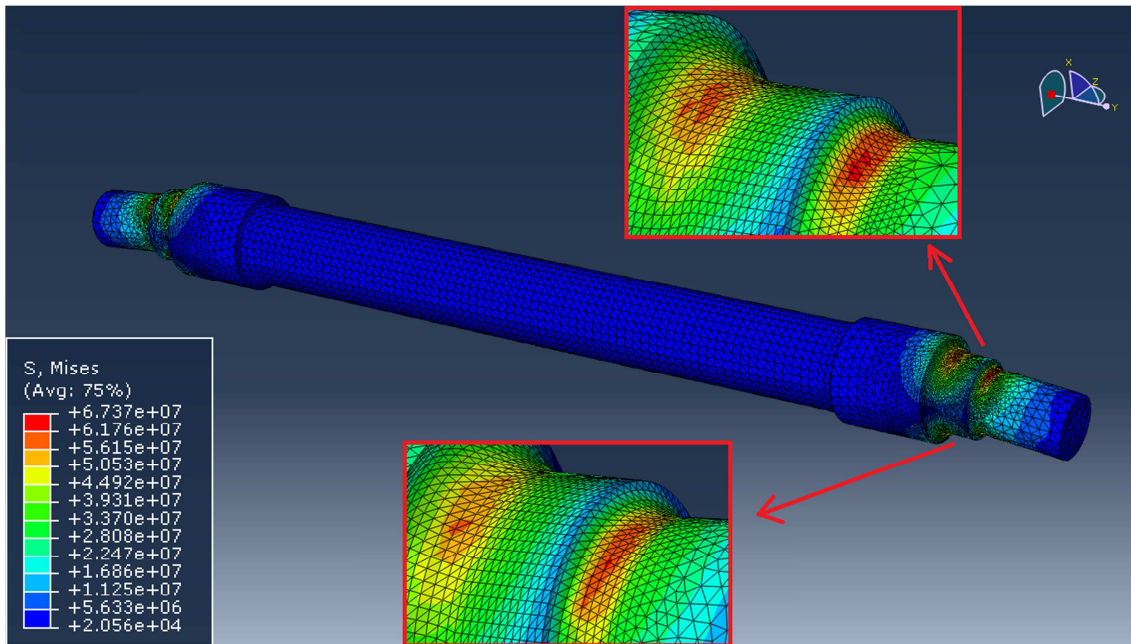
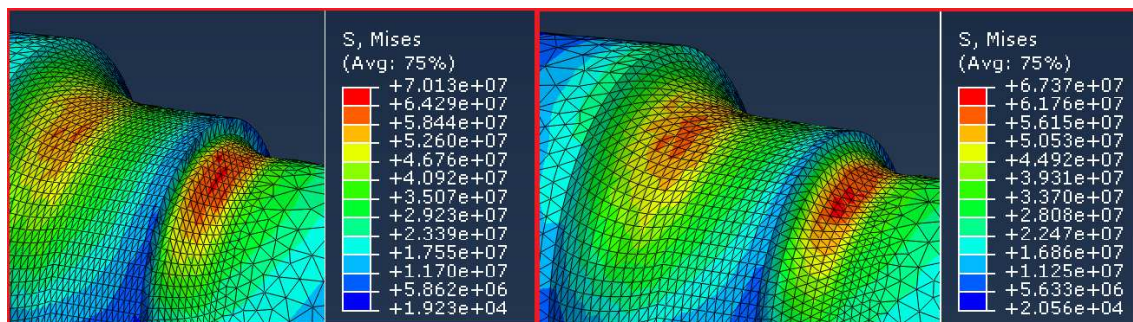


Fig.9.3. Distribución de tensiones del "Eje ferroviario 2"

Si hacemos una comparación entre ambos análisis, la tensión máxima del eje ha disminuido de 70,13 MPa a 67,37 MPa. Se puede ver esta diferencia en detalle en la siguiente figura.



a) "Eje ferroviario"

b) "Eje ferroviario 2"

Fig.9.4. Detalle de la distribución de tensiones en la Sección A. a) "Eje ferroviario" y b) "Eje ferroviario 2"

En lo que se refiera a la tensión no es una gran variación, pero en el análisis a fatiga que se mostrará a continuación se verá cómo influye el cambio realizado en esta sección para la vida a fatiga.

## 9.4.- ANÁLISIS A FATIGA CON FE-SAFE.

### 9.4.1.-Cálculo del factor de concentración de tensiones

En este caso, las *Secciones B y C*, que se analizaron el Apartados 8.5.1, no han sufrido ningún cambio geométrico, con lo que los valores calculados en esos apartados son válidos para este análisis. Debido a esto, una vez calculada la nueva vida de la Sección A, se analizará otra vez cuál es la sección crítica del “Eje empotrado 2”.

En lo que corresponde a la *Sección A*, es necesario hacer un pequeño cambio en el análisis respecto a lo explicado en anteriores apartados.

Como se ha comentado en el Apartado 9.2, al variar la geometría de la zona crítica de diseño, se ha variado el radio de acuerdo en el cambio de sección que se está analizando. Este cambio en el radio de acuerdo influye en el factor de reducción de la resistencia a fatiga, por lo tanto es necesario recalcularlo:

-*Sección A*:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{D}{d} = \frac{160}{130} = 1.231 \\ \frac{r}{d} = \frac{11.4}{130} = 0.088 \end{array} \right| K'_{tA} = 1.68$$

A continuación, se calcula el factor de sensibilidad a las ranuras ( $q$ ), entrando en la Fig.7.4 con los valores de la tensión última a tracción y el radio de las ranuras.

$$S_{ut} = 600 \text{ Mpa}$$

$$q'_A = 0.82$$

$$r'_A = 11.4$$

Con esto datos, se calcula el factor de la resistencia en caso de fatiga ( $\mathfrak{R}_f$ ) para las tres secciones:

$$\mathfrak{R}_f = q \cdot (K_t - 1) + 1$$

$$\mathfrak{R}'_{fA} = 1.558$$

Finalmente, se calcula el factor de concentración de tensiones ( $K_e$ ), como la función inversa de  $\mathfrak{R}_f$  :

$$K'_{rfA} = 1.558$$

Con este nuevo valor, el análisis se realizará igual que en apartados anteriores. Como ocurrió con la distribución de las tensiones el aspecto general de la distribución logarítmica de vida a fatiga es muy similar al del “Eje ferroviario”. En la Fig.9.5 se ven los resultados.

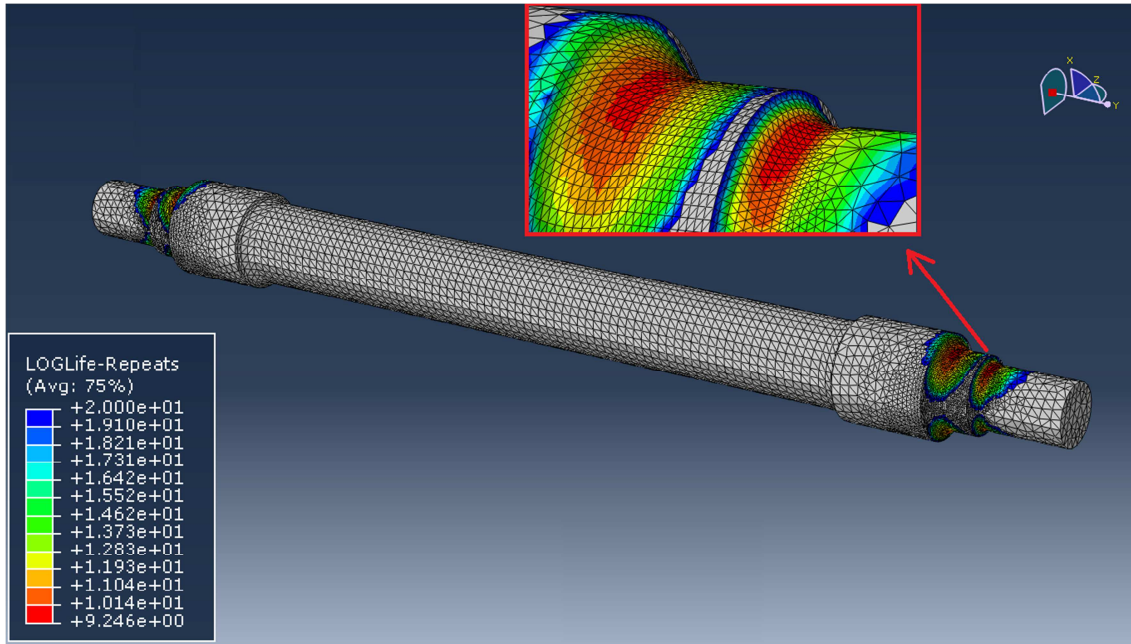
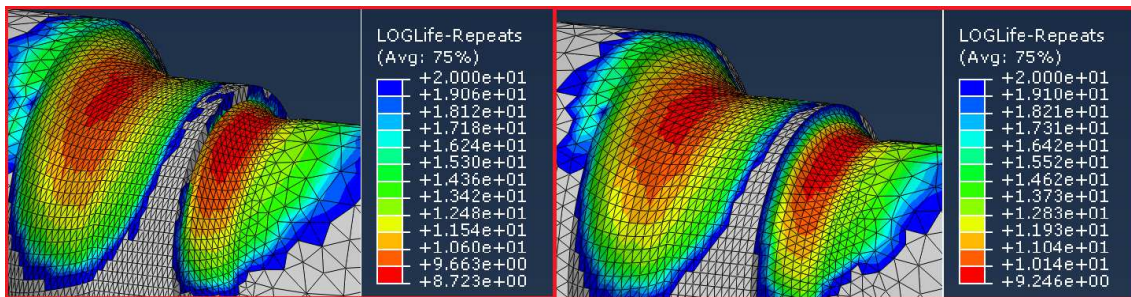


Fig.9.5. Distribución de vida a fatiga “Eje ferroviario 2”

Comparando con los resultados que obtuvimos en el anterior análisis, se ve que la vida pasa de  $N_{fA} = 10^{8.723}$  ciclos a  $N_{fA} = 10^{9.246}$  ciclos;



a) “Eje ferroviario”

b) “Eje ferroviario 2”

Fig.9.6. Detalle de la vida a fatiga en la Sección A. a) “Eje ferroviario” y b) “Eje ferroviario 2”

## 9.5.- RESULTADOS

Al igual que se hiciera para el problema del “Eje ferroviario”, es más intuitivo pasar la vida de ciclos a días y así ver la respuesta del nuevo eje modificado en los intervalos de inspección.

$$N_{fA} = 10^{9.246} = 4244 \text{ días}$$

Como se puede comprobar es una gran mejora conseguida con un mínimo cambio en el rediseño.



En términos de intervalos de inspección, el “Eje ferroviario 2”, superaría todos los intervalos de inspección de manera muy amplia.

| Intervalo de inspección |      |            |
|-------------------------|------|------------|
| Km                      | Días | $N_{días}$ |
| 125000                  | 138  | ✓          |
| 250000                  | 277  | ✓          |
| 500000                  | 555  | ✓          |
| 750000                  | 833  | ✓          |

Tabla 9.1 Intervalos inspección “Eje ferroviario 2”

Finalmente se muestra el nuevo factor de seguridad que resulta tener un valor de  $n=1.422$ , y que ha aumentado un 3,4% con respecto al anterior, mostrado en el Apartado 8.5.2. Este incremento es muy importante, sobre todo a la hora de hablar de seguridad.

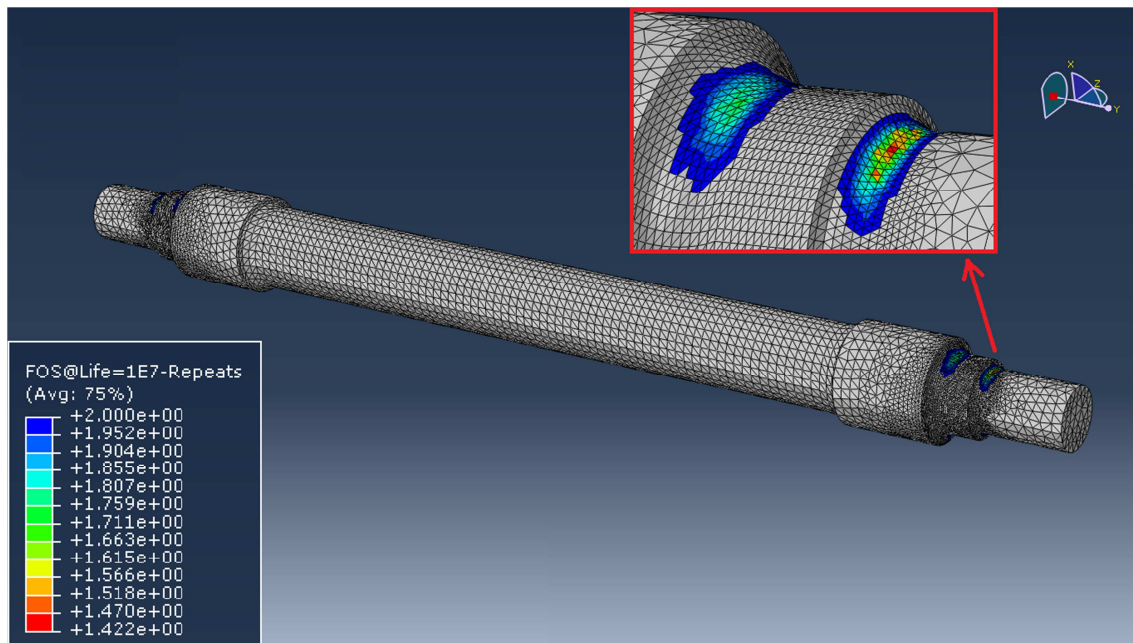


Fig.9.7. Factor de seguridad del “Eje ferroviario 2”

En conclusión, la vida a fatiga y la calidad del eje aumentan con un pequeño rediseño de la que resultó ser la sección más crítica.



## Capítulo 10.

# ESTUDIO DE GRIETAS ESTACIONARIAS EN ABAQUS

10.1.- INTRODUCCIÓN.

10.2.- LIMITACIONES FRENTE AL ESTUDIO DEL “*EJE FERROVIARIO*”

10.3.- DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.

10.4.- CONCEPTOS BÁSICOS PARA EL MODELADO EN XFEM.

10.5.- ESTRATEGIA DE MALLADO.

10.6.- MODELIZACIÓN DEL PROBLEMA CON ABAQUS.

10.7.- APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE MALLADO.

10.8.- RESULTADOS.

### 10.1.- INTRODUCCIÓN

---

En el Capítulo 3 se explicó en qué consistía el método de elementos finitos extendidos (XFEM), en éste se pretende entender el potencial del modelado de grietas usando la herramienta XFEM en Abaqus, así como proponer una estrategia para el estudio del Factor de Intensidad de Tensiones (FIT) en ejes cilíndricos.

### 10.2.- LIMITACIONES FRENTE AL ESTUDIO DEL “EJE FERROVIARIO”

---

Ante la imposibilidad de realizar particiones y mallar con el tipo (elementos de hexaedro por elementos de tetraedro) y cantidad (debido al coste computacional) de elementos que permita resolver el análisis de la grieta en el problema del “Eje ferroviario”, se modela un cilindro que simule lo más fielmente posible, con las herramientas de las que se dispone, las condiciones tanto de diseño como de carga que se dan en el extremo del problema del “Eje ferroviario”.

En primer lugar se indica que el análisis se ha realizado tan solo con grietas estacionarias preexistentes debido a la complejidad del cálculo y de medida de las grietas en crecimiento. La exclusión en el estudio de la propagación de la grieta en este análisis también se ha visto motivada por la ausencia de funciones especiales para captar las singularidades que ocurren en la punta (3) (funciones de enriquecimiento en el extremo de la fisura) para la propagación de grietas en Abaqus.

Por simplicidad se considera tan solo el Modo I de carga, es decir, se estudiará el factor de intensidad de tensiones  $K_I$ .

Como no se disponen de datos para verificar los resultados de las simulaciones en cilindros, se ha mallado la pieza con diferentes precisiones y se comparan los resultados para asegurarnos que éstos convergen, hallando además los errores que conllevan mallar con mayor o menor precisión.

En el caso que se estudia se han utilizado, para el estudio del factor de intensidad de tensiones en el Modo I, elementos hexaédricos de integración completa para los análisis de referencia y elementos hexaédricos de integración reducida para los siguientes análisis, ya que ha sido imposible llegar a una solución convergente con elementos tetraédricos.

Un modelo de material elástico lineal se ha utilizado a lo largo de las simulaciones de la grieta. Por lo tanto el trabajo sólo se ha llevado a cabo teniendo en cuenta la Mecánica de fractura elástica lineal (LEFM, Linear-Elastic Fracture Mechanics).



### 10.3.- DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Como se ha manifestado en el anterior apartado, el cilindro de estudio será un modelo que se aproxime lo más posible al problema del “*Eje ferroviario*”, de forma que la estrategia seguida para el mallado de lugar a unos resultados convergentes en lo que al estudio del FIT se refiere.

#### 10.3.1.- Geometría del eje

Así, el cilindro de estudio será un cilindro básico con dimensiones similares a las del “*Eje ferroviario*” conservándose además las mismas restricciones y cargas. En la Fig.10.1 se compara el “*Eje cilíndrico*” con la parte del “*Eje ferroviario*” que se ha podido estudiar identificándose además las partes del eje.

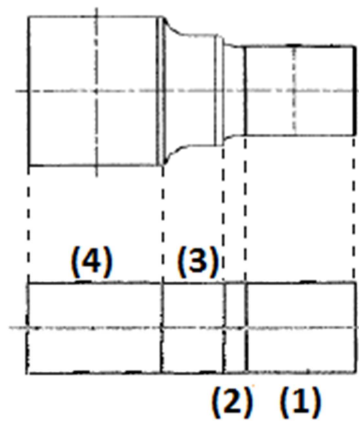
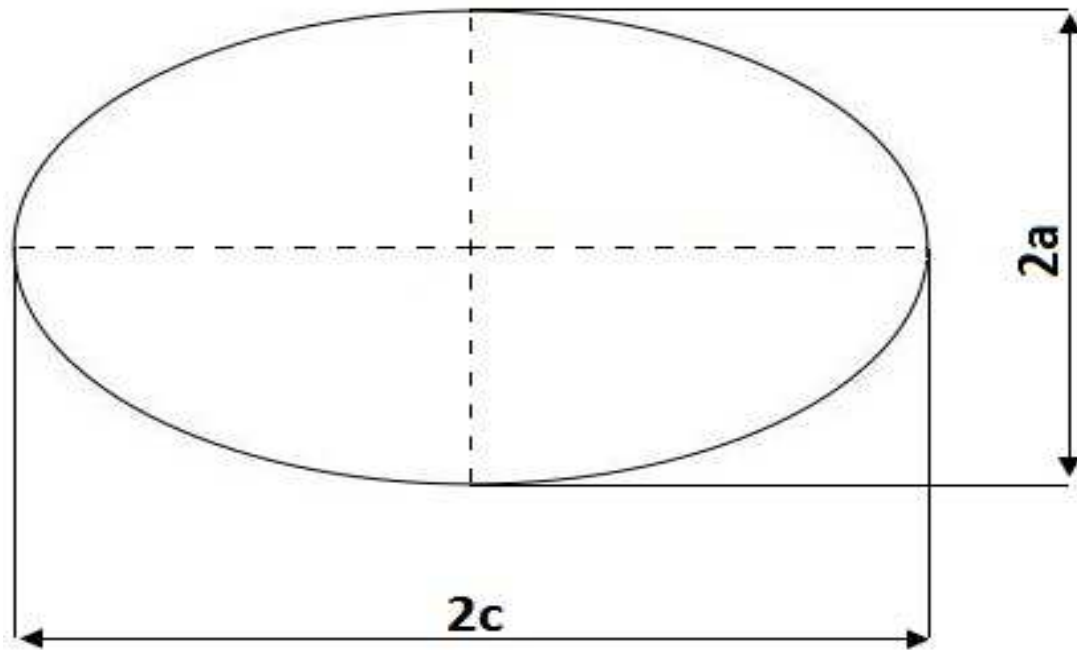


Fig.10.1. Comparación entre “*Eje ferroviario*” y “*Eje cilíndrico*”

En la Fig.10.1 se identifican también las partes del “*Eje cilíndrico*”, estas partes son:

- 1) Parte expuesta a las cargas.
- 2) Parte donde se posiciona la grieta.
- 3) Parte previa a restricciones.
- 4) Parte sujeta a restricciones.

Las dimensiones de la grieta elíptica sometida a estudio son las que se detallan a continuación.



*Fig.10.2. Dimensiones grieta elíptica*

Siendo;

- $2c$  = Ancho de la grieta = 0,02 m
- $2a$  = Profundidad de la grieta = 0,01 m

Cabe destacar que de la grieta elíptica expuesta tan solo se somete a estudio la semielipse inferior ya que la parte superior quedará fuera del eje estudiado.

### **10.3.2.- Definición del material**

El material utilizado será el mismo que el utilizado para el “Eje ferroviario”, por lo tanto estas propiedades serán:

- Densidad =  $7820 \text{ Kg/m}^3$
- Coeficiente de Poisson = 0,3
- Resistencia ultima a tracción = 600 MPa
- Límite elástico = 395 MPa
- Módulo de Young = 210 GPa

## 10.4.- CONCEPTOS BÁSICOS PARA EL MODELADO EN XFEM

En este apartado se explica la estrategia seguida para sacar satisfactoriamente los FIT en el “Eje cilíndrico” y en posteriores apartados se explicará cómo hay que proceder para implementar dicha estrategia en Abaqus.

Para realizar un análisis de grieta estacionaria en Abaqus se necesita seguir unos pasos; la grieta debe ser definida, el dominio de la grieta debe ser elegido, el radio de enriquecimiento definido y los datos de salida de interés especificados. Los pasos son explicados en detalle de acuerdo con Abaqus 6.11 Online Documentation (3).

La grieta se crea como una superficie de concha (*Shell surface*) y se posiciona donde interese. Abaqus automáticamente encuentra la posición de la grieta en el modelo solido usando el *Level set method*. El *Level set method* de una función real es el conjunto de todos los puntos en los que la función alcanza un valor determinado. Por ejemplo, el valor cero del *Level set* de la función  $f(x, y) = x^2 + y^2 - r^2$  es un círculo de radio  $r$  centrado en el origen.

El *Level set method* define la grieta utilizando isoplanos;  $\phi$  define la cara de la grieta y  $\psi$  define el frente de la grieta y es ortogonal a  $\phi$ . El isoplano  $\phi$  recibe el nombre de PHILSM en Abaqus y tiene que ser seleccionado en las opciones de salida (*Field output requests*) para poder visualizar la apertura de la grieta en el post-proceso. A modo de ejemplo en la Fig.10.3 se expone los pasos que realiza Abaqus para calcular la posición de la grieta en el modelo.

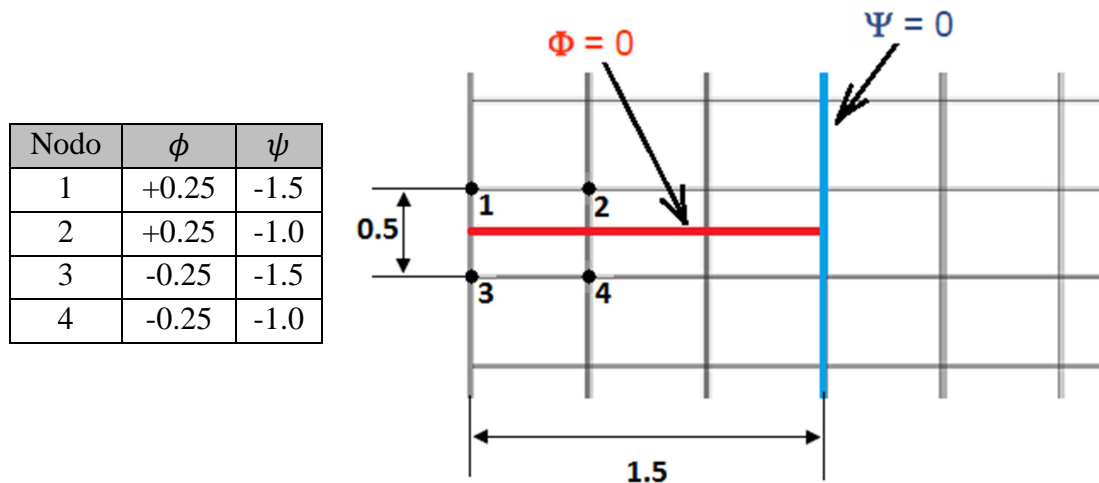


Fig.10.3. Level set method

El *dominio de la grieta* define donde las características de enriquecimiento se pueden añadir a la aproximación por elementos finitos, es decir la región en la que una grieta se puede describir con XFEM. Este es especificado manualmente y para grietas estacionarias el análisis de grietas debe contener una grieta existente.

El *radio de enriquecimiento* es el radio de la punta de la grieta y define en cuales nodos de un elemento se añade la función de punta de grieta. Este radio puede ser elegido manualmente o Abaqus calcula el radio como tres veces la longitud característica de un elemento. La longitud característica es la longitud de la línea que atraviesa un elemento. En el presente trabajo el radio de enriquecimiento es calculado por Abaqus automáticamente en todos los modelos presentados en la evaluación de la grieta estacionaria.

El último paso es especificar el *número de contornos* que son incluidos en el dominio del contorno para el cálculo de los FIT. Este parámetro controla el número de anillos de elementos alrededor de la punta de la grieta que construye el dominio del contorno para el cálculo del contorno integral (capítulo 3, apdo.3.3). Este parámetro se especificará en el *History output Resquest*, como se expondrá más adelante.

El cálculo del contorno integral es el aspecto más importante en un análisis de grieta estacionaria, ya que da la medida para evaluar el tamaño crítico de la grieta. El factor de intensidad de tensiones en Abaqus es calculado a lo largo del frente de la grieta para un número finito de posiciones, que recibe el nombre de punto de evaluación del contorno integral. Estos puntos son elegidos automáticamente por Abaqus donde el frente de la grieta intersecta con los límites del elemento. En estos puntos, los FIT se calculan de acuerdo con el procedimiento del contorno integral definido en el capítulo 3 (Apartado 3.3). El dominio del contorno para el volumen integral se construye con los anillos de elementos alrededor de los elementos que contienen a la punta de la grieta, llamado elemento punta de la grieta. Los anillos de elementos rodean completamente al elemento punta de la grieta desde una cara de la grieta hasta la otra. Una descripción esquemática de los elementos de anillos en Abaqus se puede ver en la Fig.10.4, donde se muestra un corte en la malla perpendicular al frente de la grieta.

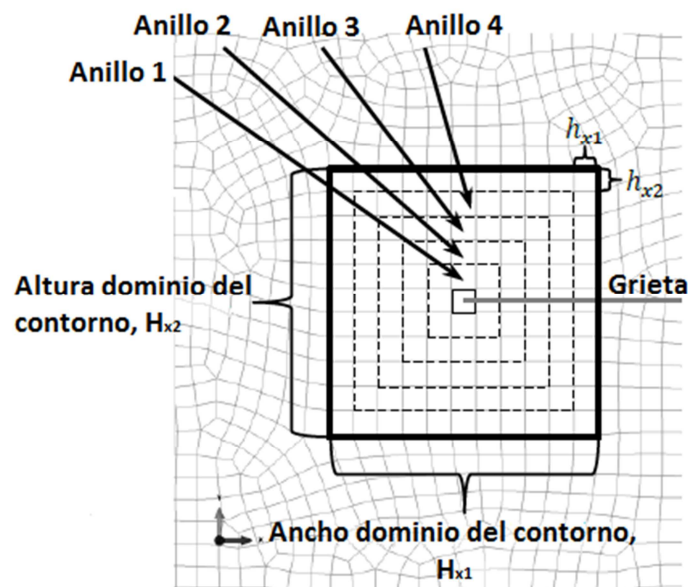


Fig.10.4 Dominio del contorno

Varios cálculos del contorno integral se realizan para cada punto de evaluación para todos los anillos de elementos especificados. El primer dominio parcial del contorno son los elementos que rodean el elemento que contiene la punta de la grieta. El siguiente dominio parcial del contorno contiene el primer dominio y el siguiente anillo de elementos conectados directamente al primer dominio del contorno. Cada dominio del contorno posterior se construye añadiendo el siguiente anillo de elementos al contorno del dominio anterior.

Si se eligiera el *número de contornos* como 5, el FIT primero se calcularía con el contorno del dominio de un elemento de anillos, luego dos anillos de elementos y así sucesivamente hasta cinco anillos de elementos. Así el tamaño del dominio total del contorno se determina por el número de anillos de elementos (es decir, *números de contornos*) que se incluyen en los cálculos de la integral de contorno.

Teóricamente, el cálculo de la integral de contorno es independiente del tamaño del dominio del contorno siempre y cuando las caras de la grieta sean paralelas. Pero a causa de la aproximación por elementos finitos, los FIT para diferentes anillos de elementos pueden variar y deben converger a medida que se incrementa el dominio. Por lo tanto, los primeros anillos de elementos se desechan en los análisis debido a su gran desviación.

---

### 10.5.- ESTRATEGIA DE MALLADO

---

En primer lugar, se trata de encontrar una estrategia para realizar las particiones en el eje que permitan mallar obteniendo resultados satisfactorios.

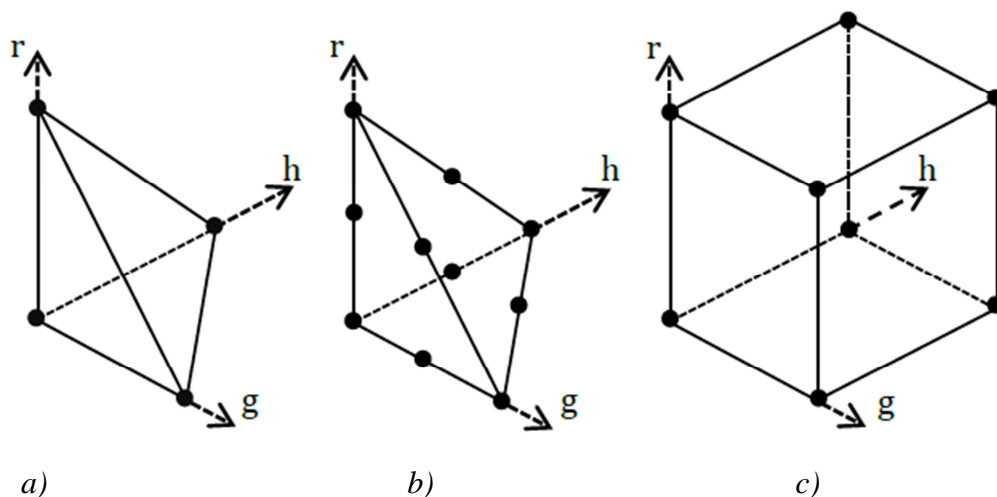
La evaluación de la grieta estacionaria consiste en dos partes principalmente, un análisis de convergencia y un análisis de referencia. En el análisis de convergencia el modelo de elementos finitos se investiga con varios tamaños de particiones alrededor de la punta de la grieta, además se trata de encontrar un tipo de partición a lo largo de la longitud del eje que nos permita obtener mallas estructuradas y con ello resultados convergentes. El análisis de referencia se basa en el mismo estudio anterior cambiando el tipo de precisión en los elementos de la malla y por consiguiente una mejora en los resultados.

Por lo tanto, dentro de las limitaciones determinadas en el módulo XFEM, se ha desarrollado una nueva estrategia para analizar grietas. Se ha establecido una propuesta para el análisis de la grieta estacionaria indicando las directrices a seguir. El aspecto más importante de este método es la precisión y flexibilidad que nos proporciona el módulo XFEM.

### **10.5.1.- Tipo de elementos**

Dos tipos diferentes de elementos 3D se pueden usar en Abaqus para la simulación en XFEM; Elementos tetraédricos y elementos hexaédricos, ambos se muestran en la figura 10.5. Los elementos tetraédricos están disponibles como primer (lineal) y segundo (cuadrático) orden, y los elementos hexaédricos están restringidos en primer orden para el modelo de XFEM.

Los elementos tetraédricos lineales utilizan un solo punto de integración para el cálculo de la rigidez y los elementos de segundo orden utilizan cuatro puntos para el cálculo de la matriz de rigidez. Los elementos hexaédricos con integración completa utilizan ocho puntos de integración y los elementos hexaédricos con integración reducida utilizan tan solo un punto de integración. Los elementos hexaédricos con integración completa de primer orden se designan como C3D8 y los elementos con integración reducida se designan como C3D8R en Abaqus. Los elementos de primer orden tetraédricos se denotan como C3D6 y los de segundo orden (integración completa) como C3D10.



*Fig.10.5. Elementos permisibles en XFEM. a) Tetraedro de primer orden, b) Tetraedro de segundo orden, c) Hexaedro de primer orden*

Como se dijo en el apartado 10.2 en el presente proyecto se estudia el problema con elementos hexaédricos debido a que no se ha llegado a unos resultados convergentes con elementos tetraédricos.

### **10.5.2.- Estudio técnica de mallado**

La geometría del modelo de Abaqus se puede dividir en diferentes secciones de varios tamaños, llamadas particiones. Estas particiones se usan para especificar propiedades individuales, principalmente tamaños de malla pero también propiedades de los materiales, cargas, condiciones de contorno, etc. Para controlar el refinamiento en las particiones el tamaño de la malla se especifica en la partición del eje.

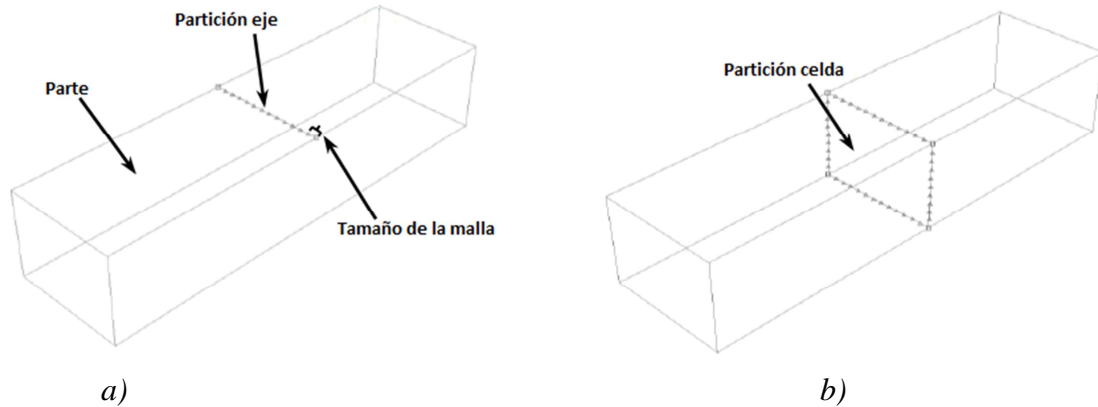


Fig.10.6. a) Parte con partición del eje y con tamaño de malla específica, b) Una parte dividida en dos con una partición.

Para el caso de estudio de grietas elípticas las particiones que se han realizado en el presente estudio para conseguir una estrategia de mallado se muestran en la Fig.10.7. Los parámetros que se pueden distinguir son;  $L$  longitud total,  $D$  diámetro del eje.

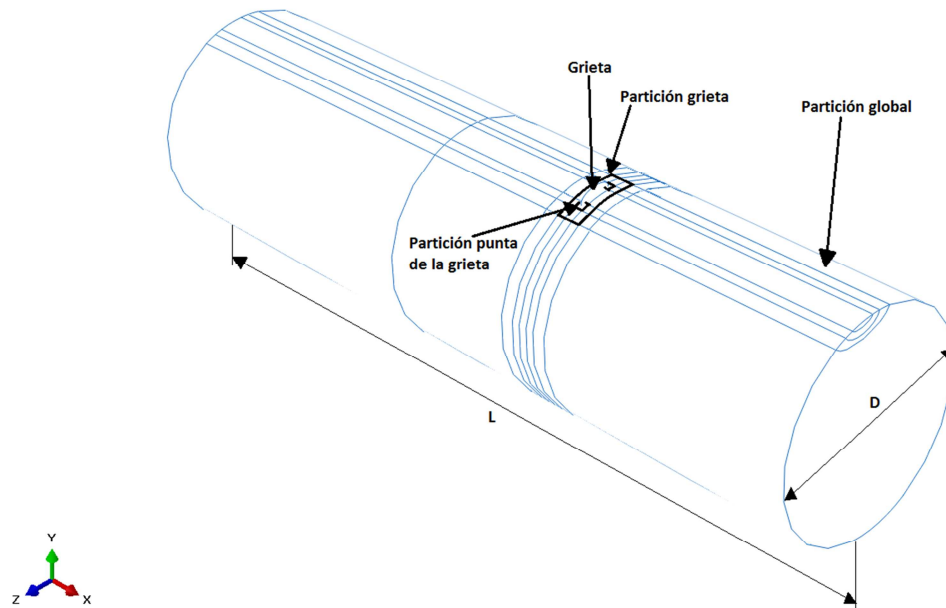


Fig.10.7. Análisis de las particiones

La partición en la grieta está definida con las dimensiones  $El_A$ ,  $El_C$  y  $El_{long}$  y el tamaño de la malla se define con las dimensiones  $el_{tang}$  y  $el_{long}$ .  $El_A$  y  $El_C$  son los radios del cilindro semielíptico mientras que  $El_{long}$  es la longitud de la partición de la grieta.  $el_{tang}$  es el tamaño de la malla a lo largo de la semielipse y  $el_{long}$  es el tamaño de la malla en la dirección de la longitud.



A continuación se muestra el mallado en la zona de partición de la grieta:

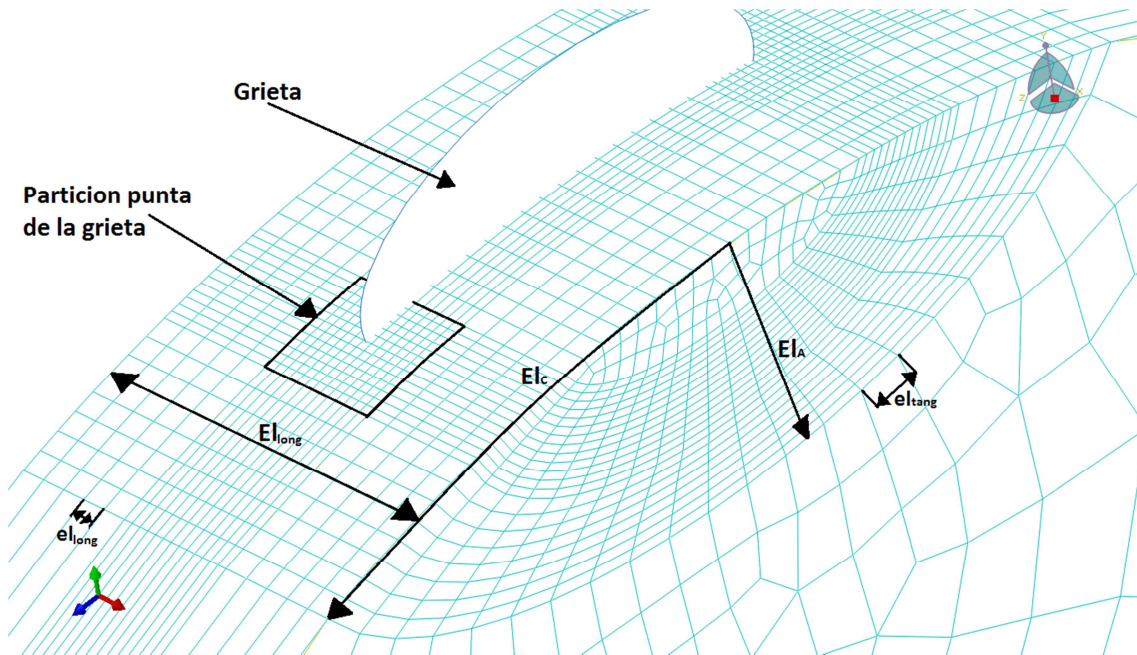


Fig.10.8. Mallado en zona de partición de la grieta

En la siguiente Fig.10.9 se representa la partición en la punta de la grieta y su tamaño de malla para una grieta semielíptica.

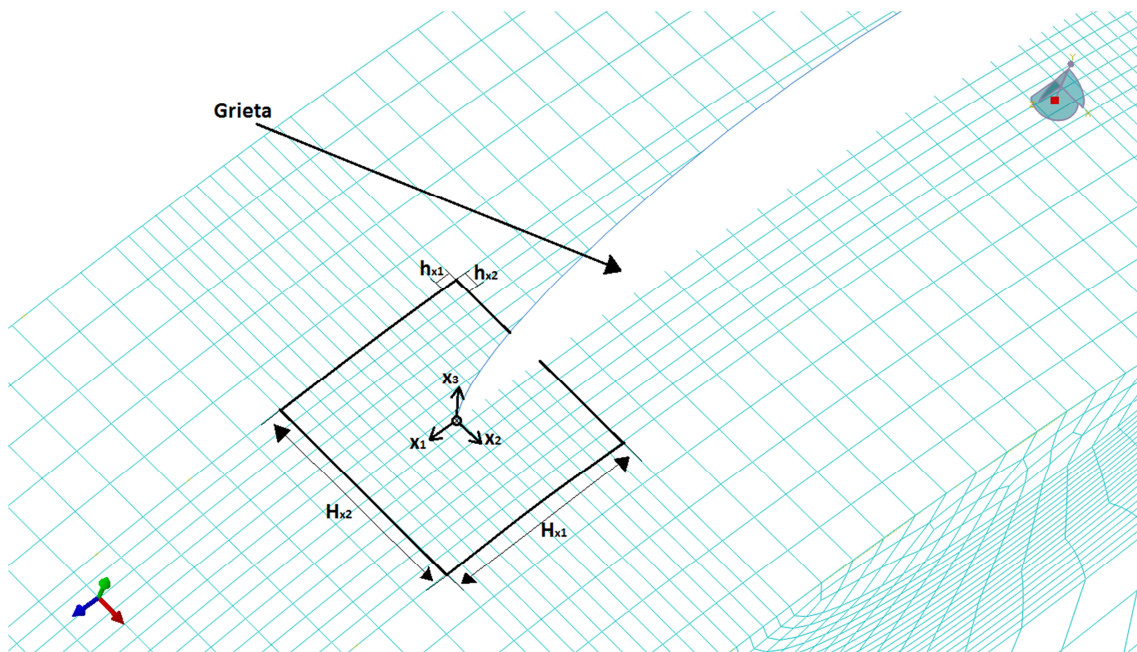


Fig.10.9. Mallado en zona de partición punta de la grieta.  $h_{x1}$ ,  $h_{x2}$



Para mostrar el último elemento que queda por definir de la malla se ilustra la Fig.10.10, en la que se puede observar cómo se define el tamaño en la malla  $h_{x3}$  en la dirección tangencial a  $x_3$ . El círculo interno de la partición de la punta de la grieta en la siguiente figura tiene un tamaño de malla ligeramente más pequeño que el círculo exterior, ya que tiene una longitud más corta. Así que el tamaño de la malla en la dirección tangencial se toma como el promedio del círculo interior y exterior.

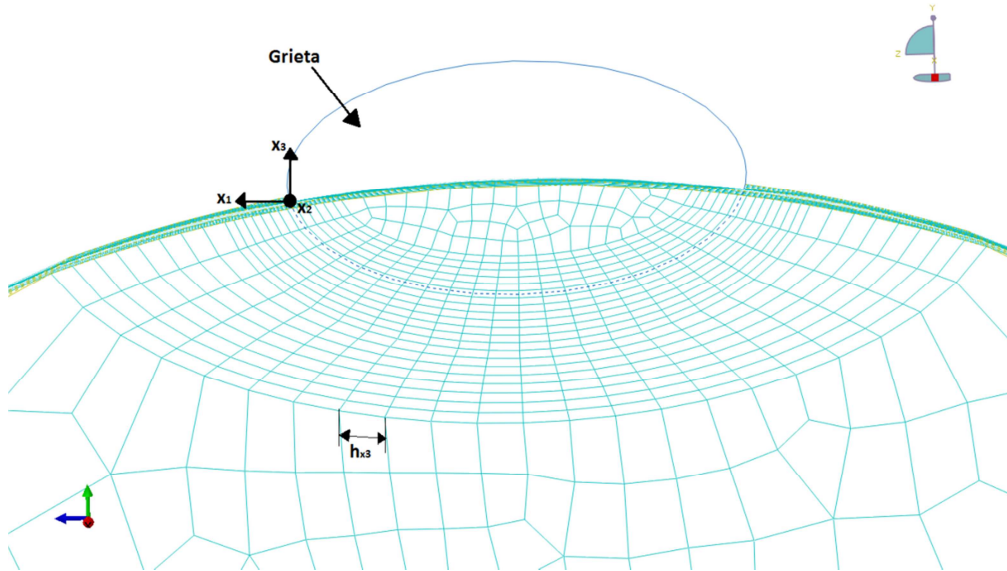


Fig.10.10. Mallado en zona de partición punta de la grieta.  $h_{x3}$

Por lo tanto, en la técnica de mallado el dominio del contorno se conforma alrededor del frente de la grieta (en la punta de la grieta) como se ve en la Fig10.9. El dominio del contorno viene de los elementos de anillos alrededor del anillo que contiene la punta de la grieta. El primer y segundo anillo se muestra en la Fig.10.11. El total del dominio del contorno ( $H_{x1}$ ,  $H_{x2}$ ) se podrá definir como la partición en la punta de la grieta al elegir el máximo número de anillos de elementos.

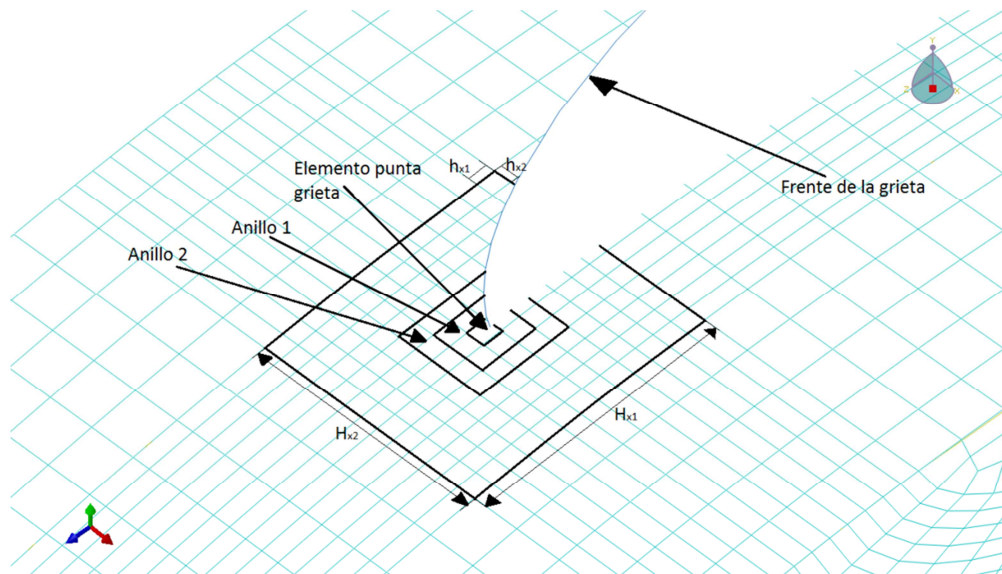
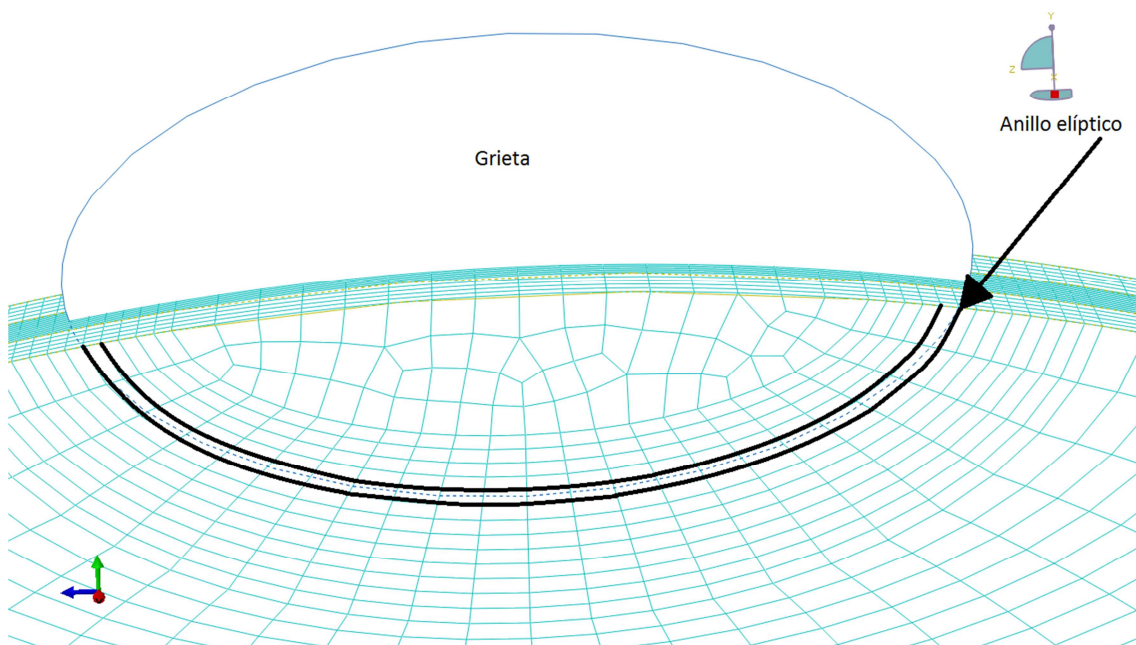


Fig.10.11. Dominio del contorno alrededor de la punta de la grieta

Tan solo se ha podido encontrar una estrategia de mallado para este tipo de grietas elípticas. Las condiciones que se han tenido que dar para que los resultados converjan son las siguientes:

- La proyección del frente de la grieta sobre la longitud del eje, no debe salirse de un anillo elíptico de la malla (Fig.10.12).
- El mallado en la zona del frente de la grieta debe ser estructurado (indispensable para que se cumpla la anterior condición).

No se ha conseguido obtener resultados satisfactorios sin cumplir cualquiera de las dos condiciones anteriores.



*Fig.10.12. Condición mallado*

### **10.5.3.- Procedimiento postproceso**

En este apartado se explica el procedimiento para la gestión de los resultados de las simulaciones. Los aspectos importantes a tratar aquí son la estimación de los valores de los FIT de los diferentes dominios en los puntos de evaluación y comprobar la convergencia de los análisis.

Con los análisis de grietas estacionarias los datos de salida se calculan en cada punto de evaluación a lo largo del frente de la grieta. Para cada punto de evaluación los FIT se dan para todos los números de los anillos de elementos incluidos en las integrales de contorno.

Para grietas elípticas es de interés la variación del FIT a lo largo de todo el frente de grieta, para ello la posición a lo largo del frente de la grieta se define con el ángulo  $\theta$ , que es calculado para un círculo con el mismo radio que el menor radio elíptico como se muestra en la Fig.10.13:

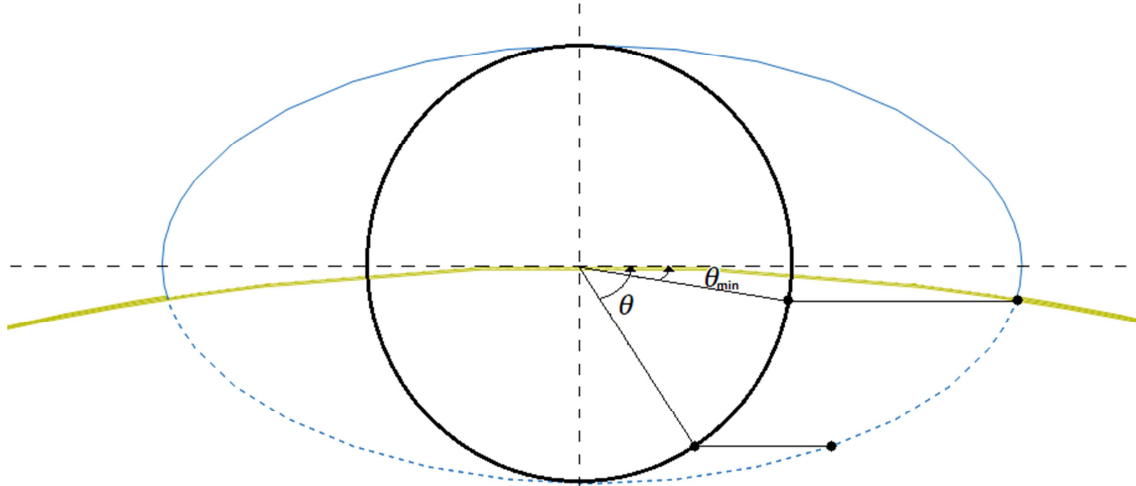


Fig.10.13. Ángulo  $\theta$  describiendo la posición a lo largo del frente de grieta

Para la grieta elíptica presentada en este proyecto los resultados se mostrarán en gráficas que representan el  $K_I$  (FIT en Modo I) respecto al frente de la grieta. Con motivo de la simetría en el caso de estudio, la evaluación se podría realizar en el intervalo de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , pero en este caso se representarán los resultados con el eje de simetría, así se comprobará que los resultados son prácticamente idénticos y que por lo tanto se podría haber representado en el anterior intervalo citado. En los resultados obtenidos, el número de puntos de evaluación y la posición de estos variará dependiendo de la malla y el error respecto de la malla de referencia se presentará en una gráfica con respecto al ángulo.

Para cada punto de evaluación se estiman los siguientes datos:

- $K_I$ , estimación del FIT en el Modo I.
- $s_{rel}$ , desviación estándar relativa del FIT con respecto a los anillos de elementos.
- $\epsilon_{rel}$ , error relativo del FIT con respecto a la solución de referencia.

La notación *anillo* especifica el número del elemento de anillo de cada cálculo del contorno integral siendo  $K_{I, \text{anillo}}$  el valor de  $K_I$  para el correspondiente cálculo de contorno integral. La estimación de  $K_I$  se realiza con  $K_{I, \text{anillo}}$  respecto al elemento de anillo de acuerdo con:

$$K_I = \frac{1}{N - n} \sum_{anillo=n+1}^N K_{I,anillo} \quad (10.1)$$

Siendo  $n$  el número de anillos excluidos y  $N$  el número total de anillos en el contorno integral. El valor del FIT se estima como el valor medio, donde los primeros anillos de elementos  $n$  que se desvían demasiado se excluyen manualmente. La razón para que el FIT se estime de esta manera es que la convergencia con respecto al número de anillos de elementos no es perfecta, sino más bien oscilante con variaciones numéricas.

La desviación estándar se calcula como:

$$s = \sqrt{\sum_{anillo=n+1}^N (K_{I,anillo} - K_I)^2} \quad (10.2)$$

Donde  $K_I$  es el valor estimado del FIT para cada punto de evaluación.

La desviación estándar relativa del FIT se calcula para evaluar hasta qué punto los datos de salida están oscilando y es por lo tanto una medida de la convergencia. La desviación estándar relativa se calcula de acuerdo con:

$$s_{rel} = \frac{s}{K_I} \quad (10.3)$$

Donde  $s$  es la desviación estándar de  $K_{I,anillo}$  para el intervalo de anillos de elementos elegido ( $anillo = [n+1, N]$ ).

El error relativo del FIT se calcula como:

$$\epsilon_{rel} = \frac{(K_I - K_{ref})}{K_{ref}} \quad (10.4)$$

Donde  $K_{ref}$  es la referencia con elementos de mayor precisión, en este caso elementos hexaédricos de integración completa, ya que como se dijo anteriormente se tomará como referencia los datos resultantes del análisis de integración completa.

Además la media relativa de la desviación estándar del FIT,  $(s_{rel})_{media}$  se calcula como:

$$(s_{rel})_{media} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_{rel,i} \quad (10.5)$$

Donde  $s_{rel,i}$  es la desviación estándar relativa del FIT en cada punto de evaluación y  $m$  es el número de puntos de evaluación entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .

Para permitir la comparación directa, se calculan los valores escalares relacionados con los errores:

- $|\epsilon|_{media}$ , media de la magnitud del error
- $\epsilon_{STD}$ , error de la desviación estándar

La media de la magnitud del error se calcula como el valor absoluto promedio del error en cada punto de evaluación del contorno entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .

$$|\epsilon|_{media} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |\epsilon_i| \quad (10.6)$$

La desviación estándar del error se calcula como la desviación estándar de los errores entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .

$$\epsilon_{STD} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\epsilon_i - \epsilon_{media})^2} \quad (10.7)$$

Donde  $\epsilon_{media}$  se coge como la media de todos los puntos de evaluación entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .

Tan solo queda por definir el método para obtener el ángulo en función de los puntos recogidos para el frente de la grieta. El ángulo se obtiene por lo tanto con la siguiente expresión, a partir de los datos recogidos para cada análisis:

$$\theta_i = \arctan \left[ \frac{\Delta Y}{\left(\frac{\Delta Z}{2}\right)} \right] \quad (10.8)$$

Siendo  $\Delta Y$  la distancia desde el centro de la elipse hasta cada punto de estudio en el eje Y, y  $\Delta Z$  la distancia desde el centro de la elipse hasta cada punto de estudio en el eje Z.

En el capítulo que se muestra a continuación se expone la forma de implementar el método XFEM en Abaqus y en el siguiente se muestran los resultados obtenidos de dichos análisis.

## 10.6.- MODELIZACIÓN DEL PROBLEMA CON ABAQUS.

### 10.6.1.- Resolución del problema con Abaqus

Se actúa siguiendo los mismos pasos que en los Capítulos 7 y 8, pero además habrá que incluir algunos pasos relativos a la creación de la grieta y a la implementación del método XFEM.

#### 10.6.1.1.- Modelización del perfil de revolución

Como en anteriores capítulos, se modeliza el eje cilíndrico, para ello se irá al *Part module* y en el *Model tree*, *Models* > *Model 1* > *Part* y se eligen las mismas opciones que en la Fig.7.7. En la Fig.10.14 se muestra el eje modelado, más tarde, en el ensamblaje, se harán particiones para que el eje tenga unas dimensiones aproximadas a la del “Eje ferroviario”.

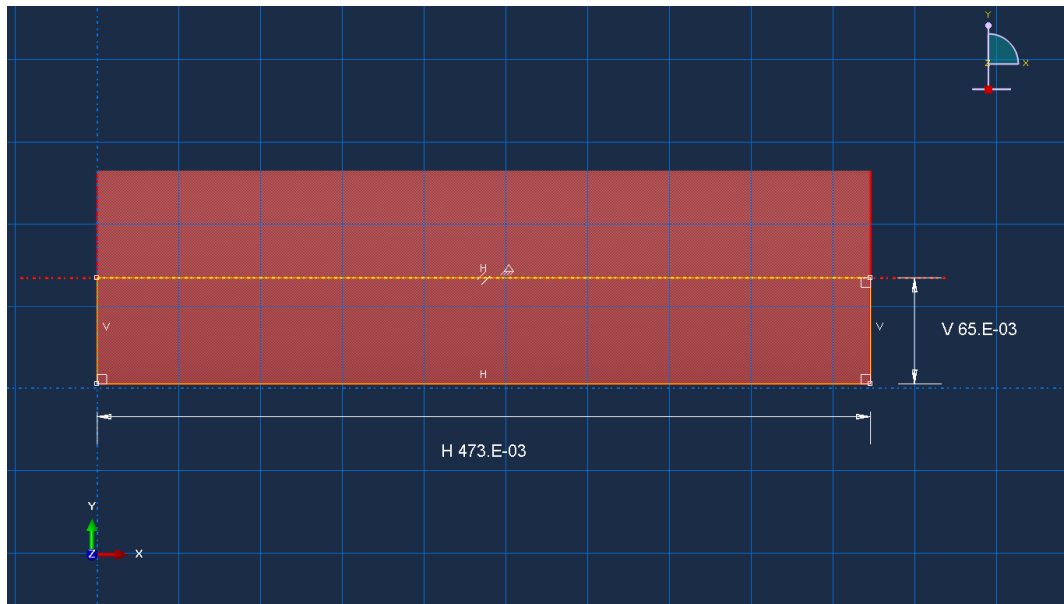


Fig.10.14. Perfil de revolución del “Eje cilíndrico”

#### 10.6.1.2.- Definición de las propiedades del material

Como se ha detallado en el Apartado 10.3, se va a considerar el mismo material que el del “Eje ferroviario”, es decir, un acero al carbono A1N. Por lo tanto se incluirán las propiedades que se han detallado procediendo de igual forma que en los Capítulos 7 y 8.

Se define el material en el *Model Tree*, *Materials* > *Edit Material*. Para introducir el valor de la densidad se va a la ventana *Edit material*, se selecciona la pestaña *General* > *Density* y se introduce el valor en *Mass Density* y para la introducción de las propiedades elásticas *Mechanical* > *Elasticity* > *Elastic* e introducir los valores correspondientes en las celdas *Young’s Modulus* y *Poisson’s Ratio*. El siguiente proceso se muestra en la Fig.10.15



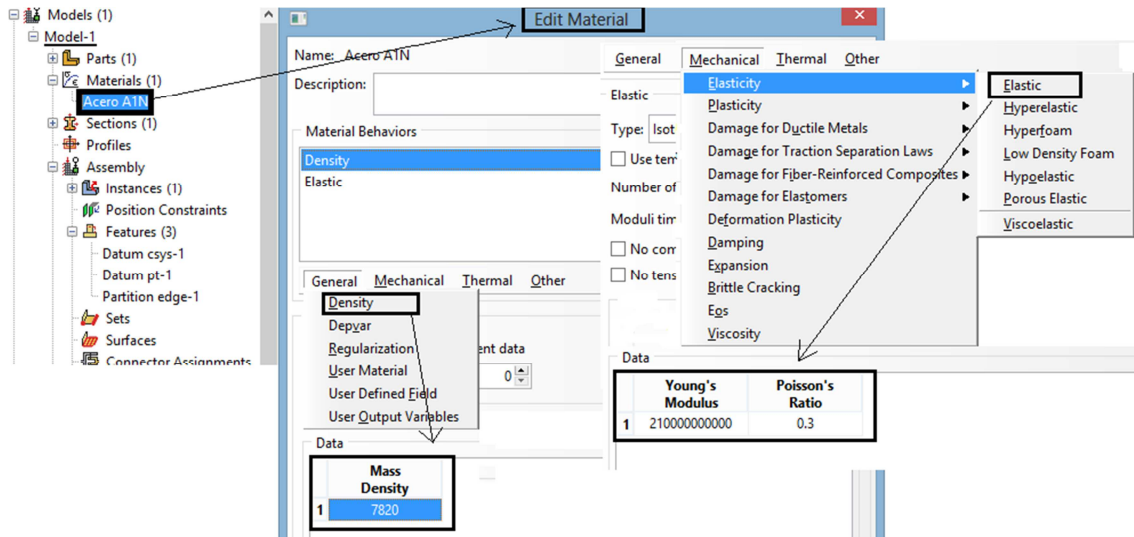


Fig.10.15. Pasos definición del material del “Eje cilíndrico”

#### 10.6.1.3.- Modelización de la grieta

Para simular la grieta en el método XFEM habrá que crear la misma como una parte dependiente del eje anteriormente creado (la dependencia de la grieta con el eje se define en el módulo *Assembly*).

Para crear la grieta se irá al *Part module* y en el *Model tree*, *Models* > *Model 1* > *Part*. La grieta se modela como un modelo 3D, de tipo deformable, con forma de concha (*Shell*) y plana. Por lo tanto se utilizarán estas opciones:

- Name: Grieta
- Modeling Space: 3D
- Type: Deformable
- Shape: Shell
- Type: Planar

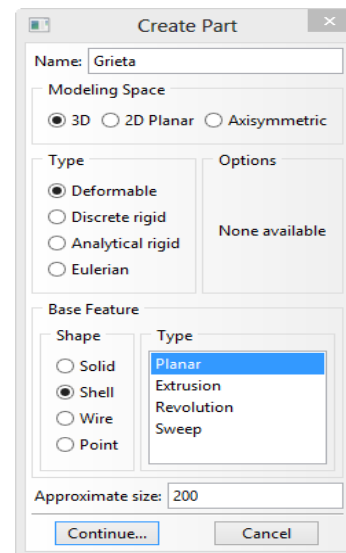


Fig.10.16. Propiedades Grieta

Una vez definidas estas opciones el programa dará las herramientas para generar la grieta, que se muestra en la siguiente Fig.10.17:

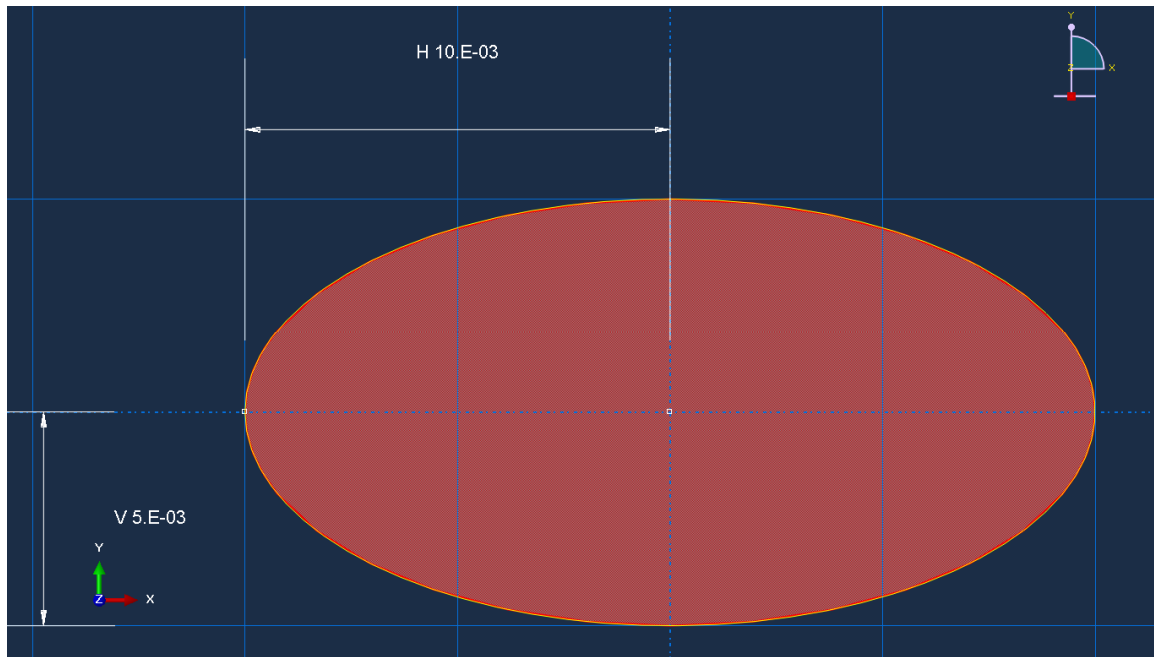




Fig.10.17. Modelización grieta elíptica

#### 10.6.1.4.- Asignación de las propiedades del material al eje

Se procede como en capítulos anteriores, se irá al *Toolbox area* y se selecciona *Create Section* , una vez aquí saldrá una ventana para la creación de la sección, en ella se escogerá *Category > Solid* y *Type > Homogeneous*.

A continuación *Model Tree > Section* en el *Toolbox area* seleccionar *Assign Section* , y se selecciona el eje entero, finalmente pulsando *Done* en el *Prompt area*, se asignarán las propiedades al eje.

En lo que respecta a la grieta elíptica, no habrá que asignarle ninguna propiedad de material, ya que, no es material propiamente dicho, si no que se aprovecha su geometría para crear un “hueco” en el eje que simule a la grieta

#### 10.6.1.5.- Ensamblaje entre eje y la grieta

Cuando hay más de una parte para ensamblar, como es el caso, cabe mencionar que se debe especificar que instancias son independientes y que instancias son dependientes de las primeras. Las particiones o el mallado tan solo se pueden hacer en las instancias independientes como es el caso del eje, sin embargo la instancia de la grieta es dependiente. Por lo tanto, habrá que especificar a la hora de ensamblar, que instancias son de una u otra forma. Para ello, en el *Model Tree* se va hacia *Assembly > Instances*, una vez hecho esto saldrá una ventana (Fig.10.18) en la que se elegirá la parte y el tipo de instancia.



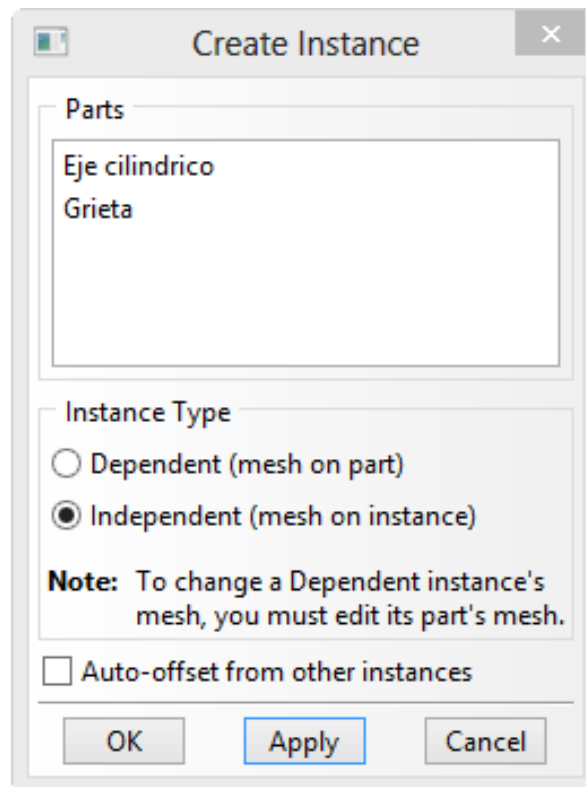


Fig.10.18. Creación de instancias

Además, como se dijo en el Apartado 10.6.1.1, se harán en este apartado las particiones que hacen que el “Eje cilíndrico” tenga unas dimensiones aproximadas a la del “Eje ferroviario”. A continuación se explican los pasos para conseguir estas dimensiones mediante particiones.

En primer lugar se crean los puntos que más tarde servirán de ayuda para crear los planos de referencia y un punto para posicionar la grieta. Para ello habrá que dirigirse al *Menu bar* y seleccionar *Tools > Datum > Point* y elegir como opción *Offset from point*, a raíz de aquí se irá seleccionando los puntos en el eje según convenga y se introducirá la distancia respecto de ese punto hasta el nuevo. En la Fig.10.19.a se muestra la ventana de creación de puntos.

A continuación se crean los planos de referencia para luego realizar las particiones a través de esos planos, en el módulo de ensamblaje (*Assembly module*), se irá a *Menu bar* y se selecciona *Tools > Datum > Type (Plane)*, en la ventana que sale habrá diferentes opciones para crear estos planos, en este caso se elegirá *Point and normal* (Fig.10.19.b), para conseguir el plano de referencia habrá por lo tanto que escoger un punto del eje y una línea normal al plano que queramos construir, en este caso, se irán eligiendo los puntos que anteriormente hemos creado y se seleccionará como línea normal al plano la línea longitudinal del eje.

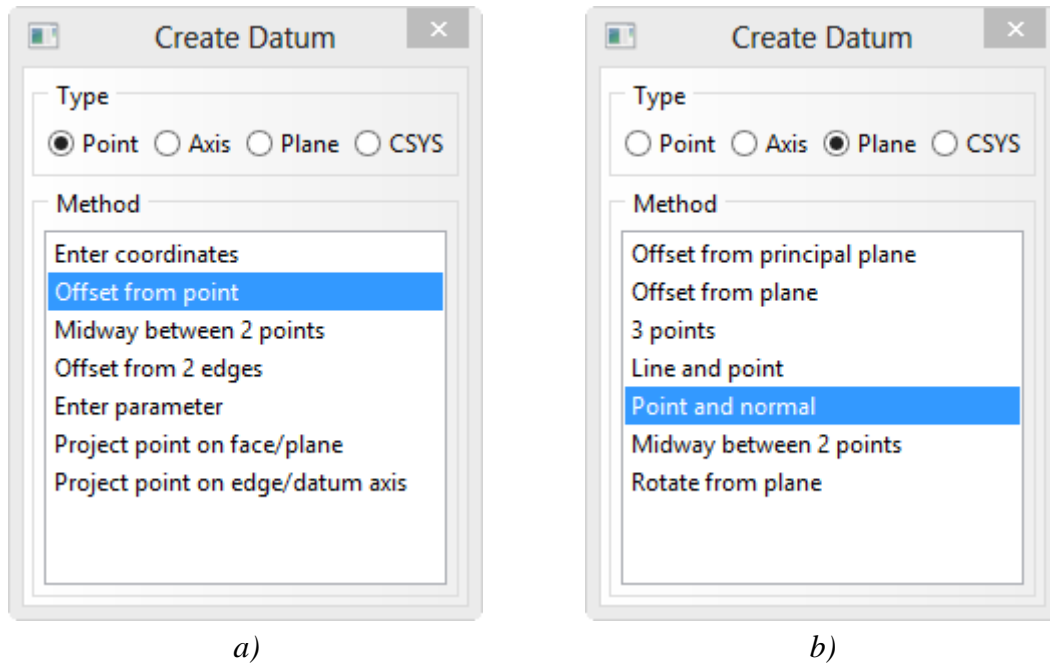


Fig.10.19. Creación plano referencia. a) Ventana creación de punto, b) Ventana creación del plano

A continuación habrá que realizar la partición deseada del eje por los planos de referencia creados, para ello se volverá a ir al *Menu bar* seleccionando en este caso *Tools > Partition > Type (Cell)* (Fig.8.3.b). Se selecciona *Use datum plane* y se van seleccionando los planos anteriormente creados.

En la Fig.10.20 se muestra el eje con los planos de referencia y las particiones realizadas a la distancia correcta para crear el “Eje cilíndrico” con las dimensiones necesarias.

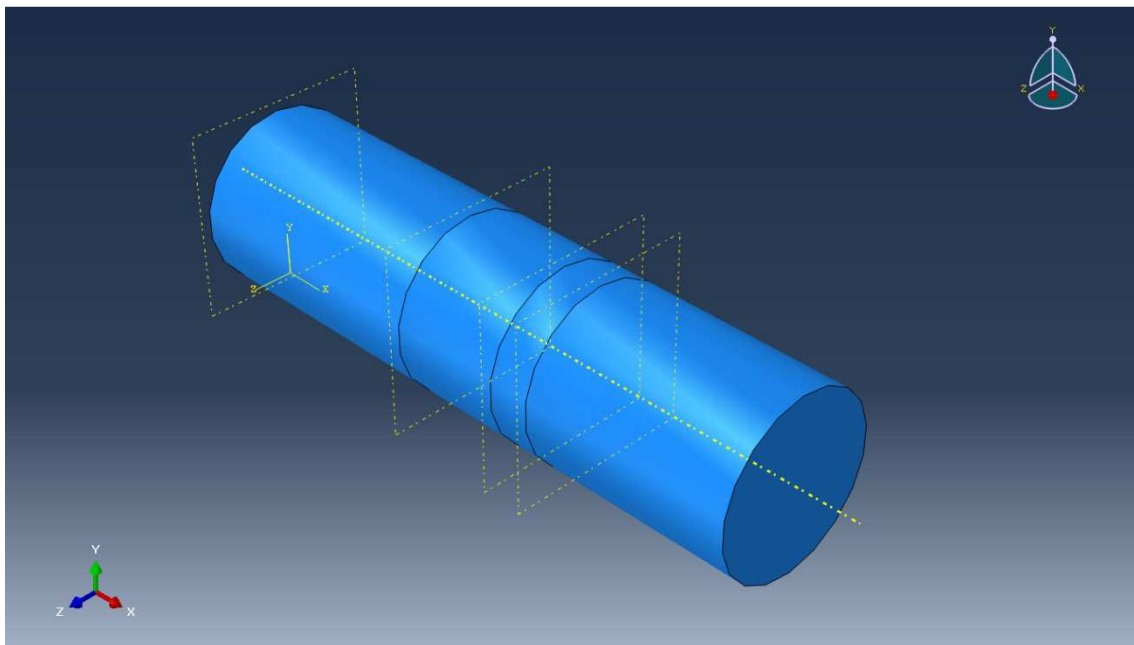


Fig.10.20. “Eje cilíndrico” con particiones

Una vez hecho esto se está en condiciones de posicionar la grieta. Se crea el punto de referencia como se ha explicado antes en el eje donde irá la grieta y se elige la instancia de la parte correspondiente a la grieta como dependiente. Se puede seleccionar *Auto-offset from other instances* para que la nueva instancia no sea tapada por la anterior al añadirla al modelo (Fig.10.21).

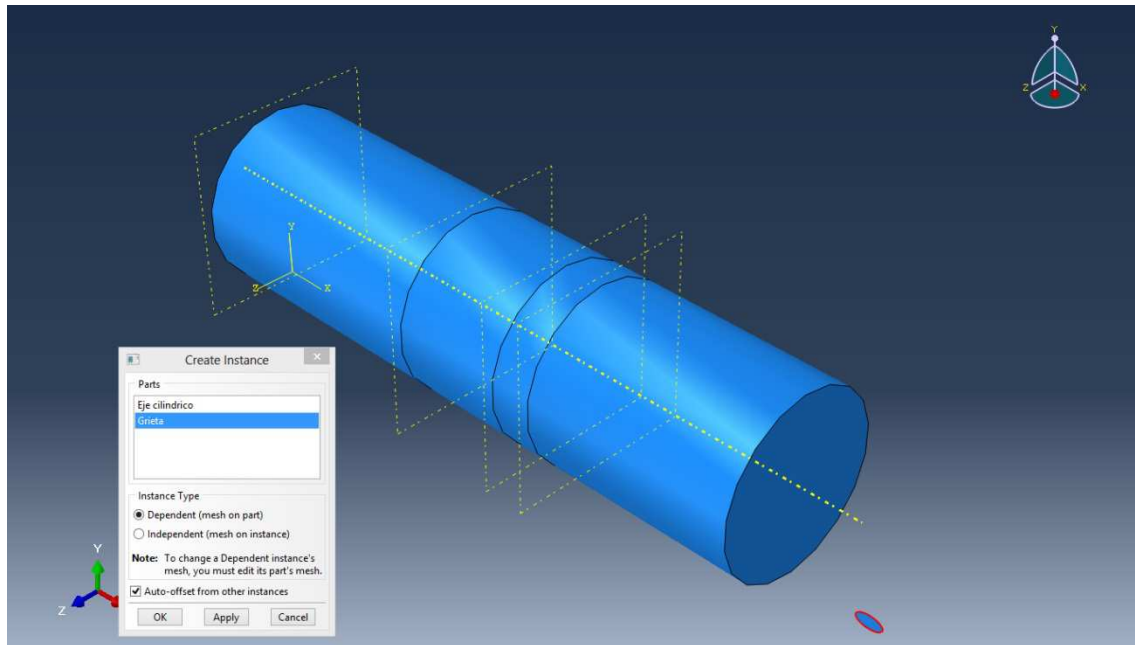




Fig10.21. “Eje cilíndrico” con instancia de la grieta

Ahora se tendrá que colocar a la grieta con la orientación y en la posición deseada. Para ello se necesita crear otro punto en la parte superior de la grieta, para poder girarla se procede de la misma forma que se explicó anteriormente. Una vez creado dicho punto, se podrá girar la grieta.

Para girar la grieta habrá que ir al *Toolbox area* y seleccionar  (*Rotate instance*), se selecciona la grieta que es la instancia que queremos girar y como punto de inicio para definir el eje de rotación el punto medio de la grieta elíptica, a continuación se selecciona como punto final del eje de rotación el punto nuevo creado, así tendremos definido un eje imaginario a partir del cual la pieza girará. Finalmente se especifica los grados que se quiere girar la grieta que en este caso serán 90° y se tendrá la grieta en la orientación deseada.

Para posicionar la grieta habrá que ir al *Toolbox area* y seleccionar  (*Translate instance*), se selecciona de nuevo a la grieta, a continuación el punto medio de la misma y finalmente el punto anteriormente creado en el eje donde se desea que vaya la grieta. La grieta en la posición de estudio queda definida según la Fig.10.22:

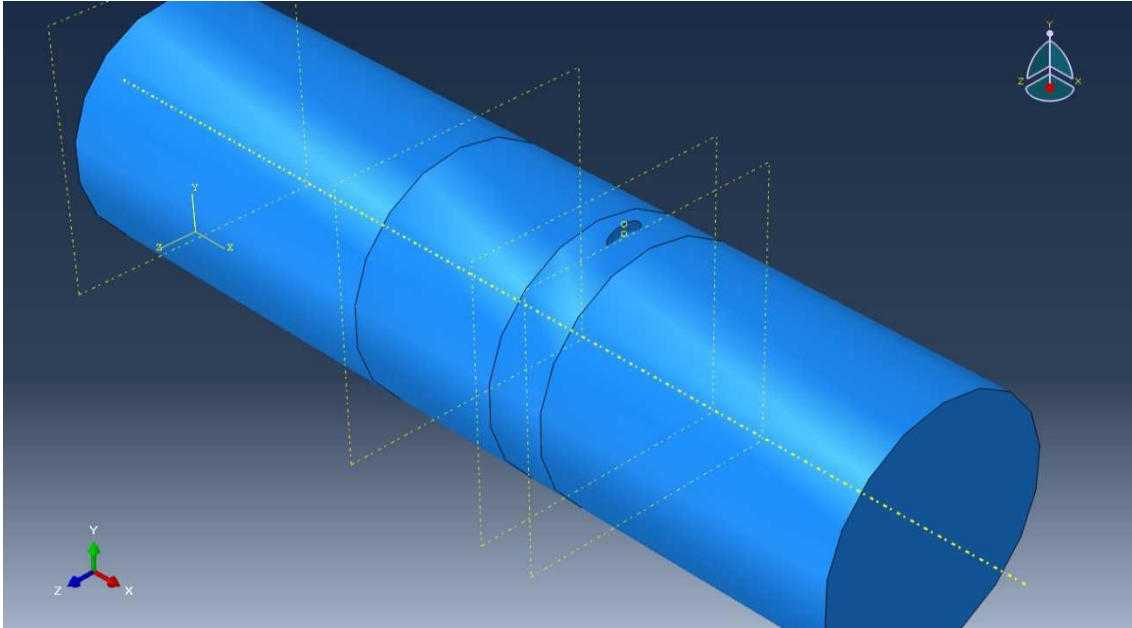


Fig.10.22. "Eje cilíndrico" con grieta posicionada

#### 10.6.1.6.- Definición de la grieta al programa

Para especificar al programa que la instancia dependiente anteriormente creada y posicionada es una grieta, habrá que dirigirse al *Interaction module*, una vez aquí cambiará el *Menu bar* (como ocurre cada vez que se cambia de módulo) y se selecciona *Special > Crack > Create*, en la ventana emergente que sale se selecciona el tipo de grieta que se quiere crear, que en este caso será XFEM. A continuación, pedirá que se seleccione la región del dominio de la grieta (el eje) y la localización de la grieta (grieta), como se muestra en la Fig.10.23:

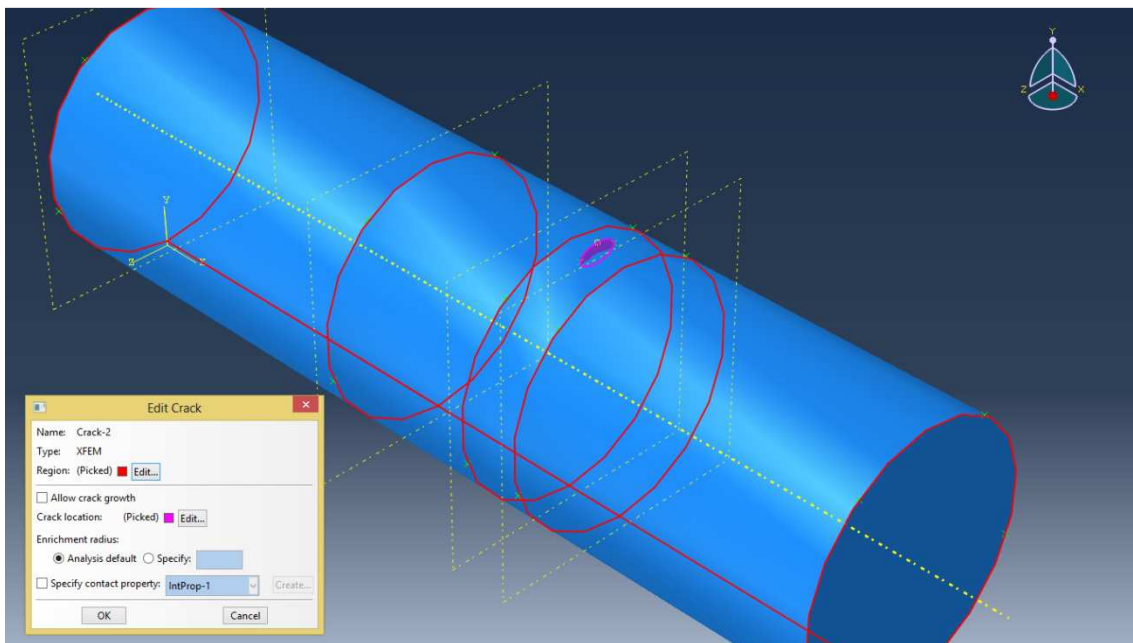


Fig10.23. Edición de la grieta

Como se puede ver en la anterior figura, no se selecciona *Allow crack growth* (permitir crecimiento de la grieta), ya que, no se permite estudiar el FIT si se selecciona esta opción. Además el *radio de enriquecimiento* se dejará por defecto como se dijo en el capítulo 10.4.

#### 10.6.1.7.- Definición del paso

Para la resolución de este apartado habrá que cambiar algunos parámetros con respecto a los anteriores capítulos, para ayudar a la convergencia en el análisis de la grieta. Para ello, habrá que dirigirse al *Model Tree* y pulsar *Steps*. Para crear un análisis estático se irá a *Procedure type > General*, y como opción *Static General*.

Las opciones que ayudan a la convergencia de los problemas de grietas en el método XFEM consisten en aumentar el número de incrementos y en disminuir el tamaño mínimo de cada incremento, como se muestra en la Fig.10.24:

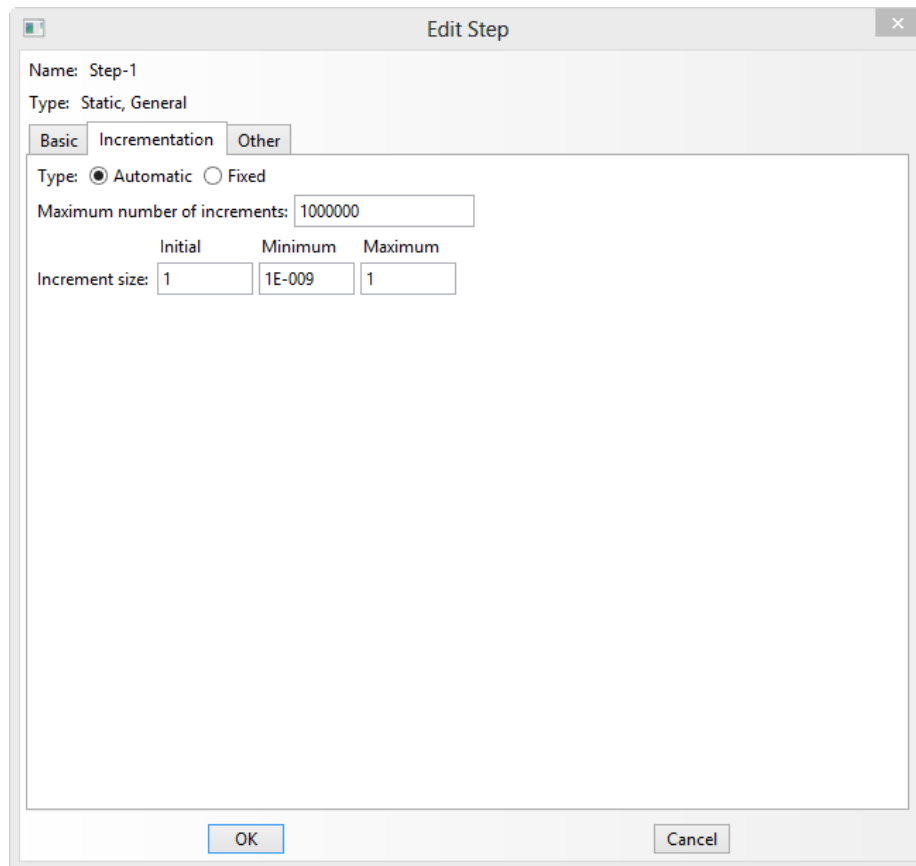
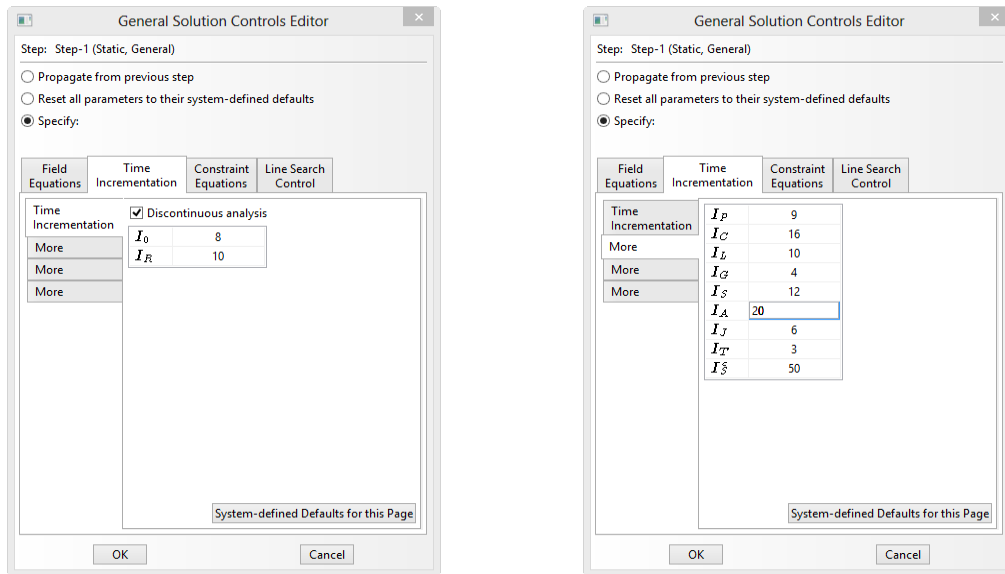


Fig.10.24. Edición del paso para el “Eje cilíndrico”

Además otras opciones que ayudan a la convergencia del análisis pueden ser especificadas *Menu bar*, yendo a *Others > General Solution Controls > Edit > Step-1*. Y en la ventana emergente *General Solution Controls*, se selecciona *Specify*, una vez hecho esto habrá que dirigirse a la pestaña *Time Incrementation* y seleccionar *Discontinuos analysis*. Por último, en la segunda pestaña lateral *More* se cambiará el valor de  $I_A$  de 5 a 20. Estos cambios se muestran en la Fig.10.25.



a)

b)

Fig.10.25. Ayuda para la convergencia del análisis. a) Especificar Análisis Discontinuo b) Cambio del parámetro  $I_A$

#### 10.6.1.8.- Definición de los parámetros de salida

##### -Field Output Resquests

Para modificar las opciones de salida de éste campo, se va al *Model Tree* y *Field Output Requests*, una vez aquí saldrá la ventana *Edit Field Output Request* en la que para este caso se escoge lo relativo a tensiones (*Stresses > Stress*), desplazamientos (*Displacement/Velocity/Acceleration > Translation and Rotation*), fractura (*Failure/Fracture > PHILSM*) y estado (*State/Field/User/Time > STATUS XFEM*).

##### -History Output Resquests

Habrà que especificar dos opciones de salida de datos:

En lo que se refiere al modelo completo para modificar las opciones de salida se procede igual que en capítulos anteriores, habrá que ir al *Model Tree* y *History Output Requests*, una vez aquí saldrá la ventana *Edit History Output Request* (Fig.10.26.a) en la que en este caso habrá que escoger lo relativo a la fractura (*Failure/Fracture*).

En el caso de la grieta se procede de igual forma, pero en la ventana *Edit History Output Request* habrá que cambiar el dominio para la grieta (*Domain > Crack*), la frecuencia al último incremento (*Frequency > Last Increment*), y además, habrá que especificar el número de contornos que se quiere calcular (se tendrán que cambiar según el análisis) y el tipo de datos que queremos obtener (*Stress intensity factors > Crack initiation criterion: Maximun tangential stress*). Se muestra en la Fig.10.26.b:

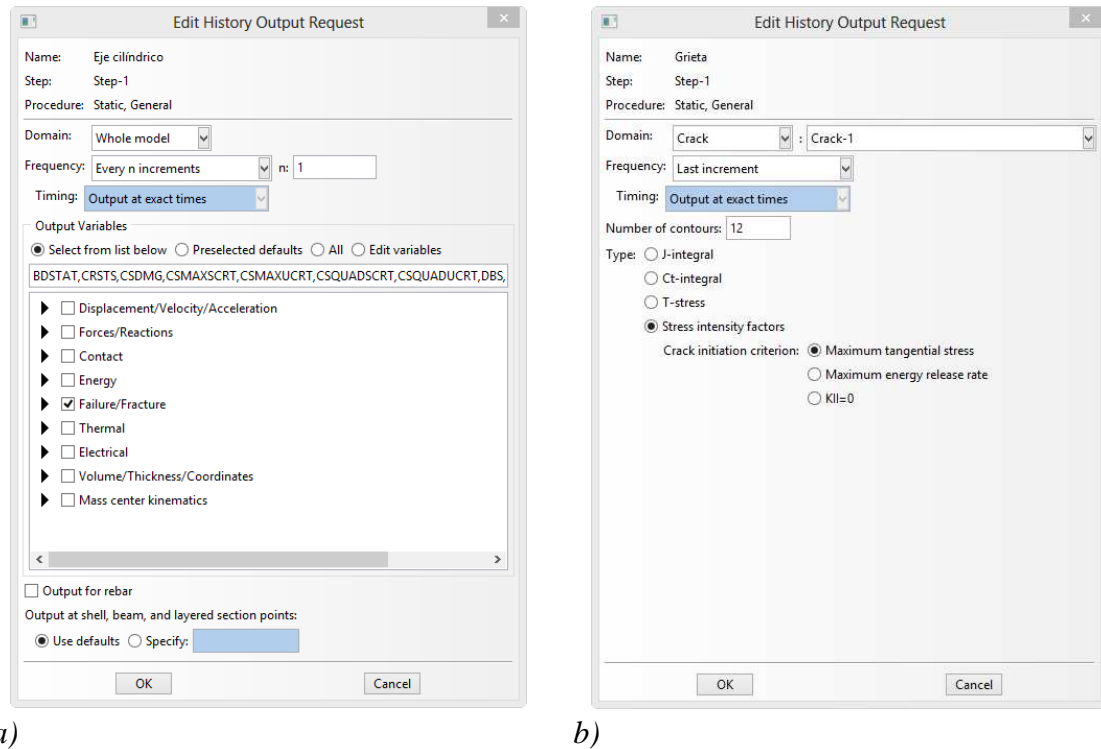


Fig.10.26. Edición del histórico de salidas. a) Modelo completo y b) Grieta

#### 10.6.1.9.- Definición de cargas

Como sucedió en el capítulo 8, se definirán dos tipos de cargas, la del peso del “Eje cilíndrico” y la de la carga.

La carga ejercida por el peso del eje se define yendo al *Model Tree* y seleccionando *Loads*, en el cuadro que sale a continuación se definirá la carga para el paso 1 (*Step-1*), en la categoría mecánica (*Category > Mechanical*) y del tipo gravedad (*Type for Selected Step > Gravity*). A continuación, se especifica que la gravedad se aplica para todo el eje (*Whole Model*) y la dirección en la que se quiere aplicar, que en este caso tendrá el mismo valor que en el “Eje ferroviario” pero se especifica en la componente 2, ya que la orientación en la que se ha modelado el eje es diferente a la del “Eje ferroviario”.

En la siguiente Fig.10.27 se muestran los pasos para definir la acción de la gravedad:



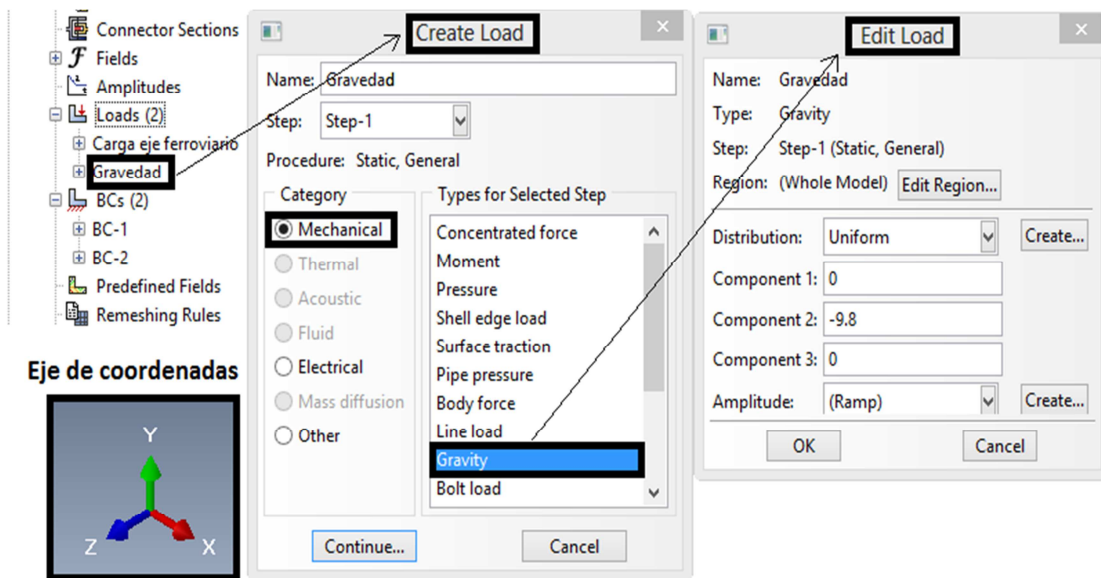


Fig.10.27. Pasos definición acción gravedad “Eje cilíndrico”

A continuación se introduce el valor de la carga, que será la misma y sobre la misma superficie que en el caso del “Eje ferroviario”, para ello en el *Model Tree* se selecciona de nuevo *Loads*, en la ventana que aparece a continuación se definirá la carga para el paso 1 (*Step-1*), en la categoría mecánica (*Category > Mechanical*) y del tipo tracción superficial (*Surface Traction*). A continuación se selecciona la región de aplicación de la carga y una dirección para la aplicación de la misma. Finalmente se introduce el valor de la carga. Proceso mostrado en la Fig.10.28.

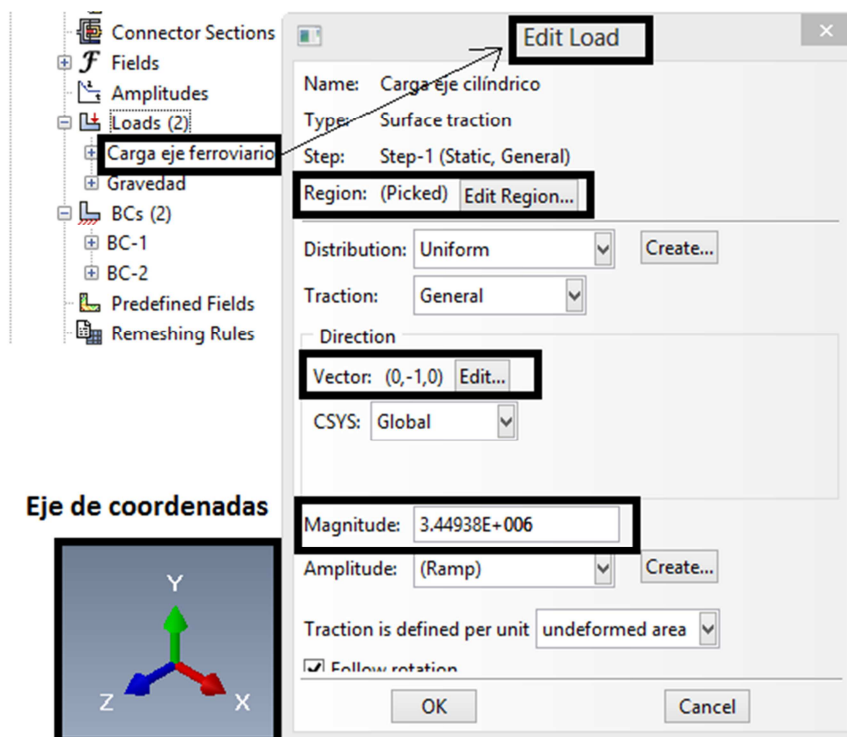


Fig.10.28. Pasos definición carga “Eje cilíndrico”



#### 10.6.1.10- Definición de restricciones

Las restricciones a las que está sometido el nuevo eje son las mismas que en el capítulo 8. Se restringe los desplazamientos en los tres ejes. Pero se libera la restricción del giro en el eje x.

La definición de las restricciones se da en el módulo *Load*, para aplicar estas restricciones en Abaqus hay que crear dos supuestos, uno en el que se restringirá la rotación sobre los ejes Z e Y, y otro en el que se restringe la translación en los tres ejes.

En primer lugar se restringe las rotaciones, para ello se irá al *Model Tree* y se pulsa sobre *BCs*, en la ventana que aparece (*Create Boundary Condition*) se elige el paso en el que se aplica, que en este caso es el paso inicial. A continuación *Category* > *Mechanical* y finalmente el tipo de restricción para el paso seleccionado *Types for Selected Step* > *Symmetry/antisymmetry/Encastre*, una vez aquí elegimos la superficie en la que queremos que se aplique la restricción y pulsamos sobre la que nos interesa, que en este caso es *XSYMM*.

En segundo lugar se restringen las traslaciones en los tres ejes, pero ello tras seleccionar *Symmetry/antisymmetry/Encastre* y elegir la misma superficie de aplicación de la restricción, se pulsa sobre la que nos interesa ahora, que es *PINNED*.

En la siguiente Fig.10.29 se muestra los pasos seguidos para la aplicación de las restricciones en el modelo:

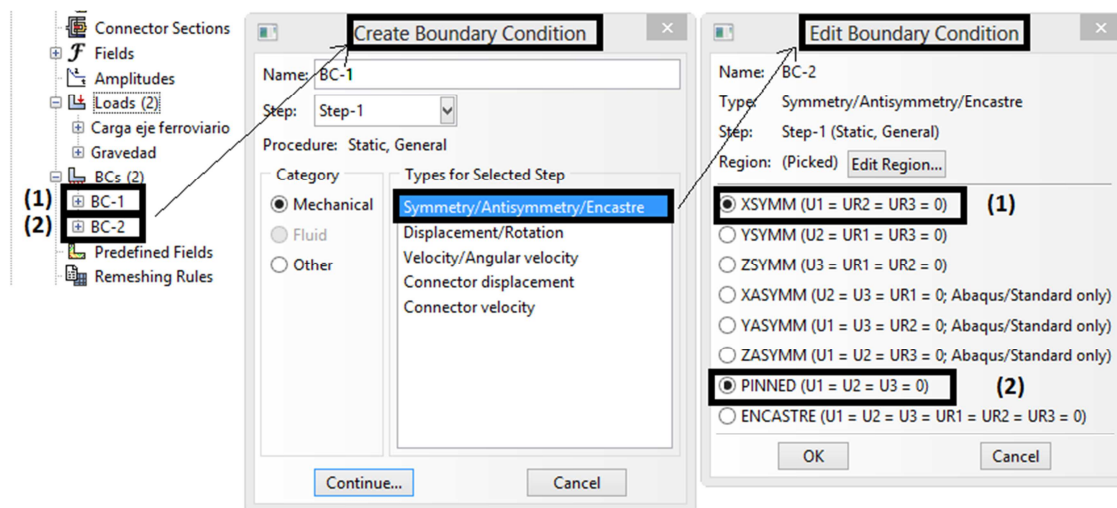


Fig.10.29. Pasos creación de restricciones “Eje cilíndrico”

A continuación se muestra en el “Eje cilíndrico” con las cargas y restricciones consideradas en el problema:

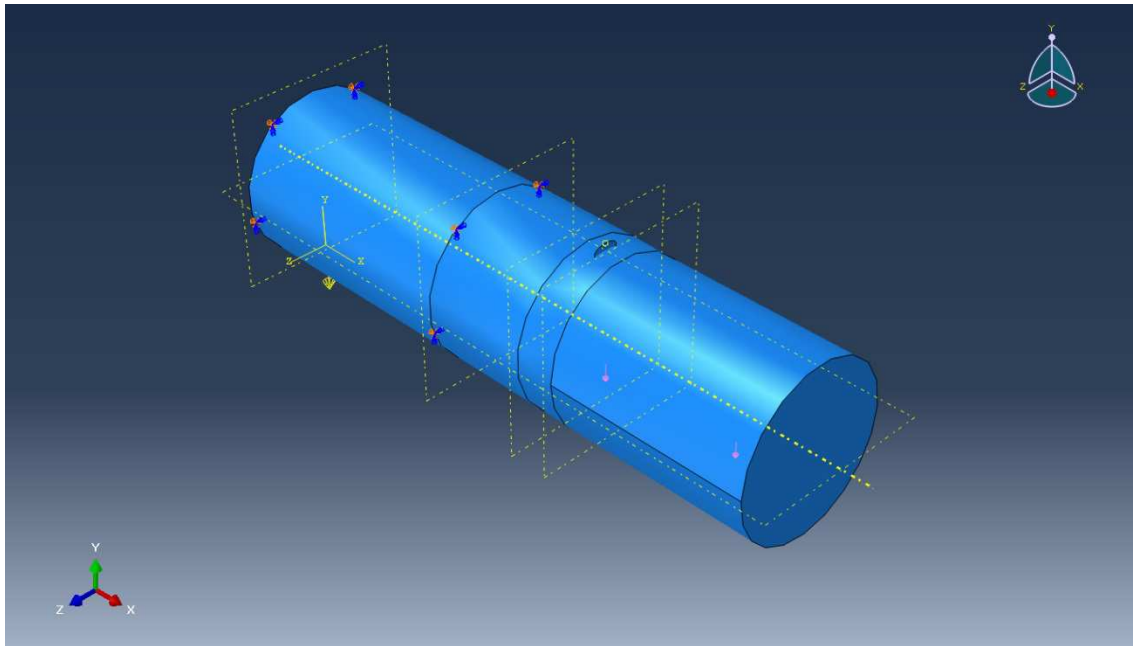


Fig.10.30. “Eje cilíndrico” con restricciones y cargas

10.6.1.11.- Particiones derivadas de la estrategia de mallado aplicada.

Para aplicar en el eje las particiones que se especificaron en el Apartado 10.5.2 se procederá de la misma forma que en el Apartado 10.6.1.5, pero tomando de referencia diferentes puntos y, por lo tanto, creando diferentes planos de referencia para posteriormente hacer las particiones que distingan unos análisis de otros.

Además habrá que hacer las particiones elípticas, esto se consigue yendo a *Tools > Partition > Type (Face) y Method > Sketch*. Una vez aquí se selecciona la cara en la que queremos crear las particiones elípticas y se crea la partición dibujándola con las mismas herramientas que en el módulo de creación de partes.

En el Apartado.10.7.1 se exponen cuáles son las dimensiones que se han utilizado para crear una estrategia de mallado que muestre una convergencia en los resultados. En la siguiente Fig.10.31 se muestra un ejemplo del eje dividido en las particiones necesarias para realizar el estudio de convergencia.

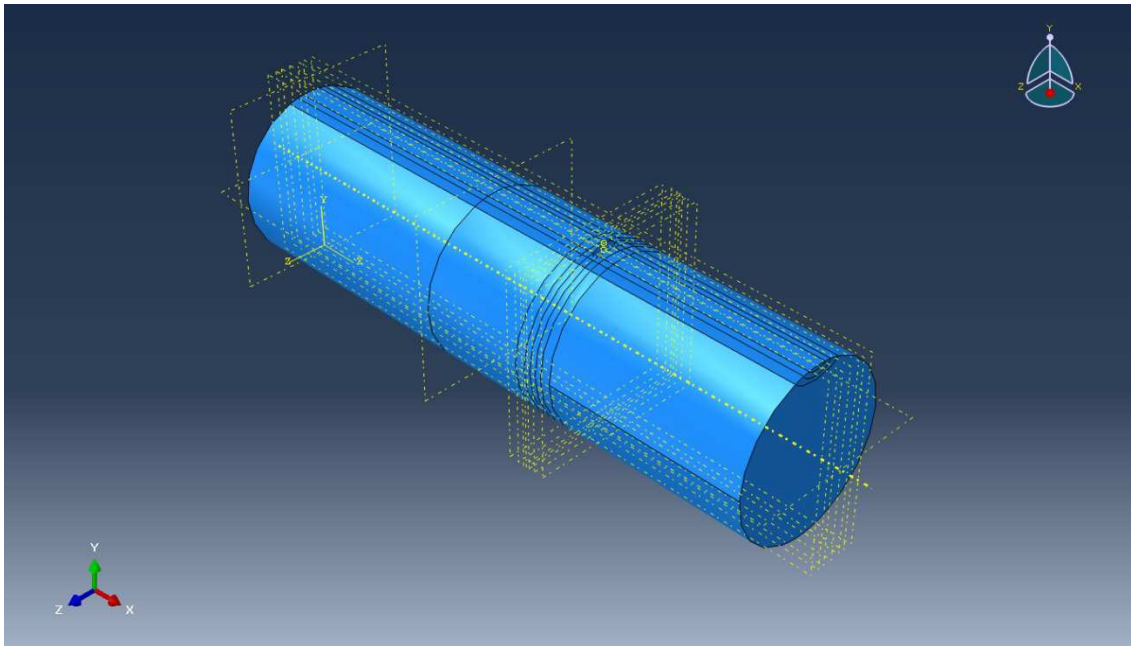




Fig.10.31. “Eje cilíndrico” con particiones de la estrategia de mallado

#### 10.6.1.12.- Definición del trabajo

Una vez que tengamos definido un modelo, cambiando las dimensiones de las particiones según se explica en el siguiente apartado, habrá que definir el trabajo.

Para que el programa resuelva el problema, habrá que dirigirse al *Jobs module* y en el *Toolbox area* se selecciona *Job Manager*  y se pulsa *Submit* para iniciar los diferentes análisis.

#### 10.6.1.13.- Resultados “Eje empotrado” con Abaqus

Una vez resuelto cada análisis se procederá a recolectar los resultados que el programa nos proporciona sobre el FIT de cada uno de los modelos. Para ello, en el *Toolbox area* se selecciona *Job Manager*  y se pulsa *Result*.

Para la extracción de los valores del FIT habrá que dirigirse al *Menu bar* y seleccionar *Result > History Output* para organizar los resultados obtenidos (Fig.10.32).

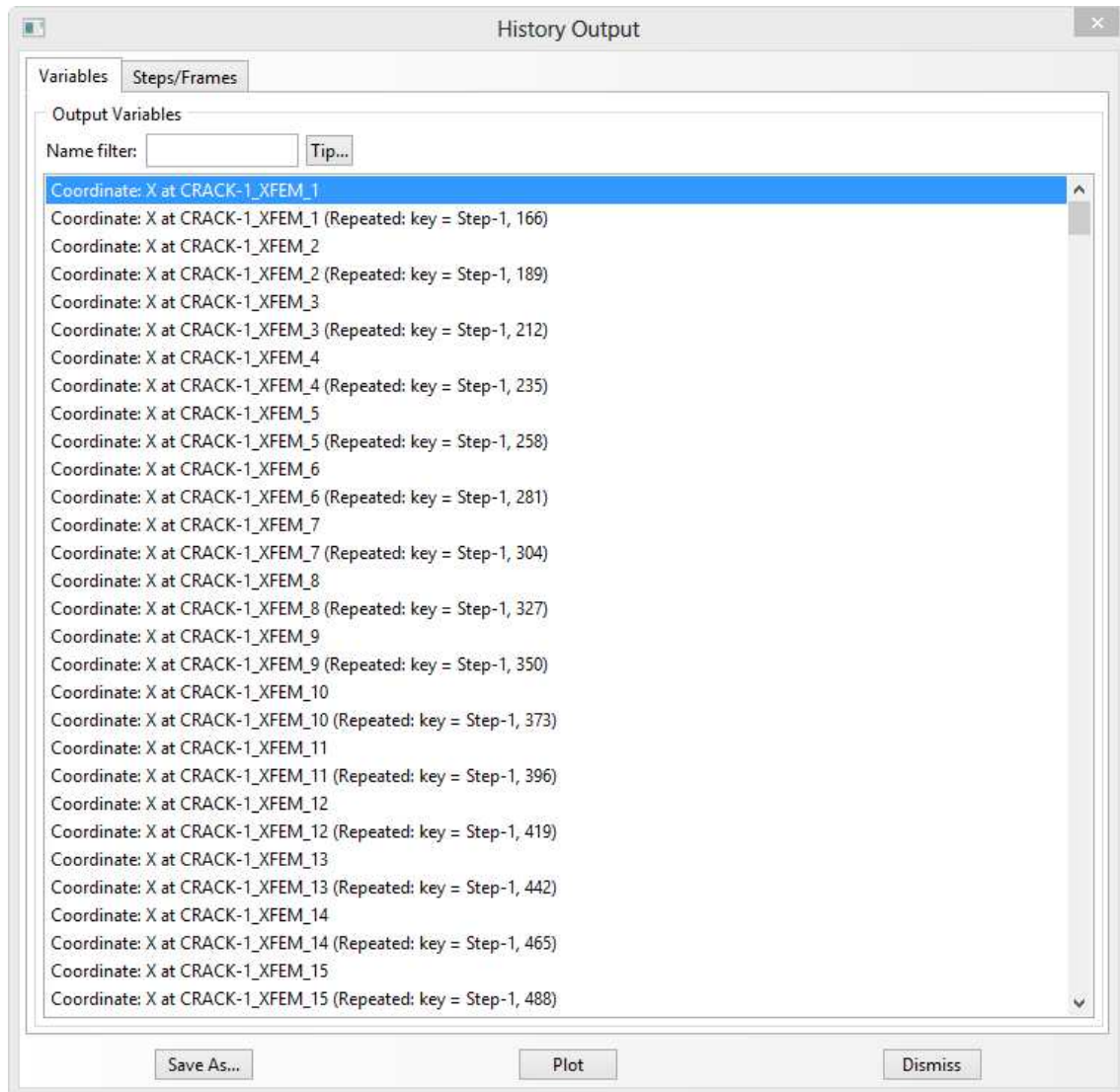



Fig.10.32. Ventana History Output

Los resultados se toman en ciertos puntos a lo largo del frente de la grieta, cada punto tiene una etiqueta XFEM específica (XFEM\_1, XFEM\_2, etc.). Para sacar estos resultados se introducirá en *Name Filter* el comando *\*\_?* que mostrará cualquier resultado que termine en un guion bajo seguido de un carácter. Se selecciona las coordenadas x, y, z para los primeros 9 puntos XFEM y se elige *Plot*.

Una vez hecho esto habrá que dirigirse al *Toolbox area* y se pulsará sobre  (*Create XY Data*), en la ventana emergente que aparece se selecciona *Operate on XY Data* y una vez aquí se verán una serie de resultados que serán los que antes hemos graficado al seleccionar *Plot*. Para la extracción de estos datos se seleccionará *append((X,X,...))* y se marcan los valores anteriores, se añaden a la expresión anterior (*Add to expression*) y finalmente se selecciona *Plot Expression*. Este proceso se muestra en la siguiente Fig.10.33:

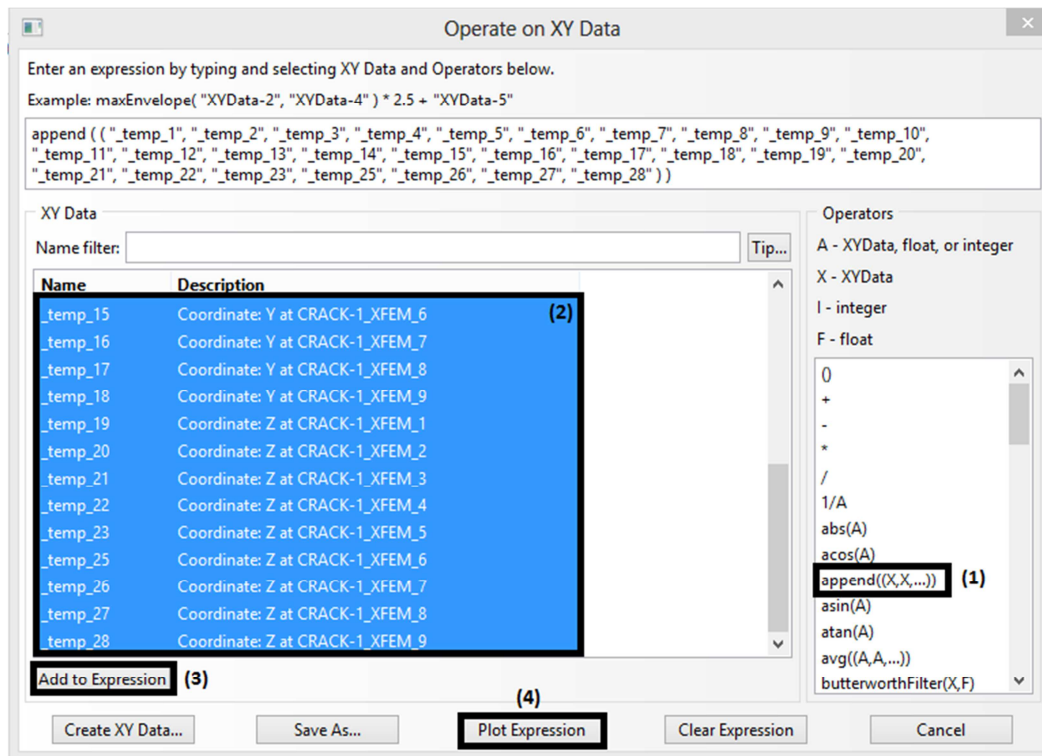


Fig.10.33. Ventana Operate on XY Data

Finalmente para sacar los valores, en el *Model Tree* correspondiente a *Results*, se despliega *XY Data* y en el valor nuevo que se ha creado, se pulsa sobre el botón derecho del ratón y se selecciona *Edit*, el programa dará la posibilidad de copiar los datos para posteriormente operar con ellos. Tan solo se cogerán los datos relativos a la Y (27 datos en este caso, los 9 primeros datos de los ejes coordenados) como se muestra en la siguiente Fig.10.34, pero se tendrá presente que en los datos recogidos se exponen los valores para los tres ejes coordenados, por lo tanto se dividirán en tres los resultados, la primera división se corresponde con los valores de la X, la segunda con los de la Y y la tercera con los de la Z.

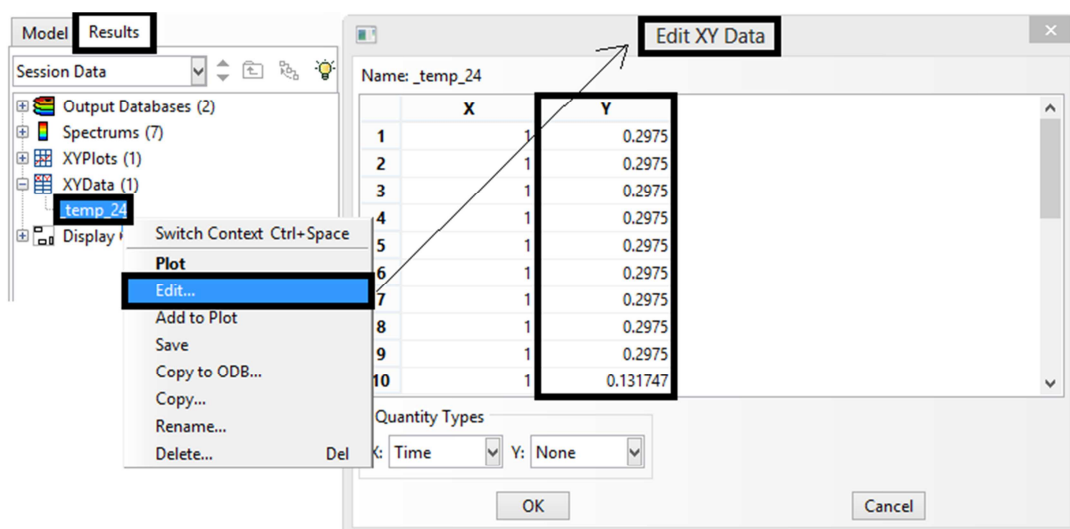


Fig.10.34 Pasos para obtener los resultados



Para obtener los siguientes resultados correspondientes a los puntos a lo largo del frente de la grieta, se procederá de igual forma, pero se utilizará el comando `*_??` que mostrará cualquier resultado que termine en un guion bajo seguido de dos caracteres.

A continuación se obtienen los resultados correspondientes al FIT para cada contorno, se obtendrán tantos valores del FIT como puntos hay recogidos para el frente de la grieta. Para obtener estos datos, en la ventana *History Output*, se introducirá el comando `*_X` (siendo X el número de contorno que se quiere obtener, por ejemplo, si quieres obtener el valor del anillo de contorno 1 se introduce `*_1`) o `*_XX` (en este caso el anillo de contorno 1 se obtendría poniendo `*_01`), dependiendo de si para cada análisis se han calculado contornos con más de un dígito. Y se procede de igual forma para obtener los resultados, solo que en la ventana *Edit XY Data* se recogerán de la columna Y de una vez todos los datos correspondientes al contorno deseado. Se muestra la selección de datos para la obtención del FIT del Modo I en la siguiente Fig.10.35:

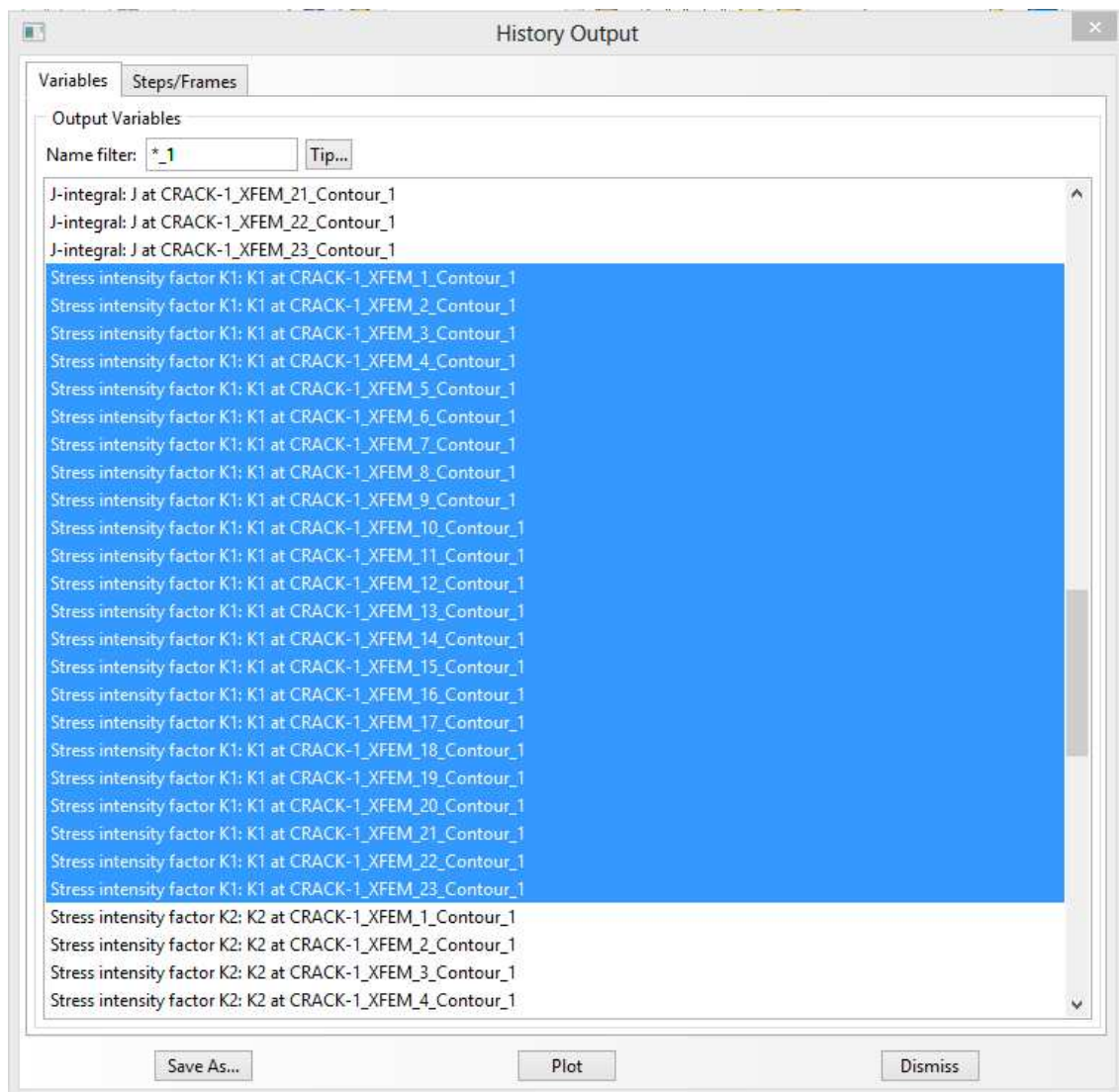


Fig.10.35. Obtención del FIT del Modo I de fractura

En el siguiente apartado se mostrarán dimensiones elegidas para cada análisis, así como, los resultados obtenidos.

## **10.7.- APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE MALLADO**

---

Como se explicó en el Apartado 10.5, este estudio se realiza con análisis de convergencia (con elementos de integración reducida) y con análisis como referencia (elementos de integración completa).

El uso del análisis de referencia consiste en aumentar la precisión de los elementos de la malla, para así ver lo errores derivados de mallar con unos u otros elementos. A continuación, se mostrará la aplicación de la técnica de mallado para los dos tipos de análisis.

### **10.7.1.-Análisis de convergencia**

Para estudiar la convergencia de los resultados en relación con la malla, se ha seguido la estrategia de mallado que se explicó con anterioridad en el Apartado 10.5.2. Para evaluar dicha convergencia se ha reducido y aumentado un 25% (respecto a la profundidad de la grieta) el tamaño de la partición en la punta de la grieta para cada grupo de análisis, así se conseguirá evaluar la convergencia de los resultados del FIT con respecto al número de anillos para un mismo contorno y en posteriores análisis se evaluará si estos FIT se mantienen constantes al modificar el tamaño del dominio.

A la hora de ampliar o reducir el dominio de la partición en la punta de la grieta existen limitaciones:

1. En el caso de la reducción del dominio la limitación la pone el número de anillos que se deseen estudiar ya que cuanto más se reduzca el dominio menor número de anillos pueden examinarse.
2. Y en el caso del incremento del tamaño del dominio la restricción viene impuesta por la malla, ya que la ampliación y disminución simultánea de los menores radios elípticos de la semiellipse mayor y menor, respectivamente, al aumentar el dominio (Fig.10.36), provoca que la malla no sea estructurada en la dirección longitudinal del eje y esta es una condición indispensable para la convergencia de los resultados.

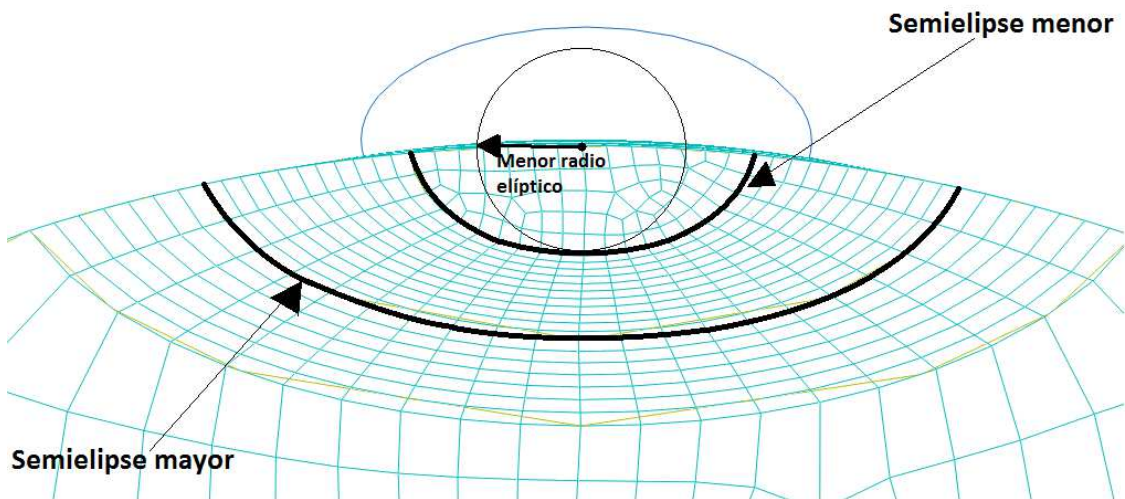


Fig.10.36. Identificación de semielipses

Por lo tanto, se han realizado análisis de 3 grupos (3 modelos por cada grupo), ampliándose y reduciéndose el dominio en la partición de la punta de la grieta un 25% por cada grupo de análisis, con ello se consigue aumentar el número de anillos de elementos en cada contorno.

Los análisis realizados tendrán valores que serán idénticos entre cada grupo de análisis en todos los modelos y valores que variarán dentro de cada grupo de análisis en función del modelo.

Los valores que se mantendrán idénticos por cada grupo de análisis serán;

| Modelo | Tamaño modelo |              |              |              | Tamaño Partición |                 | Tamaño malla      |                      |
|--------|---------------|--------------|--------------|--------------|------------------|-----------------|-------------------|----------------------|
|        | Long. Grieta  | Coef. Grieta | Diam. Modelo | Largo Modelo | Radio Elipse     | Radio Elipse    | Punta tang.       | Elipse tang.         |
|        | $a$<br>[m]    | $a/c$<br>[—] | $D/a$<br>[—] | $L/a$<br>[—] | $El_A/a$<br>[—]  | $El_C/a$<br>[—] | $h_{x3}/a$<br>[—] | $el_{tang}/a$<br>[—] |
| 1-9    | 0,005         | 0,5          | 26           | 94,6         | 0,2              | 0,4             | 0,36              | 0,4                  |

Tabla 10.1. Valores constantes para análisis de convergencia

Los valores de los datos mostrados en la anterior tabla son:

- $2a$  = Profundidad de la grieta = 0,01 m
- $2c$  = Longitud de la grieta = 0,02 m
- $D$  = Diámetro del “Eje cilíndrico” = 0,130 m



- $L$  = Longitud del “Eje cilíndrico” = 0,473 m
- $El_A$  = Radio cilindro semielíptico (dirección profundidad de la grieta)= ,001 m
- $El_C$  = Radio cilindro semielíptico (dirección longitud de la grieta)= 0,002 m

A continuación se muestra una tabla con los valores que variarán dentro de cada grupo:

| Modelo | Tamaño Malla      |                   |                      | Tamaño Partición     |                        |                        | Propiedades Malla |              |
|--------|-------------------|-------------------|----------------------|----------------------|------------------------|------------------------|-------------------|--------------|
|        | Ancho punta       | Largo punta       | Dir. Longitud        | Largo partición      | Ancho dominio contorno | Largo dominio contorno | Nº Anillos        | Nº. Elem.    |
|        | $h_{x1}/a$<br>[–] | $h_{x2}/a$<br>[–] | $el_{long}/a$<br>[–] | $El_{long}/a$<br>[–] | $H_{x1}/a$<br>[–]      | $H_{x2}/a$<br>[–]      | -<br>[#]          | C3D8R<br>[#] |
| 1      | 0,08              | 0,08              | 0,2                  | 2,25                 | 0,75                   | 0,75                   | 4                 | 35282        |
| 2      | 0,07              | 0,07              | 0,2                  | 2,25                 | 0,75                   | 0,75                   | 5                 | 41028        |
| 3      | 0,06              | 0,06              | 0,2                  | 2,25                 | 0,75                   | 0,75                   | 6                 | 49147        |
| 4      | 0,08              | 0,08              | 0,2                  | 3                    | 1                      | 1                      | 6                 | 46760        |
| 5      | 0,07              | 0,07              | 0,2                  | 3                    | 1                      | 1                      | 7                 | 49706        |
| 6      | 0,06              | 0,06              | 0,2                  | 3                    | 1                      | 1                      | 8                 | 59995        |
| 7      | 0,08              | 0,08              | 0,2                  | 3,75                 | 1,25                   | 1,25                   | 8                 | 73000        |
| 8      | 0,07              | 0,07              | 0,2                  | 3,75                 | 1,25                   | 1,25                   | 9                 | 75072        |
| 9      | 0,06              | 0,06              | 0,2                  | 3,75                 | 1,25                   | 1,25                   | 10                | 83776        |

Tabla10.2. Valores variables para análisis de convergencia

Para estos tres grupos, el mallado en la partición de la punta de la grieta en la dirección del ancho ( $h_{x1}$ ) y el largo ( $h_{x2}$ ) es de un 2, 1’75 y 1’5% del tamaño de la longitud de la grieta por cada grupo.

Como se explicó en el Apartado 10.4, se desechan en función del dominio los primeros anillos de elementos debido a su gran desviación. Para este estudio en los modelos 1, 2, 3 y 4 se descartan los dos primeros anillos de elementos por ser los resultados imprecisos. Para los modelos 5, 6 y 7 se excluyen los tres primeros anillos y para los modelos 8 y 9 se desprecian los cuatro primeros anillos.

### 10.7.2.-Análisis de referencia

Los análisis que se tomarán como referencia, tendrán las mismas magnitudes que anteriormente se mostraron en las tablas10.1 y 10.2. Con estos análisis se consigue hallar los errores derivados del análisis de convergencia respecto a los de referencia, para hacer más precisos los resultados se han considerado hacer el análisis de aquellos modelos con mayor número de anillos por dominio.

Además se ha realizado un análisis de convergencia para los análisis de referencia entre las mallas de menor número de elementos debido a su coste computacional (parte 1 de la tabla 10.2) para comprobar que los modelos de referencia son más precisos entre ellos que los análisis de convergencia anteriores.

A continuación se muestra una tabla con los valores de las magnitudes que variarán dentro de cada grupo para los análisis de referencia acometidos.

| Modelo | Tamaño Malla      |                   |                     | Tamaño Partición    |                        |                        | Propiedades Malla |             |       |
|--------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|------------------------|------------------------|-------------------|-------------|-------|
|        | Ancho punta       | Largo punta       | Dir. Longitud       | Largo partición     | Ancho dominio contorno | Largo dominio contorno | Nº Anillos        | Nº. Elem.   |       |
|        | $h_{x1}/a$<br>[—] | $h_{x2}/a$<br>[—] | $e_{long}/a$<br>[—] | $E_{long}/a$<br>[—] | $H_{x1}/a$<br>[—]      | $H_{x2}/a$<br>[—]      | -<br>[#]          | C3D8<br>[#] |       |
| Parte1 | 1.1               | 0,08              | 0,08                | 0,2                 | 2,25                   | 0,75                   | 0,75              | 4           | 35282 |
|        | 2.1               | 0,07              | 0,07                | 0,2                 | 2,25                   | 0,75                   | 0,75              | 5           | 41028 |
|        | 3.1               | 0,06              | 0,06                | 0,2                 | 2,25                   | 0,75                   | 0,75              | 6           | 49147 |
| Parte2 | 6.1               | 0,06              | 0,06                | 0,2                 | 3                      | 1                      | 1                 | 8           | 59995 |
|        | 9.1               | 0,06              | 0,06                | 0,2                 | 3,75                   | 1,25                   | 1,25              | 10          | 83776 |

Tabla 10.3. Valores variables para análisis de referencia

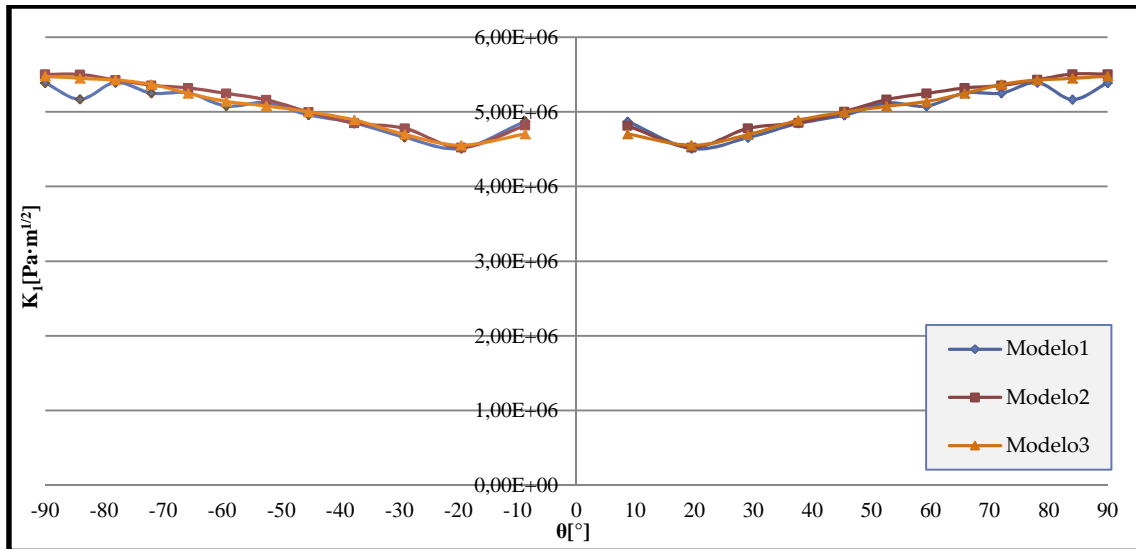
## 10.8.- RESULTADOS

Los resultados se presentarán a continuación en diferentes gráficas; para los análisis de convergencia y referencia se representa el FIT en el Modo I ( $K_I$ ) a lo largo del frente de la grieta con respecto al ángulo y para el estudio de los errores derivados del estudio de convergencia frente a los análisis de referencia se representará el error con respecto al ángulo.

### 10.8.1- Análisis de convergencia

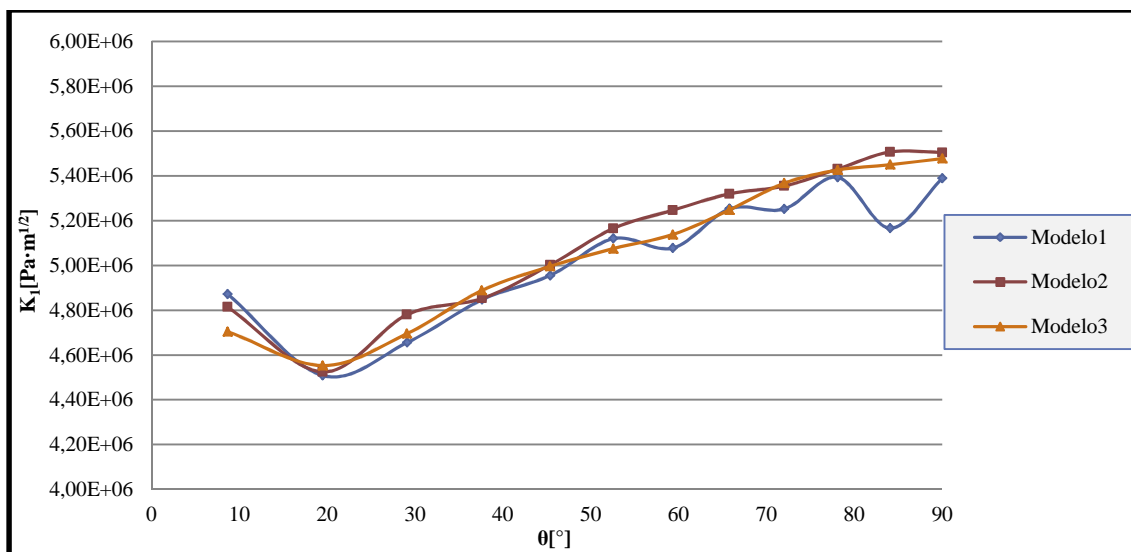
A continuación se representan en gráficas los resultados correspondientes a los análisis de convergencia, repartidos en los grupos mostrados en las tablas 10.2.

La gráfica de resultados que se corresponde con el análisis del primer grupo, es decir, de los tres primeros modelos, es:



Gráfica 10.1. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 1

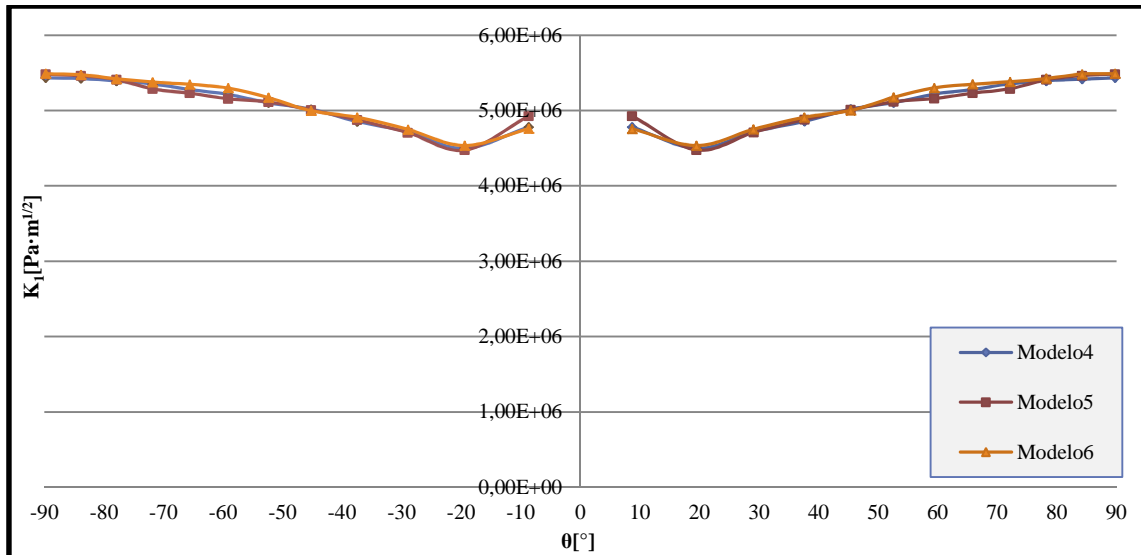
Como se puede apreciar los valores son prácticamente idénticos a ambos lados del eje de simetría, por ello, se aumentará la escala y se mostrará tan solo el intervalo de 0° a 90° para observar mejor la diferencia entre los modelos:



Gráfica 10.2. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 1 ampliado

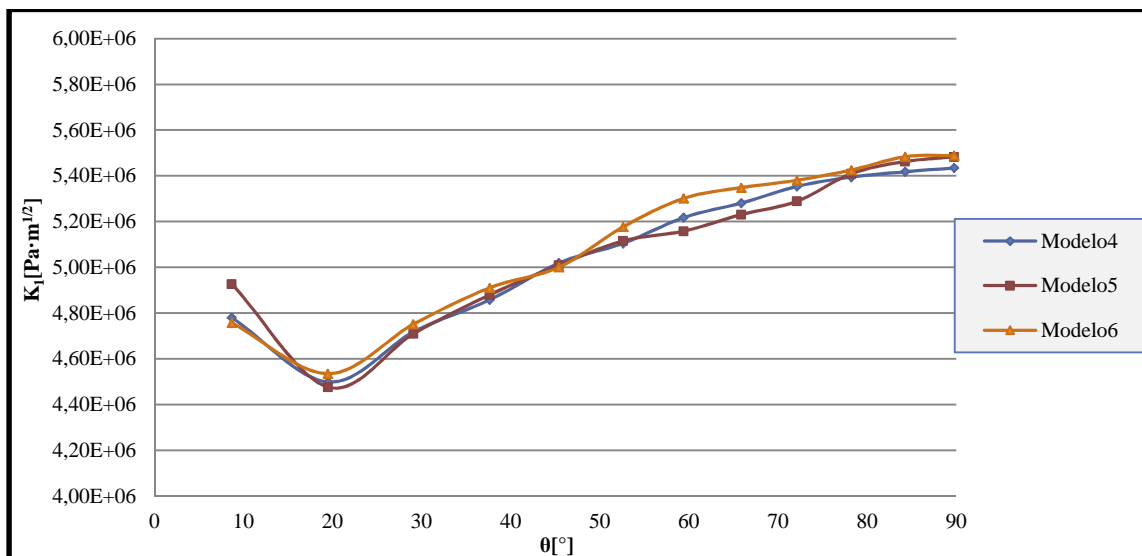
Como se observa en el gráfico anterior los resultados varían ligeramente en torno a la posición angular del frente de la grieta. Esto se debe a lo relativamente pequeño que es el dominio del contorno que permite el análisis de muy pocos anillos de elementos por modelo y más aun teniendo en cuenta la exclusión de anillos de elementos por su distorsión.

A continuación se muestran los resultados del segundo grupo;



Gráfica 10.3. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 2

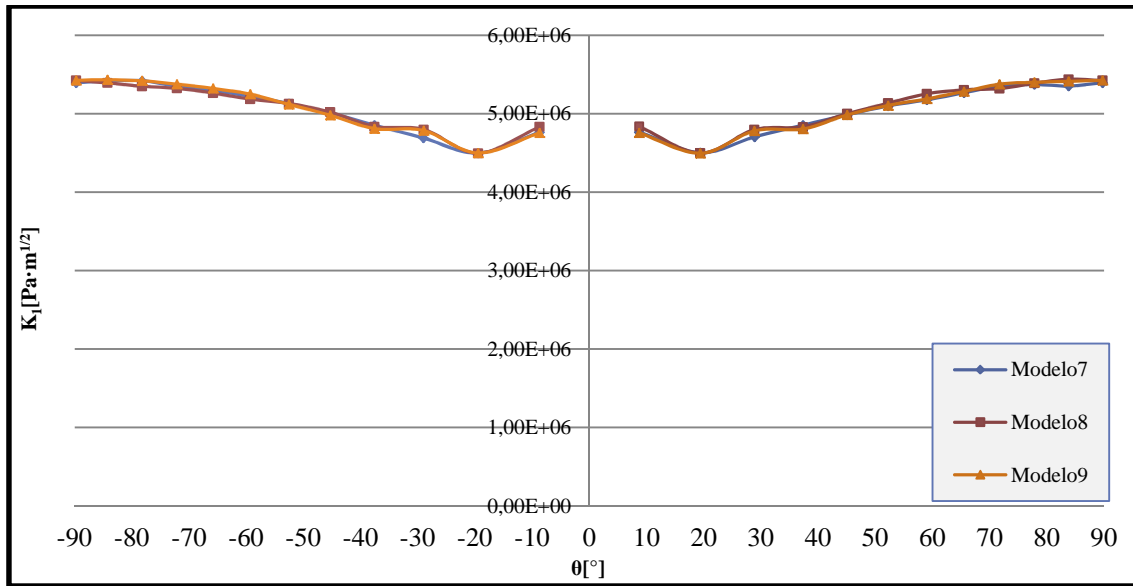
Al ampliar la gráfica:



Gráfica 10.4. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 2 ampliado

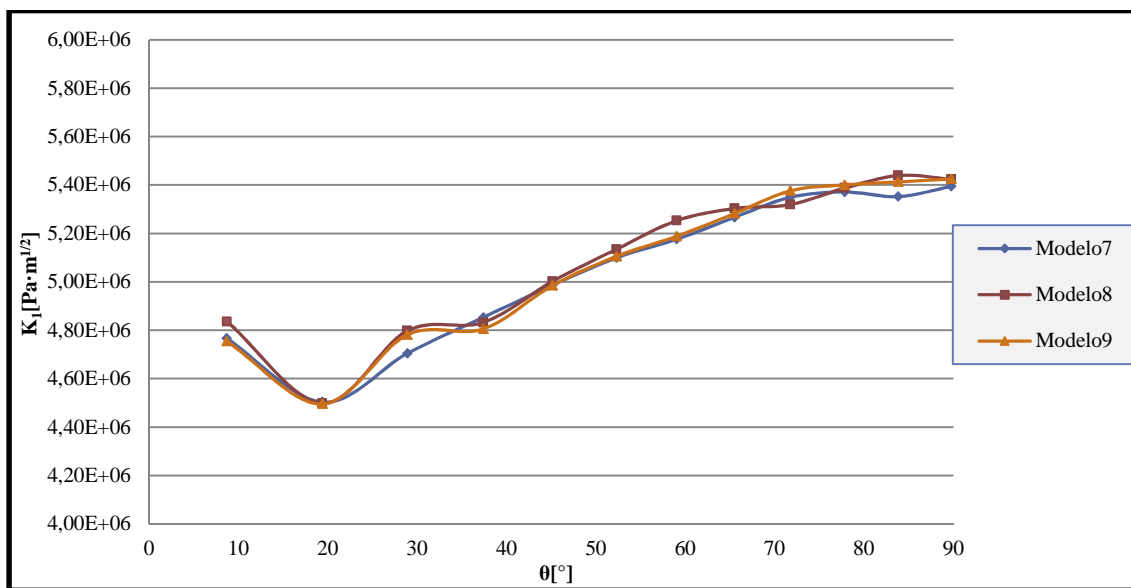
Como se observa los resultados de este grupo de modelos son menos oscilantes que los anteriores lo que se debe sobre todo al aumento del dominio del contorno y por lo tanto al número de anillos que se analizan.

La gráfica de resultados del tercer y último grupo es;



Gráfica 10.5. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 3

Y su correspondiente gráfico ampliado:



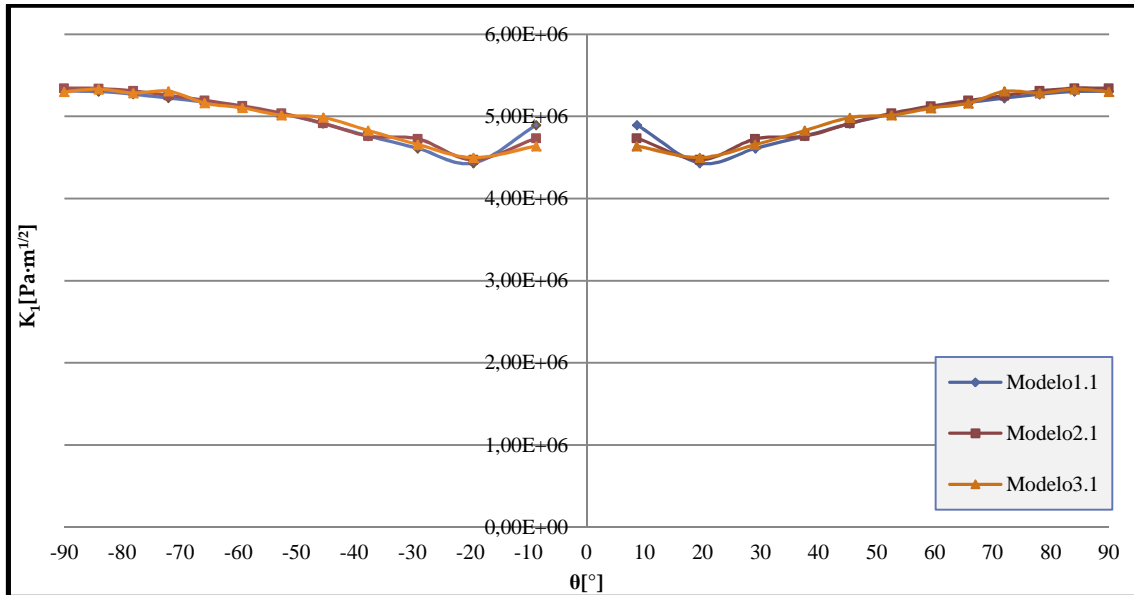
Gráfica 10.6. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 3 ampliado

Si se compara este grupo de modelos con los del análisis anterior, se comprueba que la diferencia entre los resultados es también mínima.

En posteriores apartados se mostrarán los gráficos con los errores, en los que se apreciarán más ostensiblemente la calidad y precisión de los diferentes análisis.

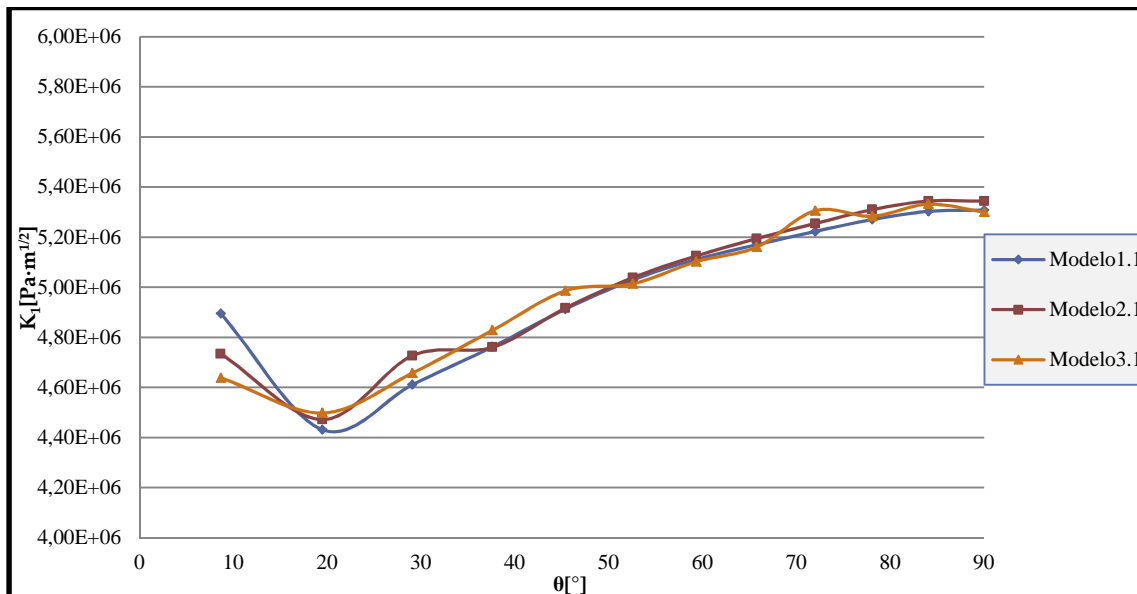
### 10.8.2- Análisis de referencia

En este apartado se muestran las gráficas de resultados obtenidas en los análisis que se tomarán como referencia. Primero se mostrará el análisis de convergencia para el grupo 1, así se verifica la mayor precisión que ofrece el mallar con elementos de integración completa y por lo tanto, justificar su uso como análisis de referencia.



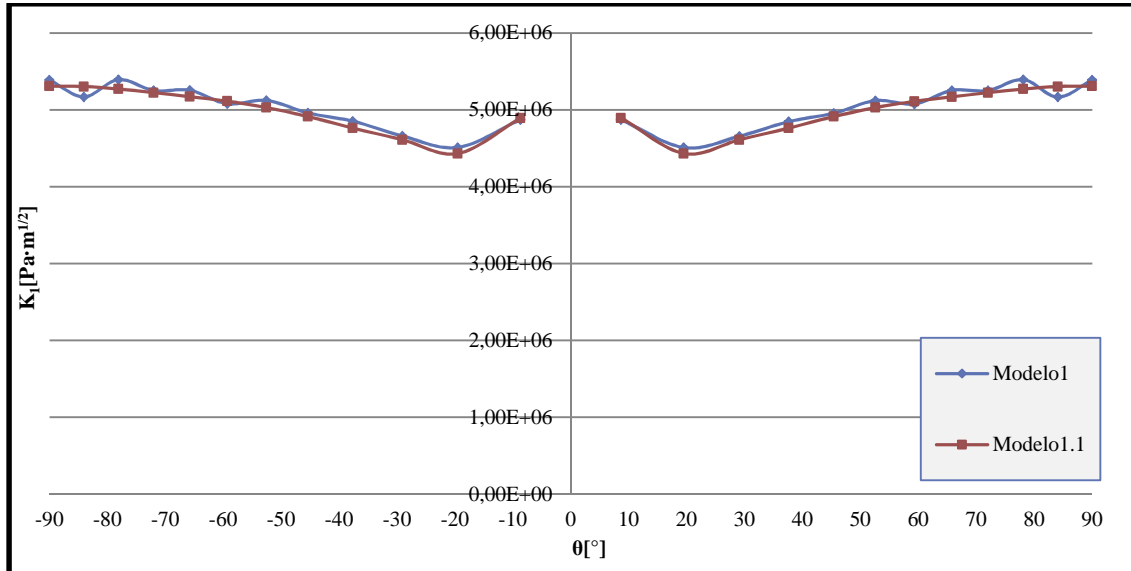
Gráfica 10.7. FIT de referencia respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 1

La similitud entre los resultados de diferentes análisis es mucho mayor que la de los resultados obtenidos con elementos de integración reducida. Se amplía la última gráfica para apreciar mejor la mínima variación entre los diferentes análisis, aun siendo los modelos del primer grupo que anteriormente mostraban una gran oscilación.

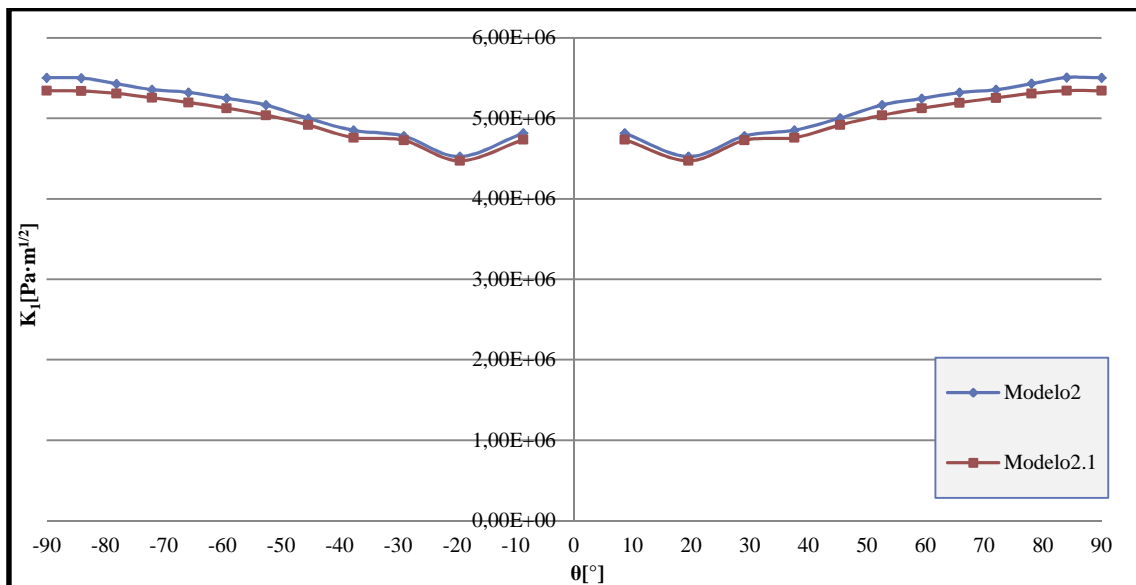


Gráfica 10.8. FIT de referencia respecto a la posición del frente de la grieta. Grupo 1 ampliado

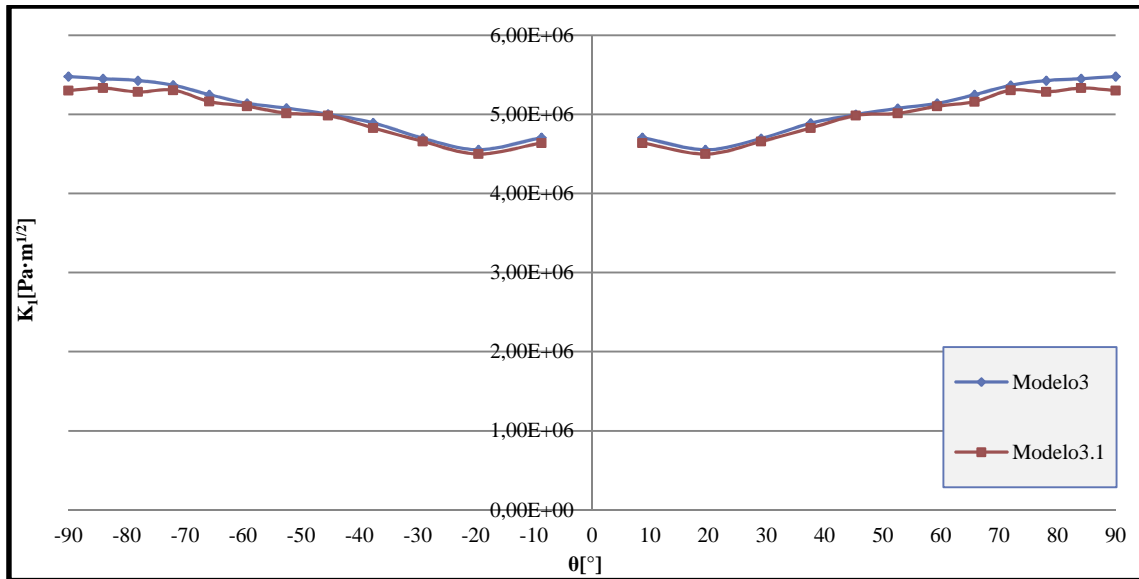
A continuación se comparan los valores obtenidos con elementos de integración completa frente a los valores obtenidos con los elementos de integración reducida para los modelos de la parte 1 de la tabla 10.3.



Gráfica 10.9. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Comparación entre Modelo 1 y Modelo 1.1

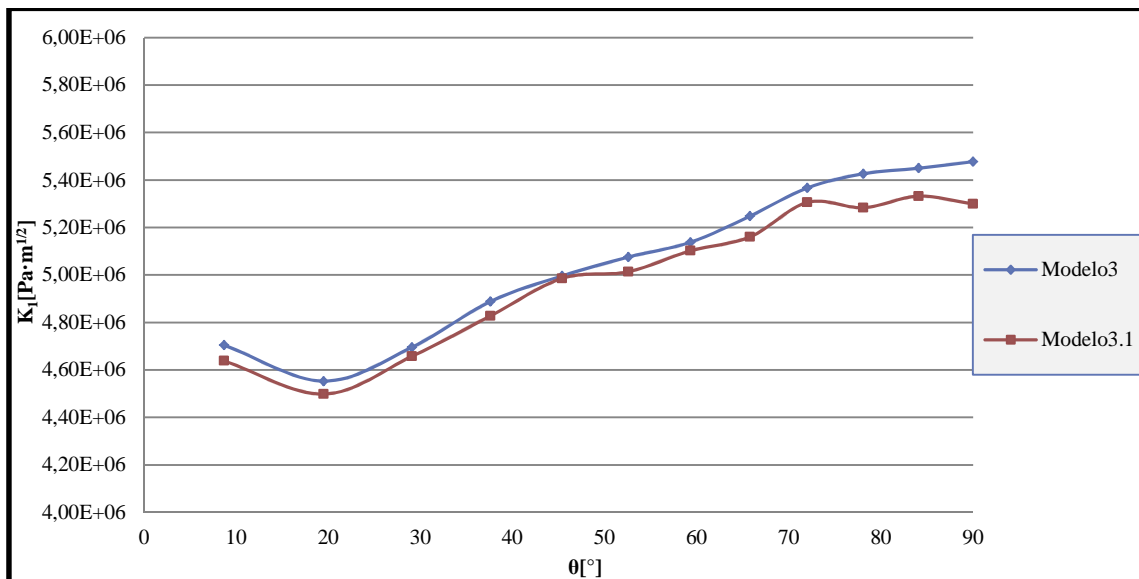


Gráfica 10.10. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Comparación entre Modelo 2 y Modelo 2.1



Gráfica 10.11. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Comparación entre Modelo 3 y Modelo 3.1

Se amplía esta última gráfica para observar mejor la diferencia entre las curvas, ya que, estos resultados del modelo 3.1 son los utilizados para hallar los errores de la parte 1 de la tabla.10.3.

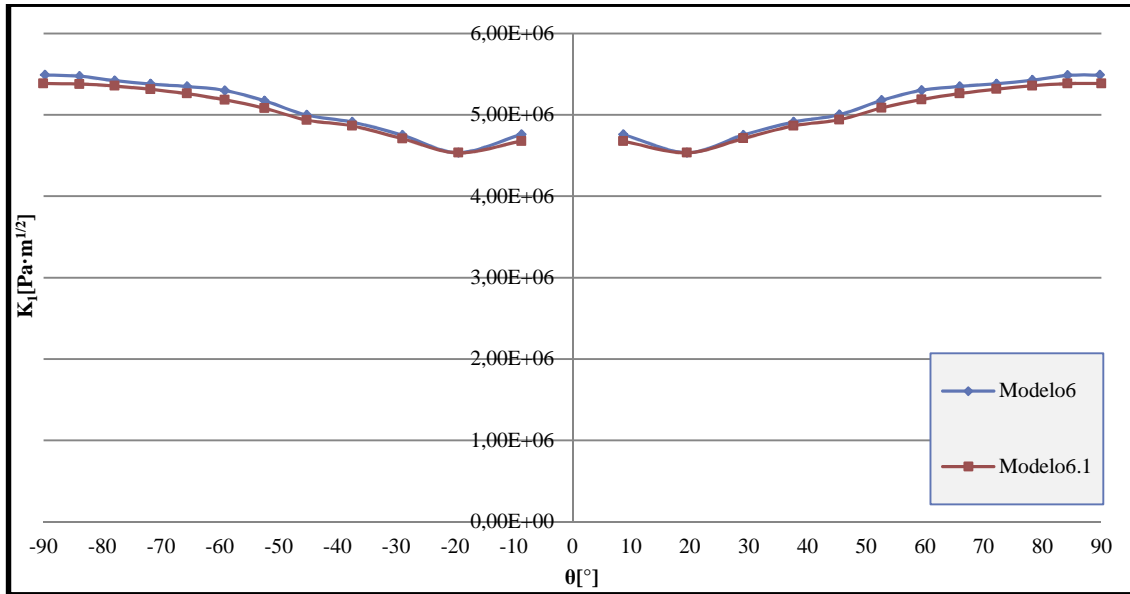


Gráfica 10.12. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Comparación entre Modelo 3 y Modelo 3.1 ampliado

Como se puede observar, la diferencia entre los resultados de los análisis con diferentes elementos se va haciendo menor conforme se aumenta el número de anillos (resultados más similares entre los modelos 3 y 3.1) además de proporcionar resultados más convergentes (se suavizan los resultados, en el modelo 3 la curva de resultados está muy pegada y es muy parecida a la del modelo 3.1).

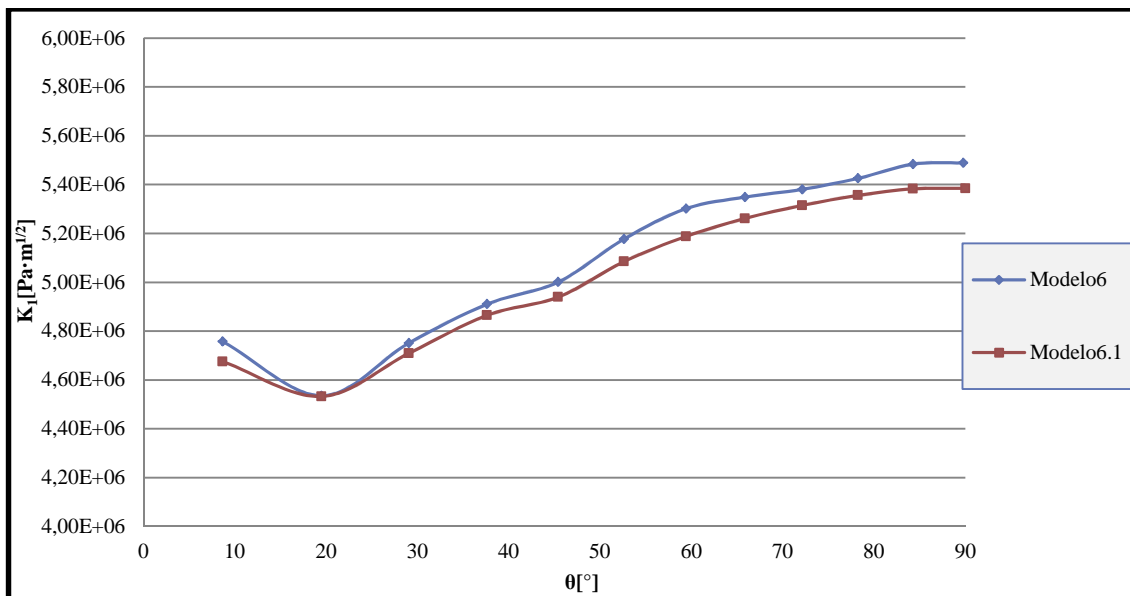


Las próximas gráficas mostrarán los resultados de los análisis de referencia de los últimos análisis de cada dominio o grupo para elementos de integración completa en comparación con los resultados de los análisis de convergencia para los elementos de integración reducida:



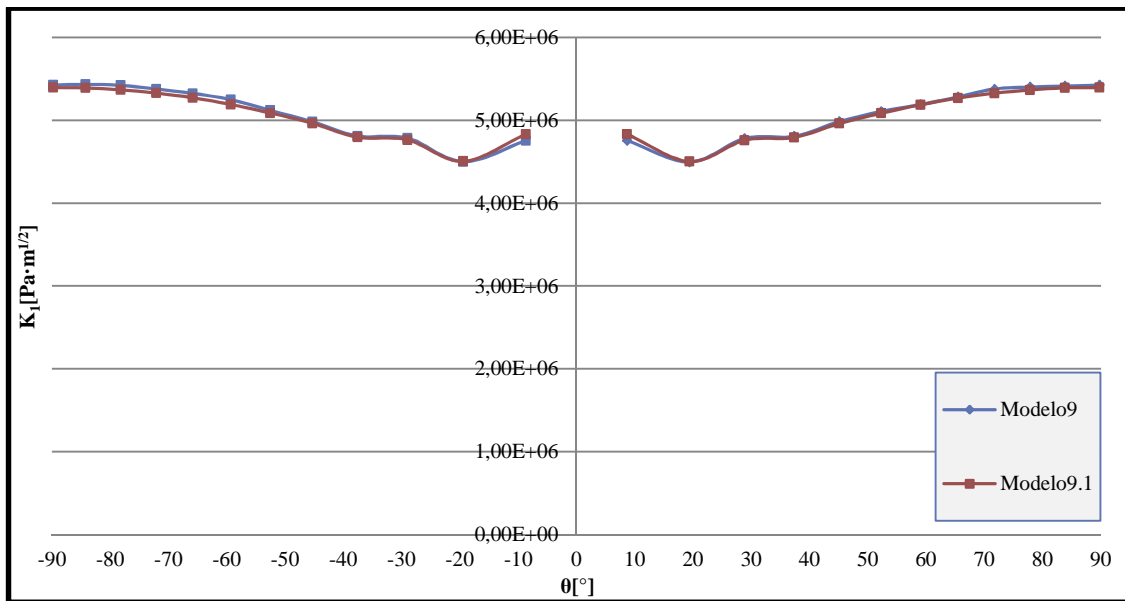
Gráfica 10.13. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Comparación entre Modelo 6 y Modelo 6.1

Aumentando esta última gráfica:



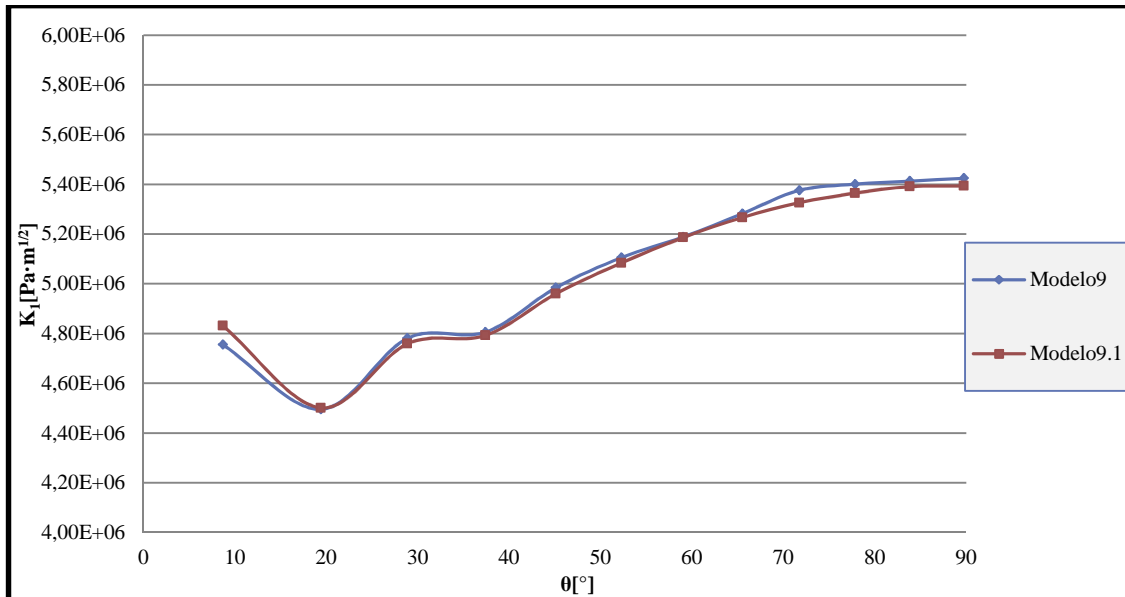
Gráfica 10.14. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Comparación entre Modelo 6 y Modelo 6.1 ampliado

Y por último la gráfica de resultados correspondiente al último modelo:



Gráfica 10.15. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Comparación entre Modelo 9 y Modelo 9.1

Finalmente ampliando esta gráfica de resultados:



Gráfica 10.16. FIT respecto a la posición del frente de la grieta. Comparación entre Modelo 9 y Modelo 9.1 ampliado

Como se puede observar en los anteriores gráficos, la diferencia entre los resultados es menor conforme se aumenta el dominio (aumenta el número de anillos estudiados), por ello en la última gráfica mostrada se puede observar como la diferencia entre los resultados del modelo 9 y del modelo 9.1 es prácticamente nula.

A continuación se presentarán los errores derivados de comparar los análisis de convergencia (elementos de integración reducida) con los modelos que se han tomado como referencia (elementos de integración completa).

### **10.8.3.- Errores derivados de los análisis.**

Para la resolución de los errores se utilizarán las formulas descritas en el Apartado 10.5.3. Como ya se ha comentado se tomarán como referencia los últimos análisis de cada grupo, es decir, los modelos 3.1, 6.1 y 9.1.

En primer lugar se muestran los errores en tanto por ciento de cada modelo en la siguiente tabla:

| Modelo | Media relativa<br>desviación estándar<br>FIT | Magnitud<br>error medio     | Desviación<br>estándar del<br>error | Error<br>máximo<br>FIT          |
|--------|--|-----------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|
|        | $(S_{rel})_{media}$<br>[%]                   | $ \epsilon _{media}$<br>[%] | $\epsilon_{STD}$<br>[%]             | $\epsilon_{m\acute{a}x}$<br>[%] |
| 1      | 1,93   | 1,55                        | 7,90                                | 5,03                            |
| 2      | 2,84   | 2,30                        | 9,05                                | 3,86                            |
| 3      | 6,56   | 1,50                        | 5,92                                | 3,36                            |
| 4      | 4,93   | 0,78                        | 3,75                                | 2,25                            |
| 5      | 4,94   | 1,25                        | 7,39                                | 5,39                            |
| 6      | 5,58   | 1,41                        | 5,24                                | 2,19                            |
| 7      | 3,81   | 0,51                        | 3,34                                | -1,34                           |
| 8      | 3,79   | 0,64                        | 2,63                                | 1,29                            |
| 9      | 0,56   | 0,52                        | 2,95                                | -1,57                           |

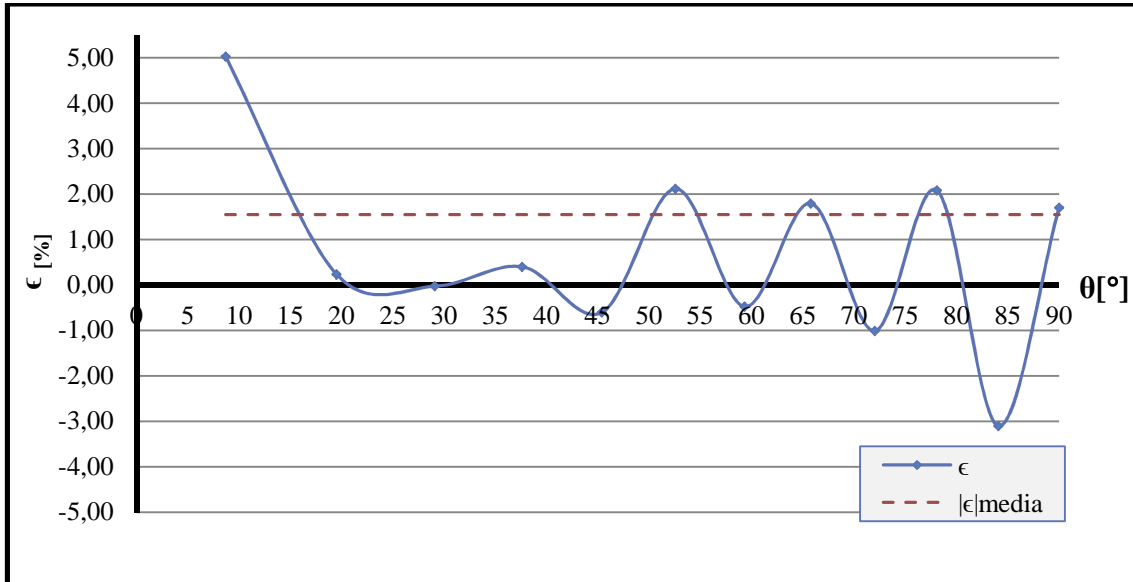
*Tabla 10.4. Errores derivados de los análisis*

Para estos modelos los mejores resultados se obtienen para los modelos 7,8 y 9 de acuerdo con los resultados de la anterior tabla. Para todos estos modelos  $|\epsilon|_{media}$  es menor del 0,64% en relación con los análisis de referencia. La media de la magnitud del error muestra buena convergencia en los demás modelos para las dimensiones de la malla sugerida para la partición de la grieta y el dominio del contorno, con magnitudes que no superan el 2,30%. Pero en estos modelos, se pueden observar muchos picos de errores además del error máximo.

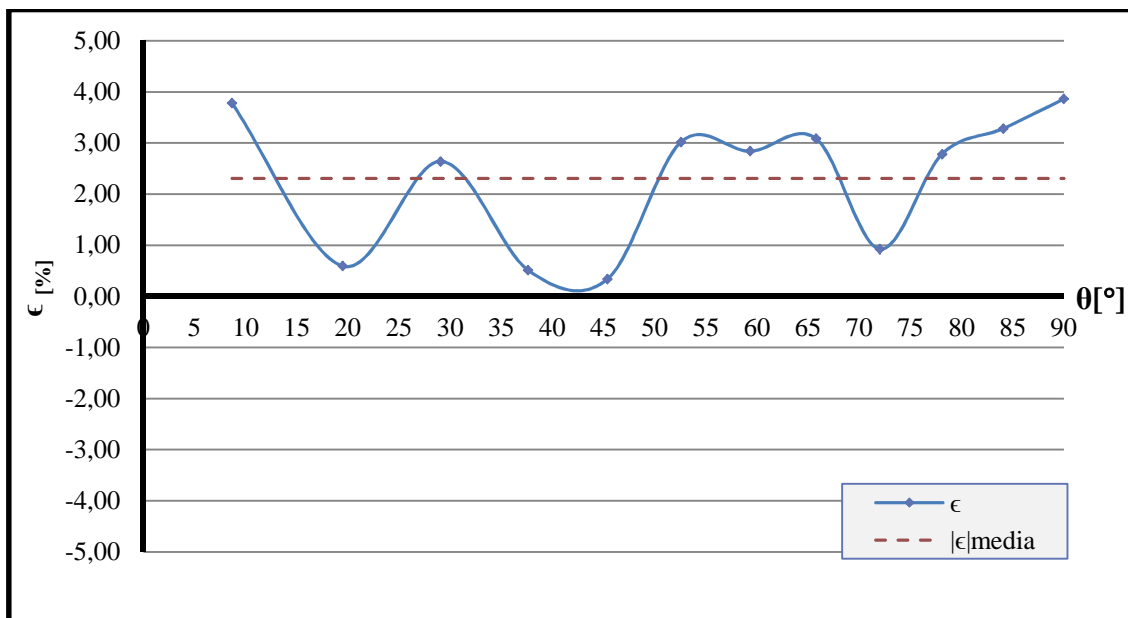
Ahora se representarán en gráficas los resultados de los errores, divididos en los grupos mostrados en las tablas 10.4. Para observar los picos de errores a los que se acaba de hacer referencia.

Se mostrarán las gráficas en el rango de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , ya que como se pudo comprobar en las anteriores gráficas los resultados son simétricos.

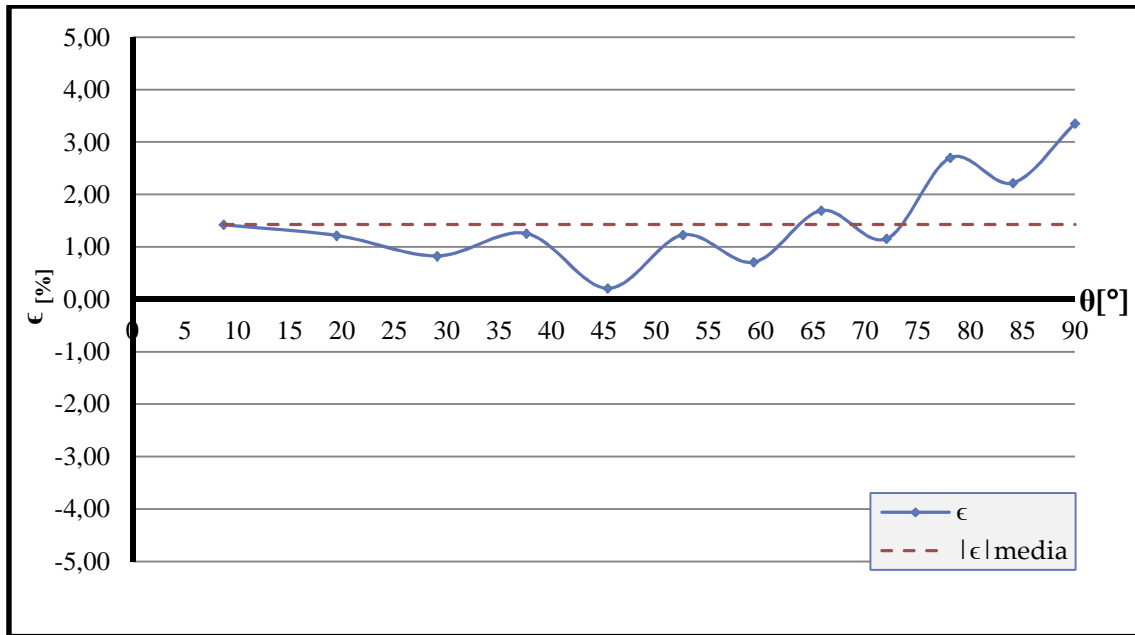
A continuación se muestran las gráficas de resultados para los tres primeros modelos:



Gráfica 10.17. Errores derivados de la comparación entre el modelo 1 y el modelo 3.1



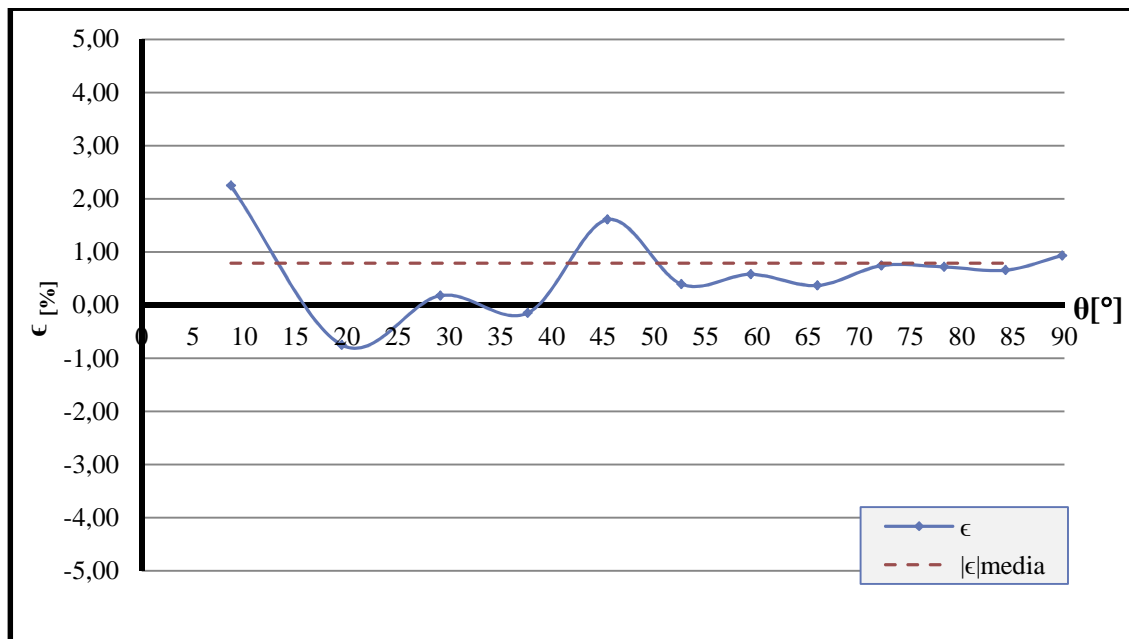
Gráfica 10.18. Errores derivados de la comparación entre el modelo 2 y el modelo 3.1



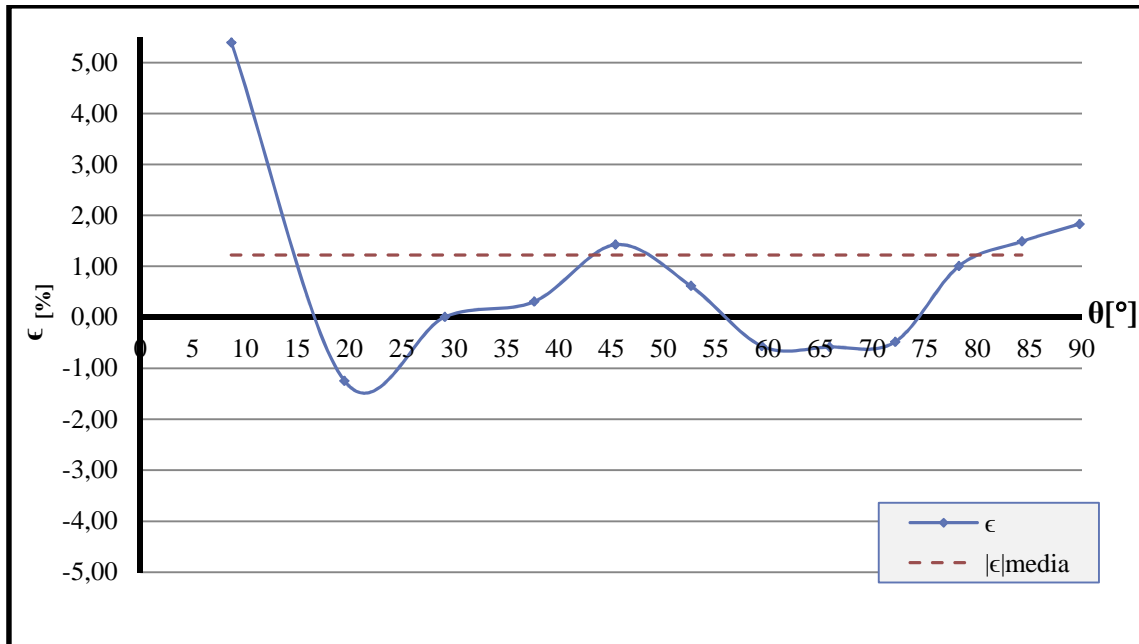
Gráfica 10.19. Errores derivados de la comparación entre el modelo 3 y el modelo 3.1

Como se advierte en las gráficas mostradas, el modelo 1 tiene un pico de error máximo que llega hasta el 5,03%, luego los resultados continúan oscilando mostrando muchos picos de errores. Para el modelo 2 el pico de error máximo se da en el 3,86% aunque los resultados oscilan en torno al 2,30%. Finalmente, se puede observar como en el modelo 3 el pico de error llega hasta el 3,36% y los valores fluctúan entre el 1,50%, además se puede apreciar como era de esperar que la oscilación en el último modelo es mucho menor que en el modelo 1.

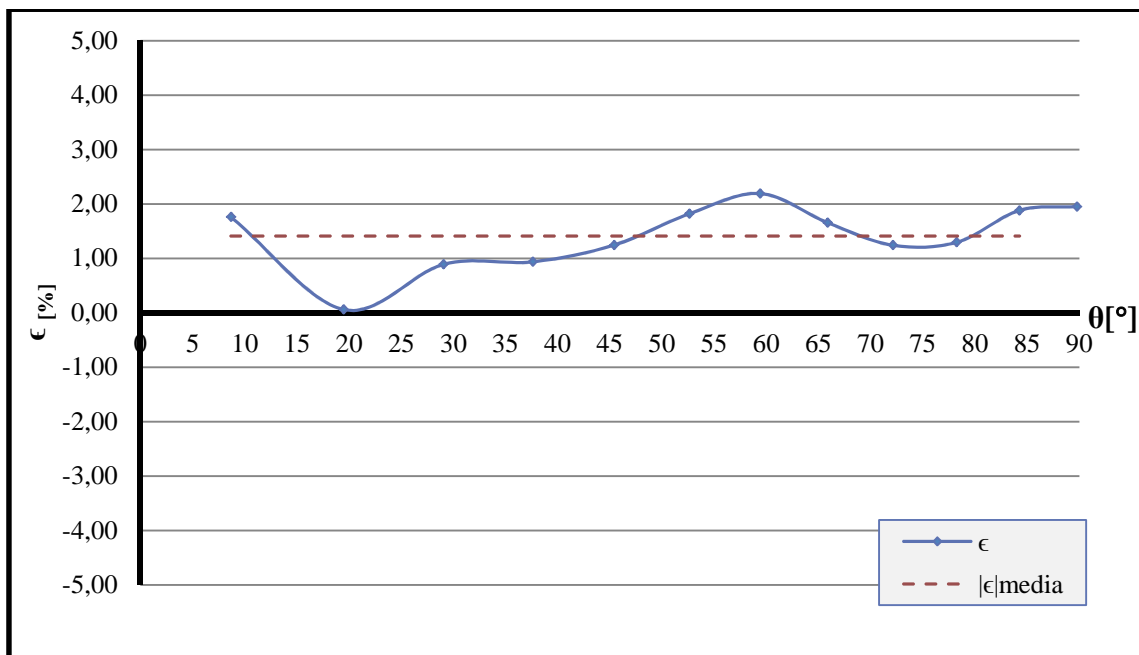
Se muestran a continuación los resultados obtenidos para los tres siguientes modelos:



Gráfica 10.20. Errores derivados de la comparación entre el modelo 4 y el modelo 6.1



Gráfica 10.21. Errores derivados de la comparación entre el modelo 5 y el modelo 6.1

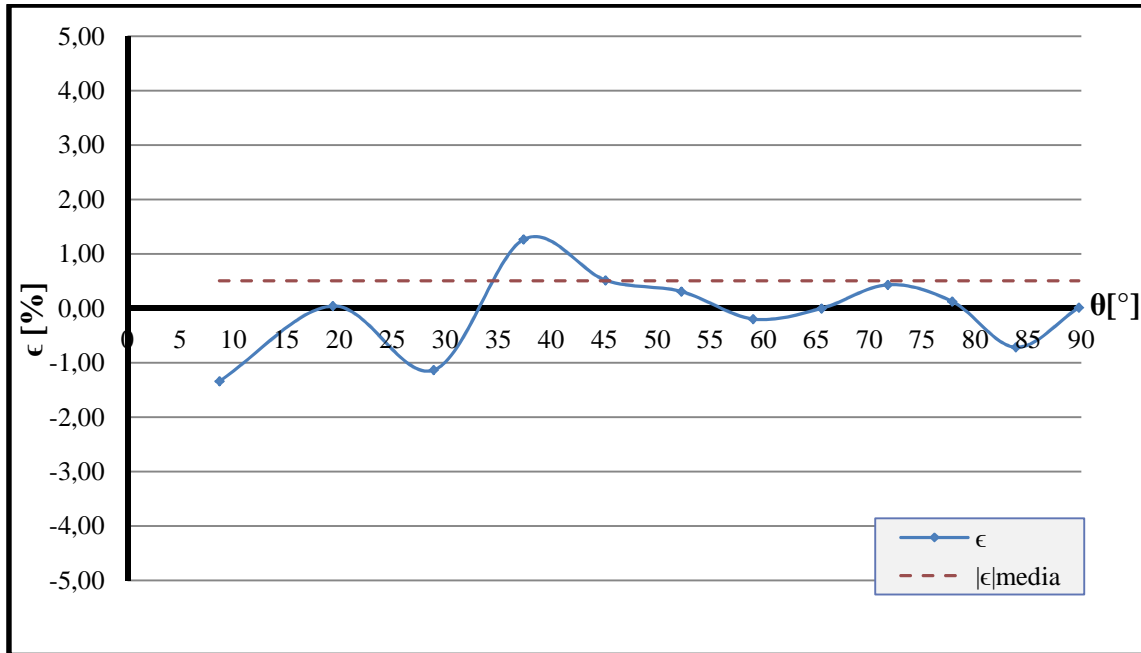


Gráfica 10.22. Errores derivados de la comparación entre el modelo 6 y el modelo 6.1

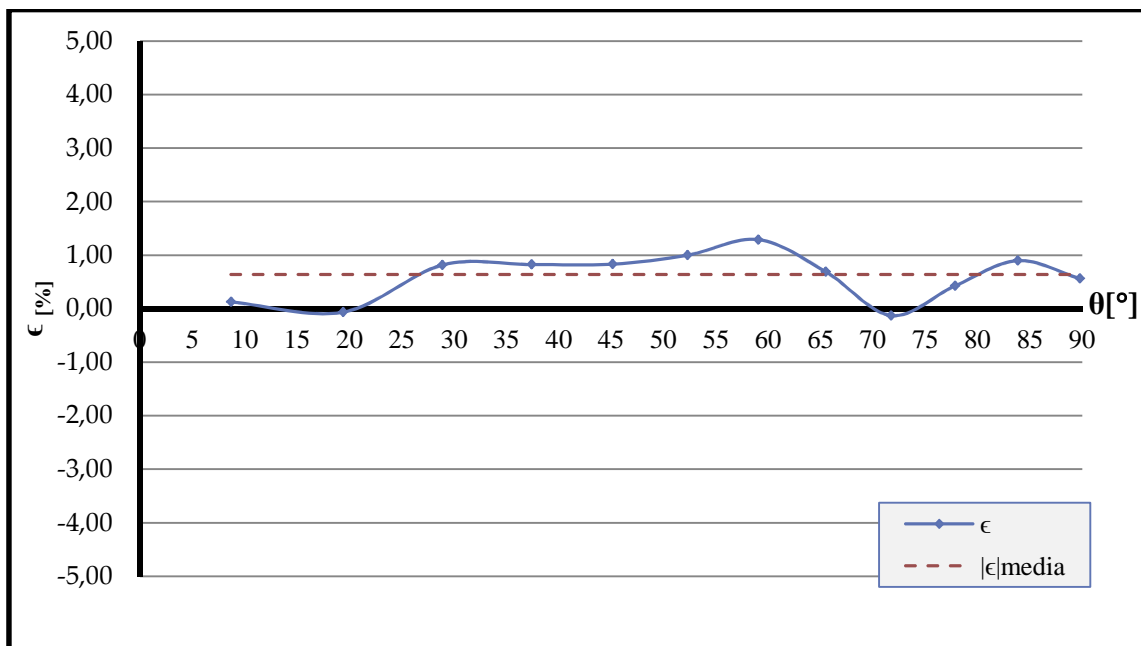
Se percibe claramente como la oscilación en las curvas de errores obtenidas es mucho menor que para los modelos anteriores, excepto para el modelo 5 que proporciona un pico de error muy elevado en el primer punto de análisis. Por lo tanto, el pico de error máximo se dará en el modelo 5 con un valor del 5,39% aunque los resultados titubeen en torno al 1,25%. En el modelo 6 los resultados tiemblan mínimamente en torno al 1,41% obteniendo un pico máximo en el 2,19%.

Curiosamente en este caso, el menor valor de la media de la magnitud del error se da en el modelo 4 con un valor del 0,78% y con un pico máximo del error en el 2,25%.

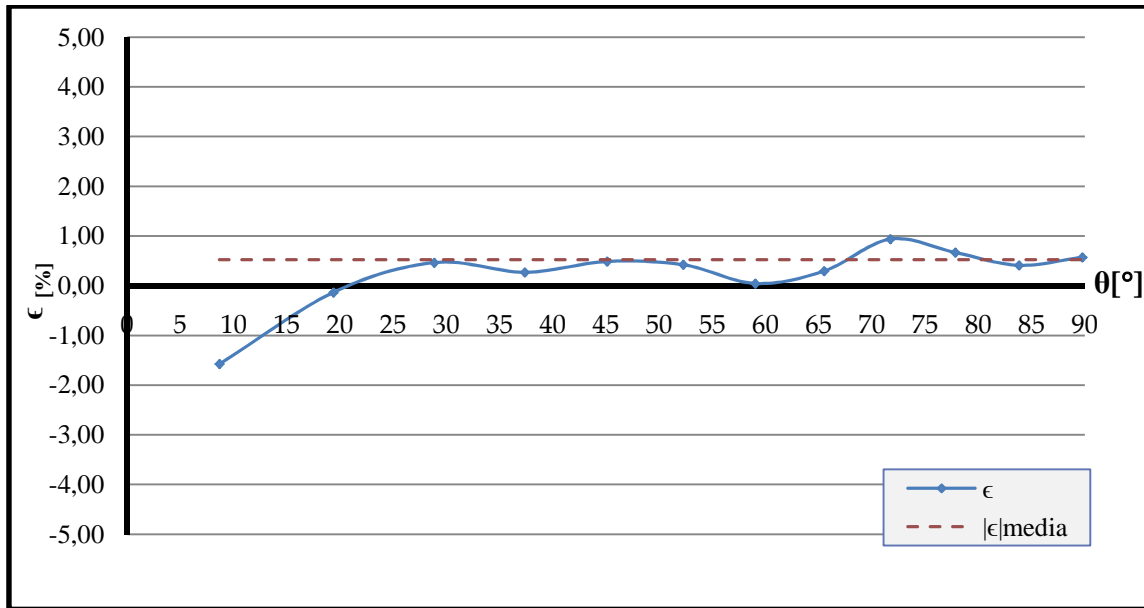
Por último se presentan a continuación los valores de los errores para los tres últimos modelos.



Gráfica 10.23. Errores derivados de la comparación entre el modelo 7 y el modelo 9.1



Gráfica 10.24. Errores derivados de la comparación entre el modelo 8 y el modelo 9.1



Gráfica 10.25. Errores derivados de la comparación entre el modelo 9 y el modelo 9.1

Como se puede ver, los resultados prácticamente no oscilan en las diferentes gráficas de resultados, eso nos indica la buena convergencia de los resultados para este grupo de análisis. En el modelo 7 se da un pico de error máximo en el 1,34% y los resultados se balancean en torno al 0,51%. A continuación en el modelo 8 los resultados oscilan entorno al 0,64% y en este modelo se obtiene el pico de error máximo más pequeño de todos los modelos, con un valor del 1,29%. Finalmente el mayor pico de error máximo para este grupo de análisis se da en el modelo 9, con un valor del 1,57% y oscilando entorno al 0,52%. Como se extrae de este último análisis, los resultados son muy precisos ya que la media de la magnitud del error no sobrepasa el 0,64% para ninguno de los análisis.

En conclusión, 8 elementos de anillos como en los modelos 6 y 7, son suficientes para obtener resultados convergentes para el correspondiente tamaño de malla. Se pueden implementar más anillos para conseguir unos resultados más precisos, como en los modelos 8 y 9, pero esto conllevará más recursos computacionales y tiempo para incrementar el número de anillos de elementos en el modelo.





## **Capítulo 11.**

# **CONCLUSIÓN Y TRABAJOS FUTUROS**

11.1.- CONCLUSIÓN.

11.2.- TRABAJOS FUTUROS.

---

## 11.1.- CONCLUSIÓN

---

Los principales objetivos de este trabajo se han dividido en dos bloques:

- El primer bloque consiste en la aplicación del programa de diseño y simulación Abaqus para el análisis del estudio estático, así como la aplicación del análisis a fatiga mediante el programa Fe-Safe para un eje ferroviario concreto.
- En el segundo bloque, era de especial interés el estudio de una estrategia de mallado para hallar los valores del FIT ante una grieta existente en ejes ferroviarios.

Para conseguir el objetivo del primer bloque se han presentado comparaciones entre los resultados obtenidos con ambos programas y los resultados conseguidos con el cálculo analítico para un eje empotrado. De esta forma se ha buscado corroborar los resultados obtenidos mediante los análisis realizados con Abaqus y Fe-Safe. En cuanto a esto, se ha demostrado comparando con el cálculo analítico que los resultados obtenidos en Abaqus, en lo que se refiere al análisis estático, son muy similares entre unos y otros. Sin embargo, los resultados proporcionados por Fe-Safe son orientativos en cuanto a delimitar la zona de fallo y una aproximación a la hora de determinar la vida de un componente.

A continuación se ha desarrollado una metodología detallando los pasos para el estudio completo del “*Eje ferroviario*” elegido en este caso.

Cabe destacar una vez realizado este trabajo, la rápida y cómoda posibilidad de realizar cambios entre las diferentes fases del diseño. Entre los procesos de diseño, análisis estático (Abaqus) y análisis a fatiga (Fe-Safe), es posible realizar múltiples cambios en lo que respecta a la geometría, al material, etc. Esta posibilidad proporciona una herramienta muy útil para conseguir finalmente diseños depurados capaces de soportar las solicitaciones que se deseen en cada caso. Un claro ejemplo de este aspecto ha sido el análisis desarrollado en el “*Eje ferroviario 2*”, en el que tras un rediseño de la zona más crítica, se observa un importante incremento en la vida útil del eje.

Del estudio del primer bloque realizado en este trabajo se puede concluir que esta metodología será aplicable a otros casos similares, pero se tendrán que perfeccionar y depurar las técnicas de modelado precisas para una simulación más realista del problema.

En lo que respecta al segundo bloque del presente proyecto se pretendía encontrar una estrategia de mallado que proporcionara resultados convergentes en el estudio de los FIT para el “*Eje ferroviario*” mediante Abaqus. Ante la imposibilidad de implementar este tipo de eje para obtener resultados convergentes con el mallado de los elementos necesarios se ha optado por el modelado de un “*Eje cilíndrico*” que simulara las condiciones que se dan en el extremo del “*Eje ferroviario*”.

Se han hecho particiones para obtener diferentes dominios en la partición de la punta de la grieta y se han estudiado los valores del FIT con diferentes mallados para un mismo dominio tratando de conseguir unos resultados convergentes.

Finalmente se recalca el número de anillos necesarios por dominio para obtener unos buenos resultados en función del coste computacional derivado de cada análisis.

El estudio se puede concluir aceptando la estrategia de mallado utilizada tras el análisis de los resultados y se puede extender su uso a cualquier tipo de eje cilíndrico del que se desee estudiar los resultados del FIT para una grieta preexistente.

Tras finalizar el estudio, queda definida una rutina para los dos bloques, aceptando variaciones de todo tipo, como las que se plantean en los trabajos futuros.

---

## 11.2.- TRABAJOS FUTUROS

---

En el presente proyecto se ha intentado detallar cuidadosamente los pasos y características fundamentales de los programas Abaqus y Fe-Safe, tanto en lo correspondiente al diseño como a los diferentes análisis realizados.

Por ello, en el primer bloque se ha tratado de obtener una verificación de la fiabilidad de los resultados que nos proporcionan sendos programas, realizando alguna simplificación en el “Eje ferroviario” que facilite la comparación de los resultados.

Además en el segundo bloque se ha estudiado un muy simplificado eje de ferrocarril, debido a que se ha preferido estudiar el funcionamiento y la respuesta del programa en sí, sacrificando aspectos de la realidad que quizá hubieran dificultado el análisis.

Por estas razones, existen un gran número de posibilidades a partir del presente trabajo, ya que, tanto Abaqus como Fe-Safe ofrecen muchísimas opciones de análisis.

A continuación se presentan algunas posibilidades para la realización de trabajos futuros:

- Estudio de los resultados de los análisis estáticos y de fatiga en función del tipo de elementos utilizado en la malla. Este trabajo tan sólo se ha centrado en el estudio de los resultados con elementos tetraédricos, debido a la dificultad que se deriva de realizar particiones en el “Eje ferroviario” con elementos de malla más precisos.
- Simulación con diferentes tipos de cargas. En este trabajo se ha estudiado un eje sometido a tensión alternante pura, pero Fe-Safe ofrece más posibilidades, como una carga de amplitud variable que se repita en el tiempo, acercándose quizá más así al caso real de un eje ferroviario en funcionamiento.



- Estudio del FIT en función de la posición, forma y dimensiones, de una fisura simulada en la geometría del componente mediante el módulo XFEM. En este trabajo se ha hallado el FIT para el caso de una fisura en una posición fija, con lo que sería interesante estudiar la influencia de la posición. Además sería interesante realizar este estudio para grietas con diferentes dimensiones y con diferentes formas (rectangulares, redondas, etc.).





## Capítulo 12.

# **PRESUPUESTO GENERAL DETALLADO**

12.1.- PRESUPUESTO GENERAL.

12.2.- COSTES.

## **12.1.- PRESUPUESTO GENERAL**

---

Se han tomado en cuenta una serie de herramientas para la realización de este proyecto, que aunque estén disponibles en la Facultad, conllevan un coste de utilización y mantenimiento. Para realizar un presupuesto real y detallado es necesario en primer lugar, resaltar las fases del proyecto y el tiempo de consecución de cada una de las mismas.

A continuación, se mostrarán los procesos en los que se ha entrado en detalle como parte del proyecto.

### **1. Planteamiento objetivos del Proyecto de fin de carrera (6 semanas):**

Esta fase del proyecto se caracteriza por ser prácticamente nulo el trabajo tangible. Consiste en un proceso de aproximación. En primer lugar es necesario conocer y contactar con el tutor del proyecto, para seguir con una primera toma de contacto con la materia y para finalizar, una vez entendido el concepto general, plantear los objetivos que se buscan conseguir.

En el caso particular de quien firma el proyecto, este proceso ha sido el doble de lo esperado ya que el primer tutor abandonó la Facultad teniendo que recurrir a un nuevo tutor para que guiase el presente proyecto.

### **2. Recogida de la información (6 semanas):**

Esta fase es complementaria a la inicial, y aunque no se progresa de manera tangible si se avanza en el plano conceptual. Este proceso consiste en documentarse sobre el tema en cuestión. Se ha accedido a publicaciones, artículos, páginas web sobre ejes ferroviarios, tesis, pero sobre todo, a los proyectos de fin de carrera previos.

### **3. Herramientas de modelado y simulación (16 semanas)**

En esta fase del proyecto se ha lidiado con los programas utilizados. Los conocimientos sobre Abaqus y Fe-Safe eran nulos y se ha tenido que realizar un aprendizaje de ambos para afrontar la realización del proyecto. En este proceso se modelan los ejes y la grieta, además se procede a los análisis, modificando y midiendo parámetros constantemente para la resolución de cada modelo determinado.



#### 4. Postprocesado (8 semanas)

Esta fase consiste en analizar los valores hallados en los análisis estáticos y a fatiga con sendos programas. Además un tiempo importante de este proceso se dedica a la extracción de los valores del FIT obtenidos en Abaqus para la grieta de estudio, estos valores se han exportado y posteriormente se han representado de forma gráfica para ver los efectos medidos.

#### 5. Análisis y comparación de los resultados (4semanas)

En esta fase se han analizado y evaluado los valores obtenidos, además es en este momento en el que se sacan las conclusiones y se pone al analista en buen lugar para la última fase, que es la redacción de la memoria.

#### 6. Redacción de la memoria (4 semanas)

Esta fase del proceso consiste en la realización de la memoria, en la que se tratan principios teóricos, explican resultados y extraen conclusiones.

En la siguiente tabla se muestra la línea temporal para la realización del proyecto:

| Fase               | 1   | 2    | 3     | 4     | 5     | 6     |
|--------------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Duración (semanas) | 1-6 | 6-12 | 12-28 | 28-36 | 36-40 | 40-44 |

Tabla.12.1 Línea temporal del proyecto

### 12.2.- COSTES

A continuación se expone un pequeño desglose de las actividades, equipos y personal que han sido utilizados o han colaborado en la realización de este proyecto, detallándose con información económica y temporal, con objeto de ofrecer un presupuesto que pueda servir como indicador del coste del proyecto.

El desglose de costes se dividirá en tres grupos:

- 1. Personal:** Estimación del coste de todo el personal que ha intervenido en el proyecto. En este caso, como Ingeniero Senior, el tutor del proyecto, Juan Carlos García Prada; y como Ingeniero, el autor del proyecto, Helio Mera Panadero.



2. **Equipos:** Se estima la amortización del conjunto de equipos utilizados para la realización del proyecto: PC portátil y licencias de los softwares Abaqus, Fe-Safe y Office 2010. La licencia de Abaqus y Fe-Safe será la misma.
3. **Resto de costes directos:** Se establecen los costes generales que faltan por detallar, tales como dietas, desplazamientos, gastos de impresión de documentos, etc.

**UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID****Escuela Politécnica Superior****PRESUPUESTO DEL PROYECTO****1.- Autor:**

Helio Mera Panadero

**2.- Departamento:**

Ingeniería Mecánica

**3.- Descripción del proyecto:**

Título: Metodología para el análisis de esfuerzos y a fatiga de ejes y obtención del factor de intensidad de tensiones mediante el método XFEM en Abaqus.

Duración (meses): 11

Tasa de costes indirectos: 20%

**4.- Presupuesto Total del Proyecto (€):**

41105'26

**5.- Desglose presupuestario (costes directos):**

| PERSONAL                  |       |                  |  |                  |           |
|---------------------------|-------|------------------|--|------------------|-----------|
| Apellidos y Nombre        | N.I.F | Categoría        | Dedicación (hombres al mes) <sup>1</sup> | Coste hombre mes | Coste (€) |
| García Prada, Juan carlos |       | Ingeniero Senior | 0'6                                      | 4289'54          | 2573'72   |
| Mera Panadero, Helio      |       | Ingeniero        | 10'4                                     | 2694'39          | 28021'66  |
| Hombre mes                |       |                  | 11                                       | Total            | 30595'38  |

<sup>1</sup> 1 Hombre mes = 131,25 horas. Máximo anual de dedicación de 12 hombres al mes (1575 horas)  
Máximo anual para PDI de la Universidad Carlos III de Madrid 8'8 hombres al mes(1155 horas)

| EQUIPOS                         |           |                                  |                       |                            |                                 |
|---------------------------------|-----------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------|---------------------------------|
| Descripción                     | Coste (€) | % Uso<br>dedicado al<br>proyecto | Dedicación<br>(meses) | Periodo de<br>depreciación | Coste<br>imputable <sup>2</sup> |
| PC portátil                     | 499'90    | 100                              | 11                    | 60                         | 137'47                          |
| Licencia<br>Abaqus y<br>Fe-Safe | 21950     | 80                               | 8                     | 60                         | 2341'33                         |
| Licencia<br>Office 2010         | 119       | 20                               | 1                     | 60                         | 0'20                            |
| <b>Total</b>                    |           |                                  |                       |                            | <b>2479</b>                     |

| OTROS COSTES DIRECTOS DEL PROYECTO <sup>3</sup>                     |         |                 |
|---|---------|-----------------|
| Descripción   | Empresa | Coste imputable |
| Gastos de<br>material de<br>oficina e<br>impresión de<br>documentos |         | 380             |
| Desplazamientos,<br>dietas...                                       |         | 800             |
| <b>Total</b>  |         | <b>1180</b>     |

<sup>2</sup> Fórmula de cálculo de la Amortización:

$A/B \times C \times D$ 
  
 A = nº de meses desde la fecha de facturación en que el equipo es utilizado  
 B = periodo de depreciación (60 meses)  
 C = coste del equipo (sin IVA)  
 D = %del uso que se dedica al proyecto (habitualmente 100%)

<sup>3</sup> Este capítulo de gastos incluye todos los gastos no contemplados en los conceptos anteriores, por ejemplo: viajes, dietas, etc.

| RESUMEN DE COSTES        |                            |
|--------------------------|----------------------------|
|                          | Presupuesto Costes Totales |
| Personal                 | 30595'38                   |
| Amortización             | 2479                       |
| Costes de funcionamiento | 1180                       |
| Costes indirectos        | 6850'88                    |
|                          | <b>Total 41105'26</b>      |

El presupuesto total de este proyecto asciende a la cantidad de 41105'26 €.

Leganés, 25 de Febrero de 2014

El ingeniero proyectista

Fdo. Helio Mera Panadero



## Capítulo 13.

# BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

13.1.- BIBLIOGRAFIA.

13.2.- REFERENCIAS.

---

### 13.1.- BIBLIOGRAFÍA

---

1. Dassault Systèmes (2011): Abaqus 6.10 Online Documentation, Dassault Systèmes, Providence, Rhode Island.
2. G.LEGRAIN; N. MOËS, E. VERRON. Stress analysis around crack tips in finite strain problems using the eXtended Finite Element Method. version 1. 2010
3. SHIVASHANKAR R SRIVATSA; H.V. LAKSHMINARAYANA; PRAMOD .R / International Journal of Engineering. Stress Intensity Factors for Arbitrarily Located and Oriented Cracks in a Cylindrical Shell with Tori-Spherical End Closures subjected to Internal Pressure. Vol. 2, Issue 3, May-Jun 2012, pp.3057-3071
4. SÁNCHEZ-CAPITÁN CUADRADO, D. Análisis de tensiones en piezas mecánicas de geometría cilíndrica utilizando el método de los elementos finitos. 2011.
5. E. GINER; N. SUKUMAR; J. E. TARANCÓN; F. J. FUENMAYOR. An Abaqus implementation of the extended finite element method.
6. ZHEN-ZHONG DU. eXtended Finite Element Method (XFEM) in Abaqus. [www.3ds.com/](http://www.3ds.com/) © Dassault Systemes
7. Modeling Fracture and Failure with Abaqus. [www.3ds.com/](http://www.3ds.com/) © Dassault Systemes
8. SEPEHR RAHILI KHORASAN. Finite-Element simulations of Glulam Beams with Natural Cracks. 2012
9. MICHAEL LEVÉN, DANIEL RICKERT. Stationary 3D crack analysis with Abaqus XFEM for integrity assessment of subsea equipment. 2012.
10. DRAPER, JOHN. Fe-Safe™ from Safe Technology
11. MOZAHID HOSSAIN, MD. Modeling of fatigue crack growth with Abaqus.
12. RADWAN HAZIME, Safe Technology (US) Limited. Overview of Fe-Safe Unique Capabilities and Examples of Real World Applications. 2008.
13. Fe- Safe component for Isight. Integrating Design Durability in the Simulation Process Flow by Safe Technology. User Manual.
14. RODRÍGUEZ MILLÁN, M. Análisis numérico del comportamiento frente a impacto de Aluminio 2024-T351 sometido a ensayo de Taylor. Proyecto de fin de carrera. Universidad Carlos III de Madrid. 2009.
15. MIGUEL ALCANIZ, M. Modelado y análisis por elementos finitos de un eje ferroviario hueco usando Pro-Engineer. Proyecto de fin de carrera. Universidad Carlos III de Madrid. 2011.



16. ZAMORA ABAD, A. Estudio mecánico avanzado de un eje de ferrocarril. Proyecto de fin de carrera. Universidad Carlos III de Madrid. 2010.
17. MARCO ESTEBAN, E. Metodología para el análisis a fatiga mediante el código Pro-Engineer: Aplicación a un eje ferroviario. Proyecto de fin de carrera. Universidad Carlos III de Madrid. 2010.
18. SÁNCHEZ MUÑOZ, M. Análisis a fatiga de un eje ferroviario de mercancías mediante el código Pro-Engineer. Proyecto de fin de carrera. Universidad Carlos III de Madrid. 2011.
19. LOPEZ GONZALEZ, J.I. Multianálisis de un eje ferroviario mediante el software Pro-Engineer. . Proyecto de fin de carrera. Universidad Carlos III de Madrid. 2011.
20. MIGUEL MARCO, E. Análisis modal de un eje ferroviario y comparativa con un equivalente unidimensional. Proyecto de fin de carrera. Universidad Carlos III de Madrid. 2012.

---

**13.2.- REFERENCIAS**

---

- [1] Shih, C.F., Moran, B., Nakamura, T. (1985): Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body. *International Journal of Fracture*, Vol. 30, No. 2, 1986, pp. 79-102.
- [2] Shih, C. F., Asaro, R. J., (1988): Elastic-Plastic Analysis of Cracks on Bimaterial Interfaces: Part I - Small Scale Yielding. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 55, 1988, pp. 299-316.
- [3] Dassault Systèmes (2011): Abaqus 6.10 Online Documentation, Dassault Systèmes, Providence, Rhode Island.
- [4] Moës, N., Dolbow, J., Belytschko, T. (1999): A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 46, No. 1, 1999, pp. 132-150.
- [5] Melenk, J.M., Babuska, I. (1996): The partition of unity finite element method: Basic theory and applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 139, No. 1, 1996, pp. 289–314.
- [6] Belytschko, T., Black, T. (1999): Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 45, No. 5, 1999, pp. 601-620.
- [7] Sukumar, N., Moës, N., Moran, B., Belytschko, T. (1999): Extended finite element method for three-dimensional crack modelling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 48, No. 11, 2000, pp. 1549-1570.
- [8] Belytschko, T., Gracie, R., Venture, G. (): a Review of extended/generalized finite element methods for material modelling. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, vol. 17, No 4, 2009, pp. 043001.



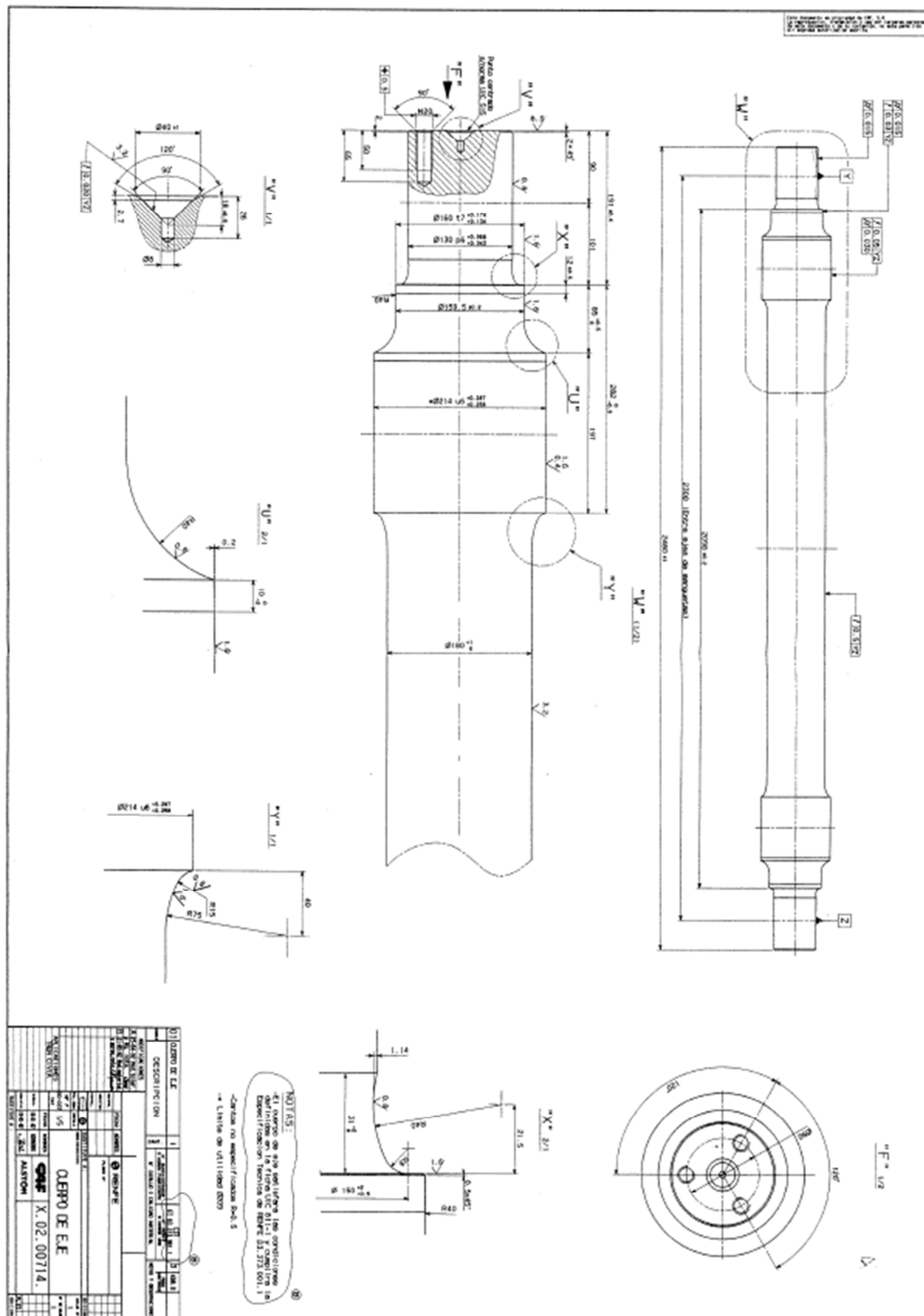
## **Capítulo 14.**

# **PLANO DEL EJE FERROVIARIO**

14.1.- PLANO DEL EJE FERROVIARIO.

14.2.- AMPLIACIÓN DETALLES DEL PLANO.

#### 14.1.- PLANO DEL EJE FERROVIARIO.



*Fig.14.1. Plano del Eje ferroviario*

## 14.2.- AMPLIACIÓN DETALLES DEL PLANO.

A continuación se amplían los detalles del plano. Hay que indicar que se han modelado los taladros pero no se han incluido en los análisis para simplificar los cálculos.

### 14.2.1.- Eje ferroviario ampliado

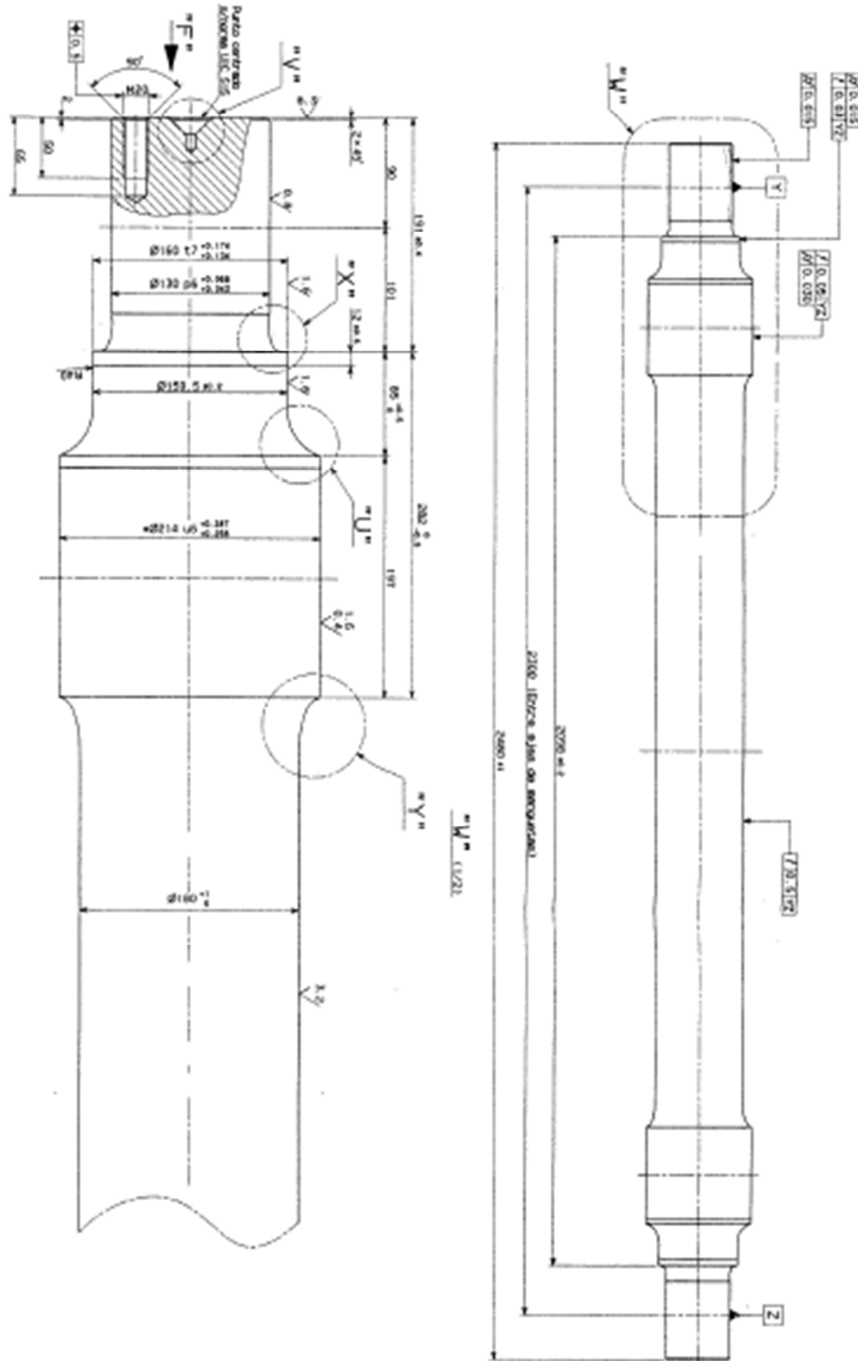
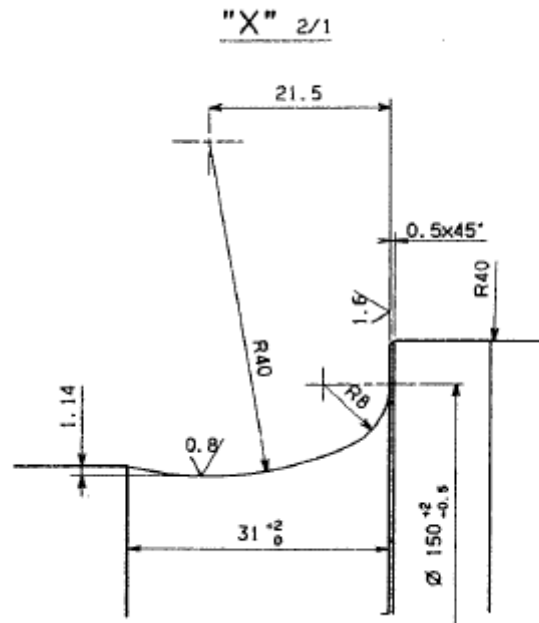


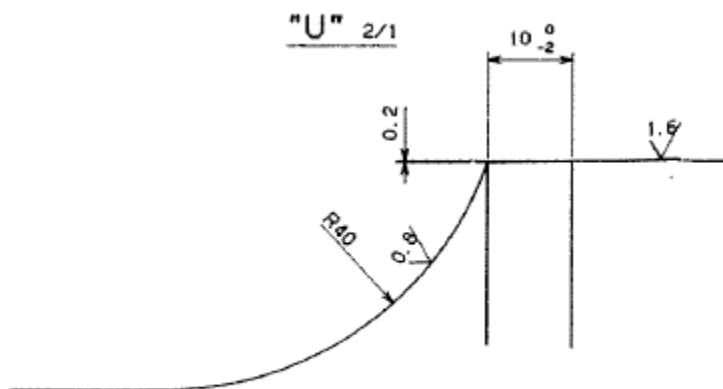
Fig.14.2. Eje ferroviario ampliado

#### **14.2.2.- Detalle “X” del plano del eje ferroviario**



*Fig.14.3. Detalle “X” del plano del eje ferroviario*

### **14.2.3.- Detalle “U” del plano del eje ferroviario**



*Fig.14.2. Detalle “U” del plano del Eje ferroviario*

#### 14.2.4.- Detalle “Y” del plano del eje ferroviario

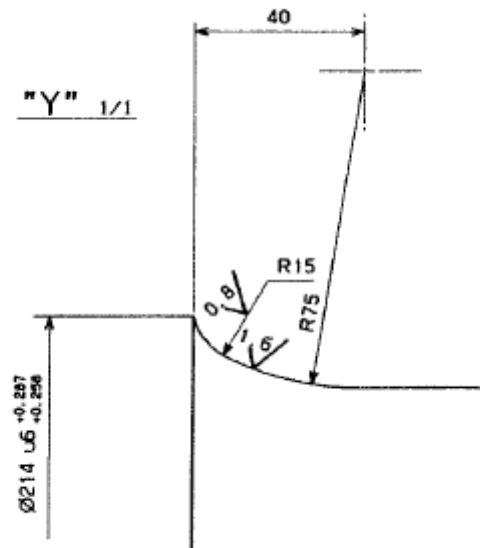


Fig.14.4. Detalle “Y” del plano del eje ferroviario

#### 14.2.4.- Detalle “V” del plano del eje ferroviario

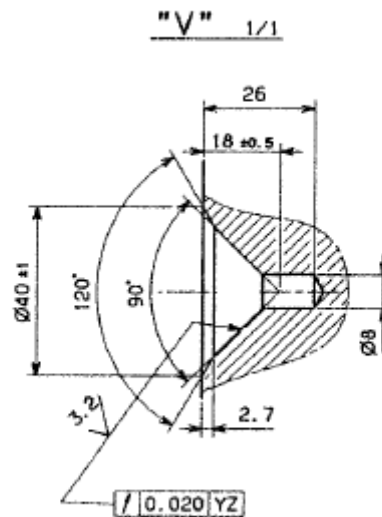


Fig.14.5. Detalle “V” del plano del eje ferroviario